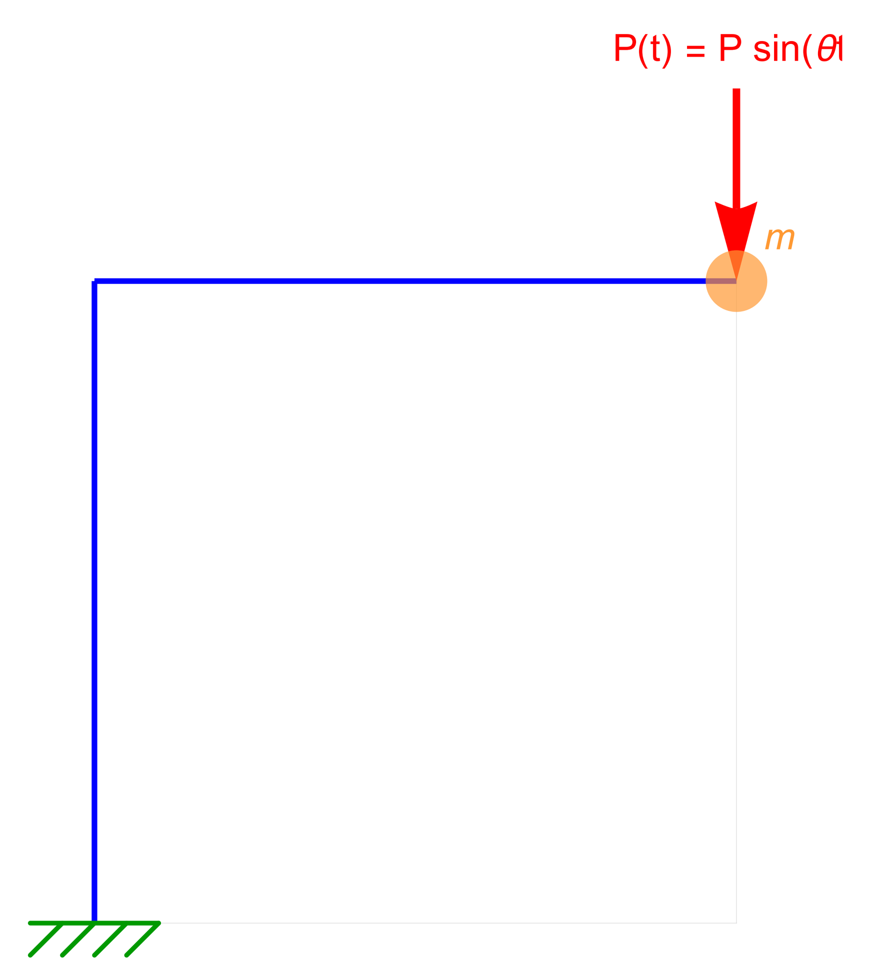
Kol 2.3 R.A. 2022/23

Obliczyć amplitudę momentu w utwierdzeniu.

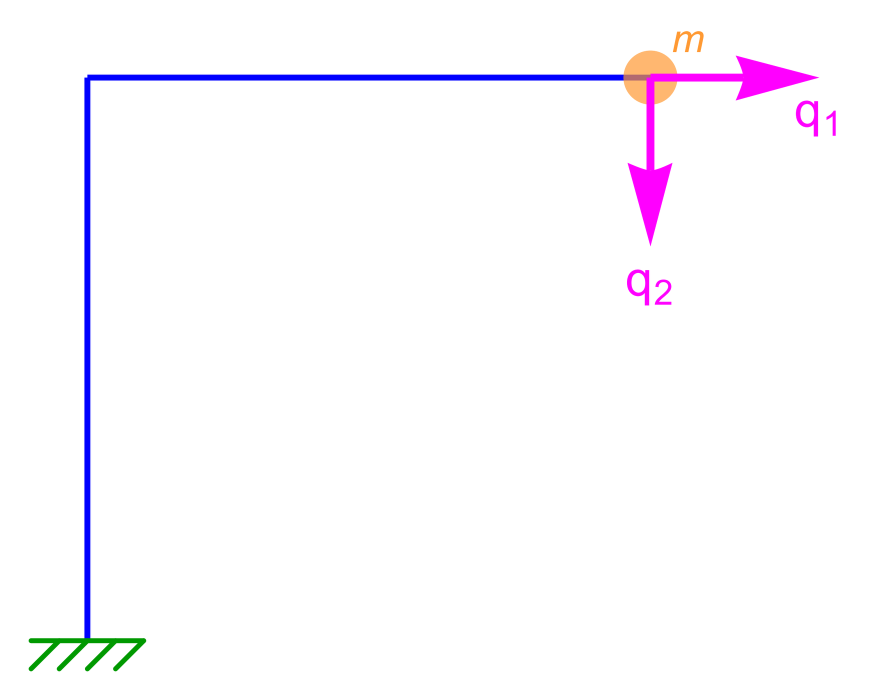
(Compute the amplitude of the reaction moment in the fix support).

Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki – l, $\theta=\sqrt{\frac{EJ}{l^3 m}}$):

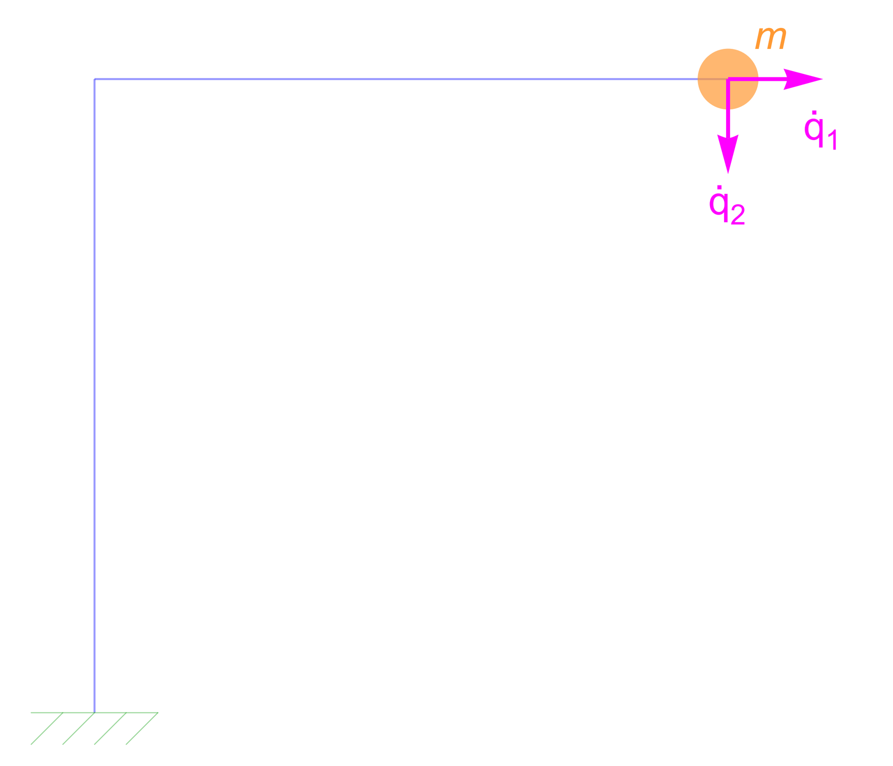


Zadanie statyki konstrukcji jest statycznie wyznaczalne.

Współrzędne Lagrange'a:



Plan predkosci:



Energia kinetyczna jako forma kwadratowa wektora $\dot{\mathbf{q}}$:

