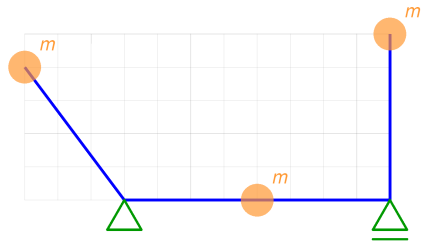
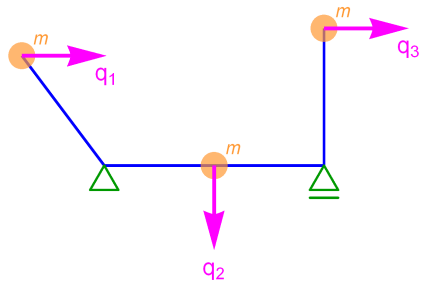


Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki - 1):

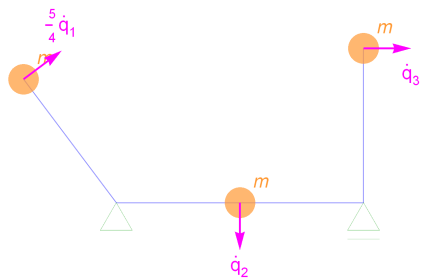


Zadanie statyki konstrukcji jest statycznie wyznaczalne.

Współrzędne Lagrange'a:



Plan predkosci:



Energia kinetyczna jako forma kwadratowa wektora $\dot{\mathbf{q}}$:

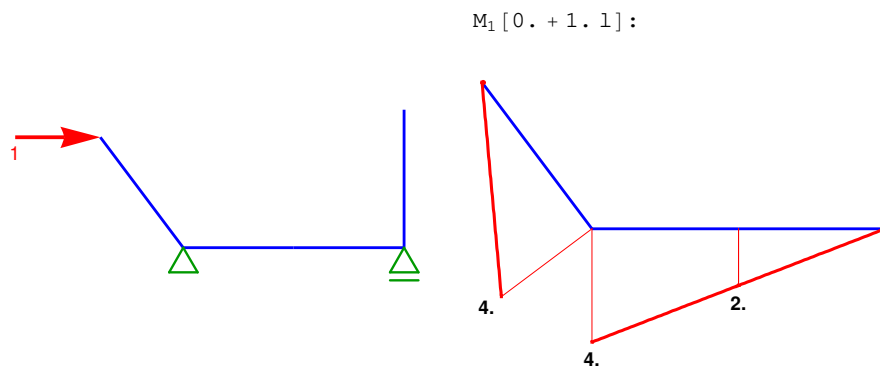
$$2 E_k (\dot{\mathbf{q}}) = m \left(\frac{5}{4} \dot{q}_1 \right)^2 + m \dot{q}_3^2 + m \dot{q}_2^2 = \frac{25}{16} m \dot{q}_1^2 + m \dot{q}_2^2 + m \dot{q}_3^2 = \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}}$$

Macierz mas:

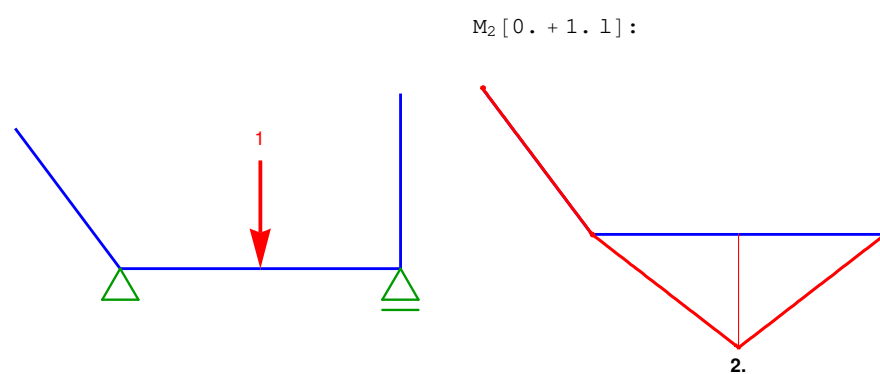
$$\mathbf{M} = m \begin{pmatrix} \frac{25}{16} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Wykresy momentow zginajacych od jednostkowych sil bezwladnosci:

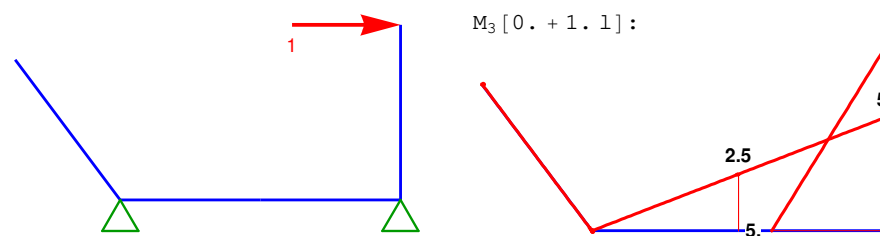
- od q_1 :



- od q_2 :



- od q_3 :



Macierz podatnosci:

$$d_{11} = \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 5 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1 \right) \right]_1 + \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 1 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \right) + \left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 1 \right) \left(\frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 1 \right) \right]$$

$$d_{12} = d_{21} = \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 1 \right) \left(\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \right) + \left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 1 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \right) \right]_2 + \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 1 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \right) \right]$$

$$d_{13} = d_{31} = \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 1 \right) \left(\frac{1}{3} \cdot (-2.5 \cdot 1 \cdot 1) \right) + \left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 1 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot (-2.5 \cdot 1 \cdot 1) \right) \right]_2 + \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 1 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \right) \right]$$

$$d_{22} = \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 1 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \right) \right]_2 + \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 1 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \right) \right]_3 = 10.66670. + \frac{1 \cdot 1^3}{EJ}$$

$$d_{23} = d_{32} = \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 1 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot (-2.51 \cdot 1) \right) \right]_2 + \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 1 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot (-2.51 \cdot 1) + \frac{1}{3} \cdot (-5 \cdot 1 \cdot 1) \right) \right]_3$$

$$d_{33} = \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 2.51 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 1 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 2.51 \cdot 1 \right) \right]_2 + \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 2.51 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 1 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 2.51 \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1 \right) + \left(\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 1 \right) \right]_3$$

$$\mathbf{D} = 0. + \frac{1 \cdot 1^3}{EJ} \begin{pmatrix} 69.3333 & 16. & -26.6667 \\ 16. & 10.6667 & -20. \\ -26.6667 & -20. & 108.333 \end{pmatrix}$$

ZADANIE DRGAN WŁASNYCH:

- poszukiwanie funkcji przemieszczeń postaci:

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{a} \sin(\omega t)$$

- zadanie własne:

$$(\mathbf{I} - \omega^2 \mathbf{D} \mathbf{M}) \mathbf{a} = \mathbf{0}$$

- równanie charakterystyczne ($\lambda = 0. + \frac{1 \cdot \omega^2 \cdot 1^3 \text{ m}}{EJ}$):

$$\det(\mathbf{I} - \omega^2 \mathbf{D} \mathbf{M}) = 0$$

$$\det \begin{pmatrix} 1 - 108.333 \lambda & -16. \lambda & 26.6667 \lambda \\ -25. \lambda & 1 - 10.6667 \lambda & 20. \lambda \\ 41.6667 \lambda & 20. \lambda & 1 - 108.333 \lambda \end{pmatrix} = 1 - 227.333 \lambda + 12136.1 \lambda^2 - 53333.3 \lambda^3 = 0$$

$$\lambda^{(1)} = 0.00677908 \quad , \quad \lambda^{(2)} = 0.0133333 \quad , \quad \lambda^{(3)} = 0.20744$$

Częstotliwości drgań własnych:

$$\omega^{(1)} = 0.0823352 \sqrt{\frac{EJ}{1^3 \text{ m}}} \quad , \quad \omega^{(2)} = 0.11547 \sqrt{\frac{EJ}{1^3 \text{ m}}} \quad , \quad \omega^{(3)} = 0.455455 \sqrt{\frac{EJ}{1^3 \text{ m}}}$$

Postaci drgań własnych:

$$\mathbf{a}^{(1)} = \begin{pmatrix} -0.609032 \\ -0.222525 \\ 0.76129 \end{pmatrix} \quad , \quad \mathbf{a}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0.624695 \\ -8.12751 \times 10^{-17} \\ 0.780869 \end{pmatrix} \quad , \quad \mathbf{a}^{(3)} = \begin{pmatrix} -0.114924 \\ 0.982932 \\ 0.143655 \end{pmatrix}$$