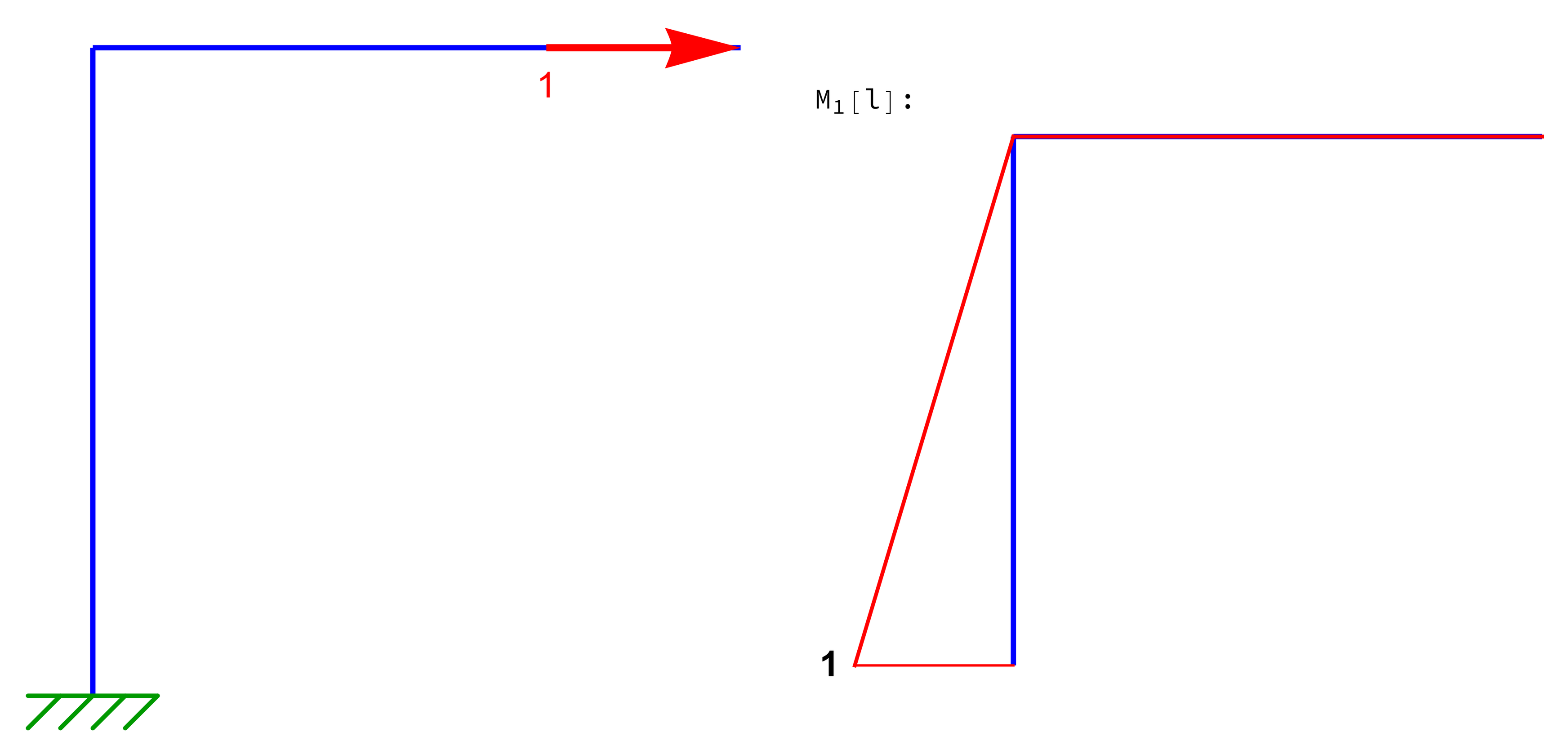
$$2\,E_k\,(\dot{\mathbf{q}}) = m\,[\,\dot{q}_2^{\,2} + \dot{q}_1^{\,2}\,] = m\,\dot{q}_1^{\,2} + m\,\dot{q}_2^{\,2} = \dot{\mathbf{q}}^T\,\mathbf{M}\,\dot{\mathbf{q}}$$

Macierz mas:

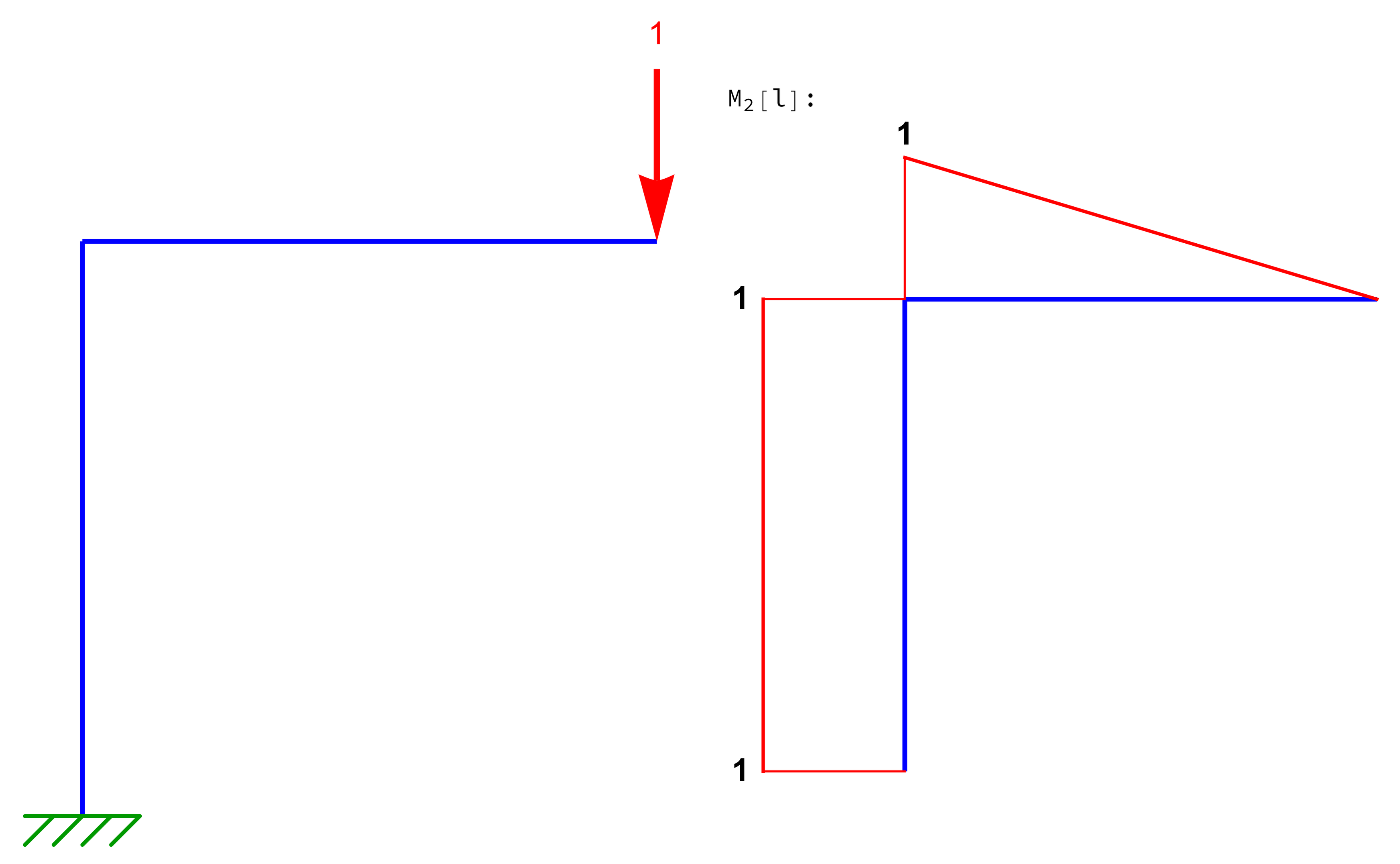
$$\mathbf{M} = m\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Wykresy momentów zginających od jednostkowych sił bezwładności:

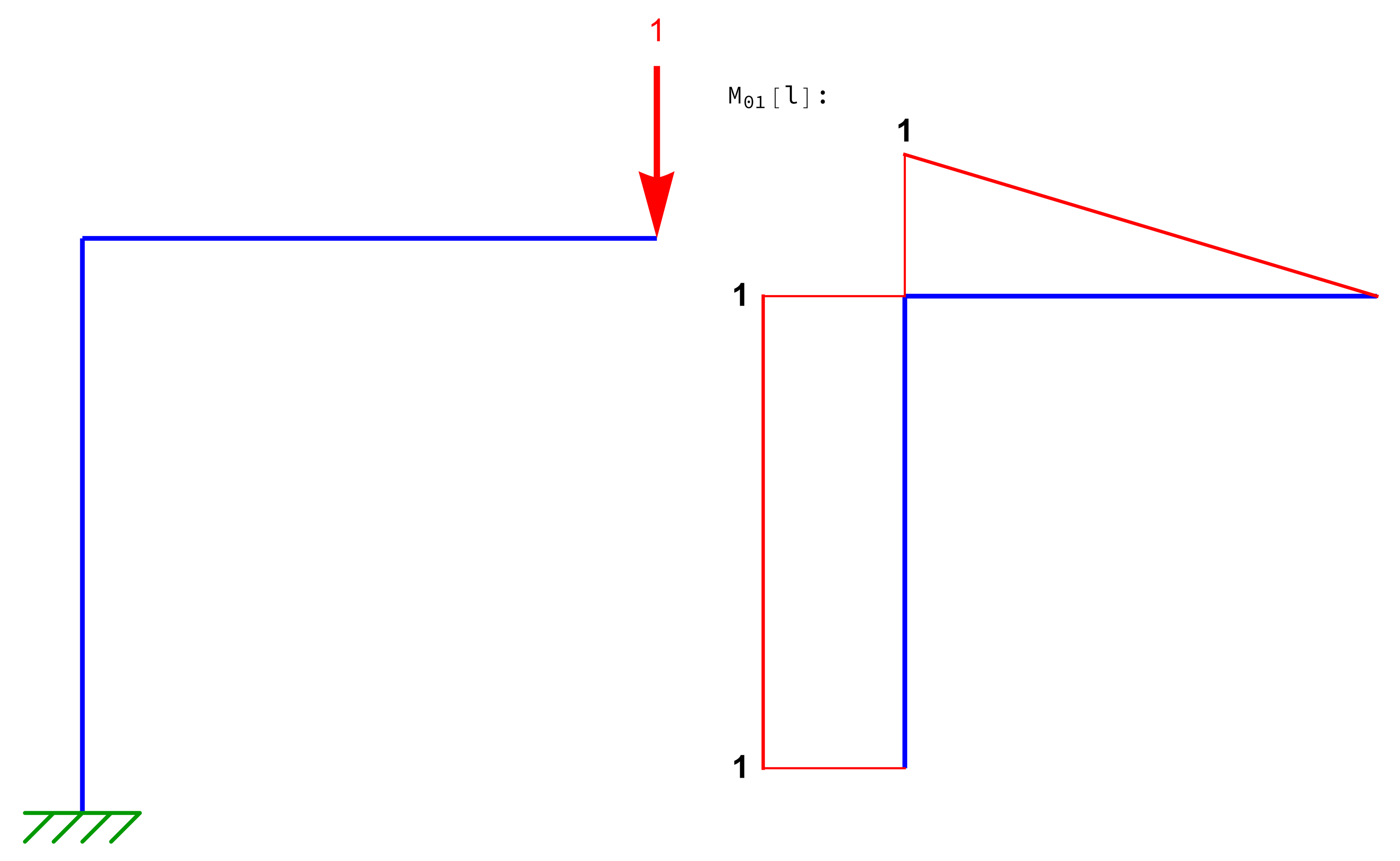
– od q_1:



– od q_2:



Wykresy momentów zginających od jednostkowego obciążenia wymuszającego:



Macierz podatności:

$$d_{11} = \frac{1}{EJ}\,[\,(\tfrac{1}{2}\cdot l\cdot l)\,(\tfrac{2}{3}\cdot l)\,]_1 = \frac{1}{3}\frac{l^3}{EJ}$$

$$d_{12} = d_{21} = \frac{1}{EJ}\,[\,(\tfrac{1}{2}\cdot l\cdot l)\,(l)\,]_1 = \frac{1}{2}\frac{l^3}{EJ}$$

$$d_{22} = \frac{1}{EJ}\,[\,(l\cdot l)\,(l)\,]_1 + \frac{1}{EJ}\,[\,(\tfrac{1}{2}\cdot l\cdot l)\,(\tfrac{2}{3}\cdot l)\,]_2 = \frac{4}{3}\frac{l^3}{EJ}$$

$$\mathbf{D} = \frac{l^3}{EJ}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{4}{3} \end{pmatrix}$$

Przemieszczenia od jednostkowego obciążenia wymuszającego:

$$d_{10} = \frac{1}{EJ}\,[\,(l\cdot l)\,(\tfrac{1}{2}\cdot l)\,]_1 = \frac{1}{2}\frac{l^3}{EJ}$$

$$d_{20} = \frac{1}{EJ}\,[\,(l\cdot l)\,(l)\,]_1 + \frac{1}{EJ}\,[\,(\tfrac{1}{2}\cdot l\cdot l)\,(\tfrac{2}{3}\cdot l)\,]_2 = \frac{4}{3}\frac{l^3}{EJ}$$

ZADANIE DRGAŃ HARMONICZNYCH

– poszukiwanie funkcji przemieszczeń postaci:

$$\mathbf{q}\,(t) = \mathbf{a}\,\sin(\theta\,t) = \mathbf{a}\,\sin((\frac{EJ}{l^3\,m})^{0.500}\,t)$$

– równania ruchu:

$$(\,\mathbf{I} - \theta^2\,\mathbf{D}\,\mathbf{M}\,)\,\mathbf{a} = \mathbf{d_0}\,P$$

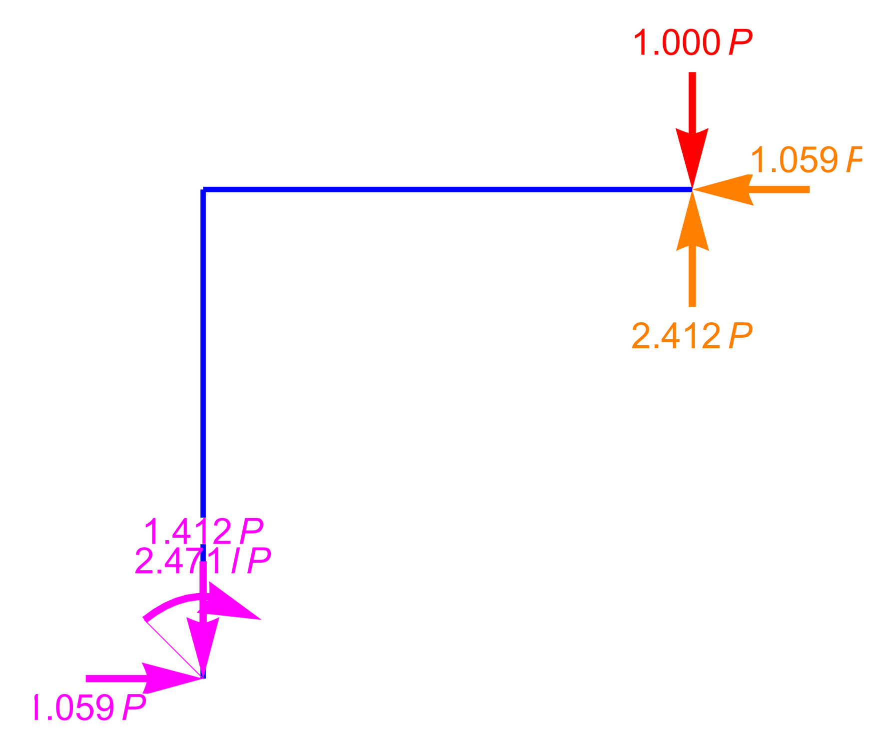
$$(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - 1.0000\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{4}{3} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix})\,\mathbf{a} = \frac{l^3\,P}{EJ}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{4}{3} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}\mathbf{a} = \frac{l^3\,P}{EJ}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{4}{3} \end{pmatrix}$$

Wektor amplitud przemieszczeń:

$$\mathbf{a} = \frac{l^3\,P}{EJ}\begin{pmatrix} -1.059 \\ -2.412 \end{pmatrix}$$

Amplitudy sił działających na konstrukcje:



Rozwiązanie przygotował Karol Bołbotowski.