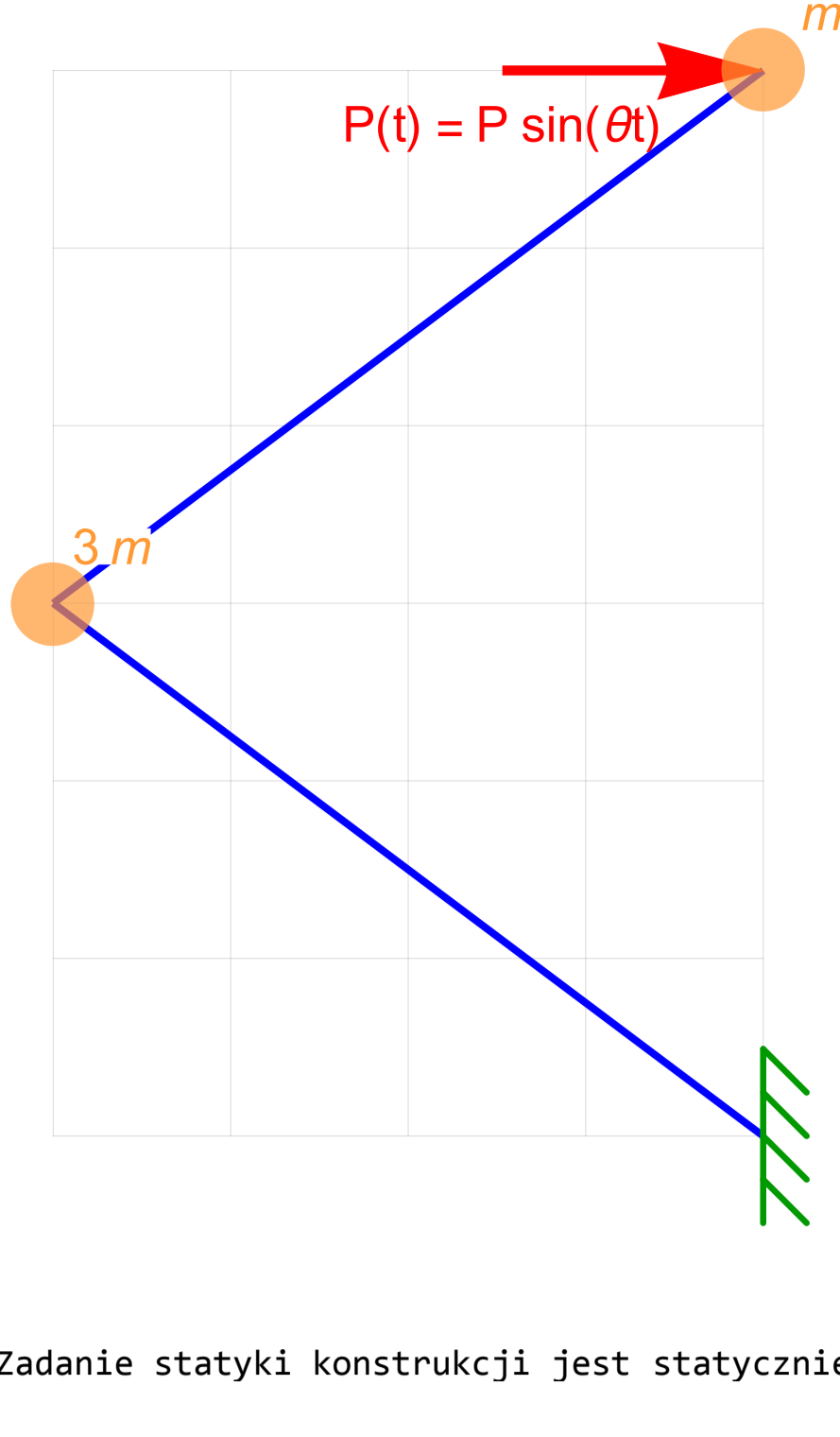
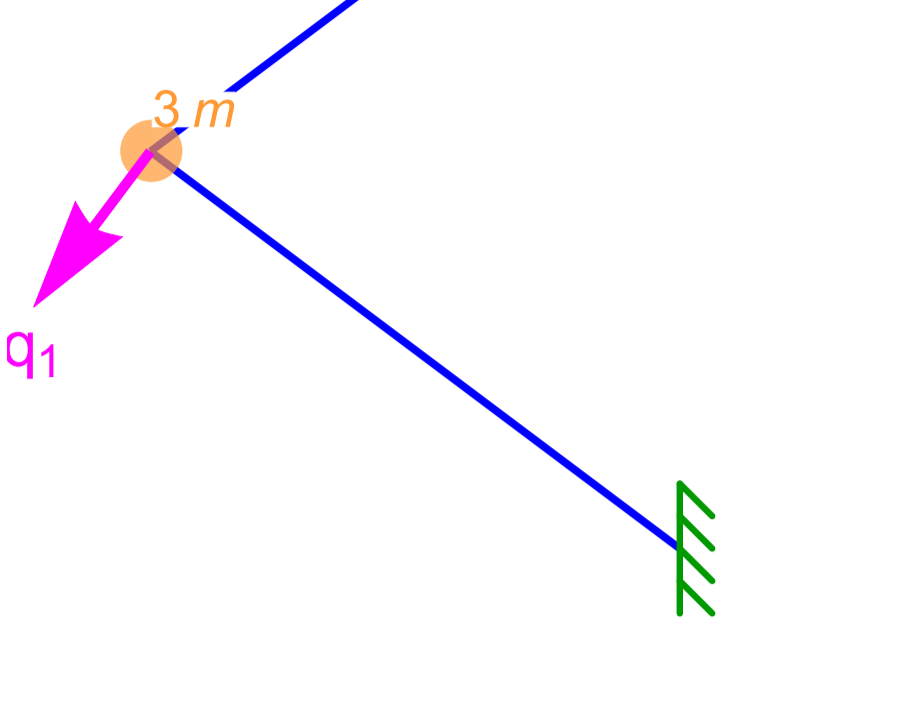


Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki - 1, $\theta = \sqrt{\frac{EJ}{1^3 m}}$):

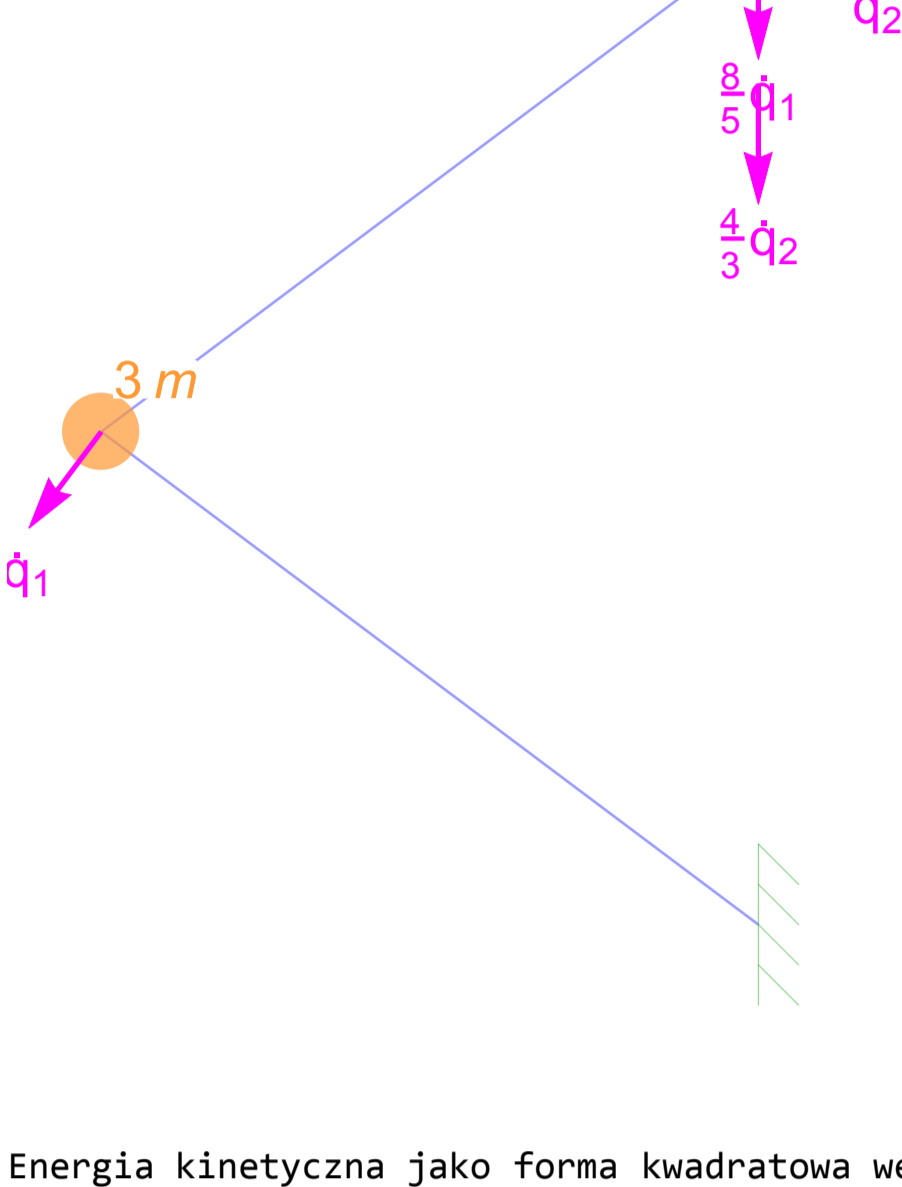


Zadanie statyki konstrukcji jest statycznie wyznaczalne.

Współrzędne Lagrange'a:



Plan predkosci:



Energia kinetyczna jako forma kwadratowa wektora $\dot{\mathbf{q}}$:

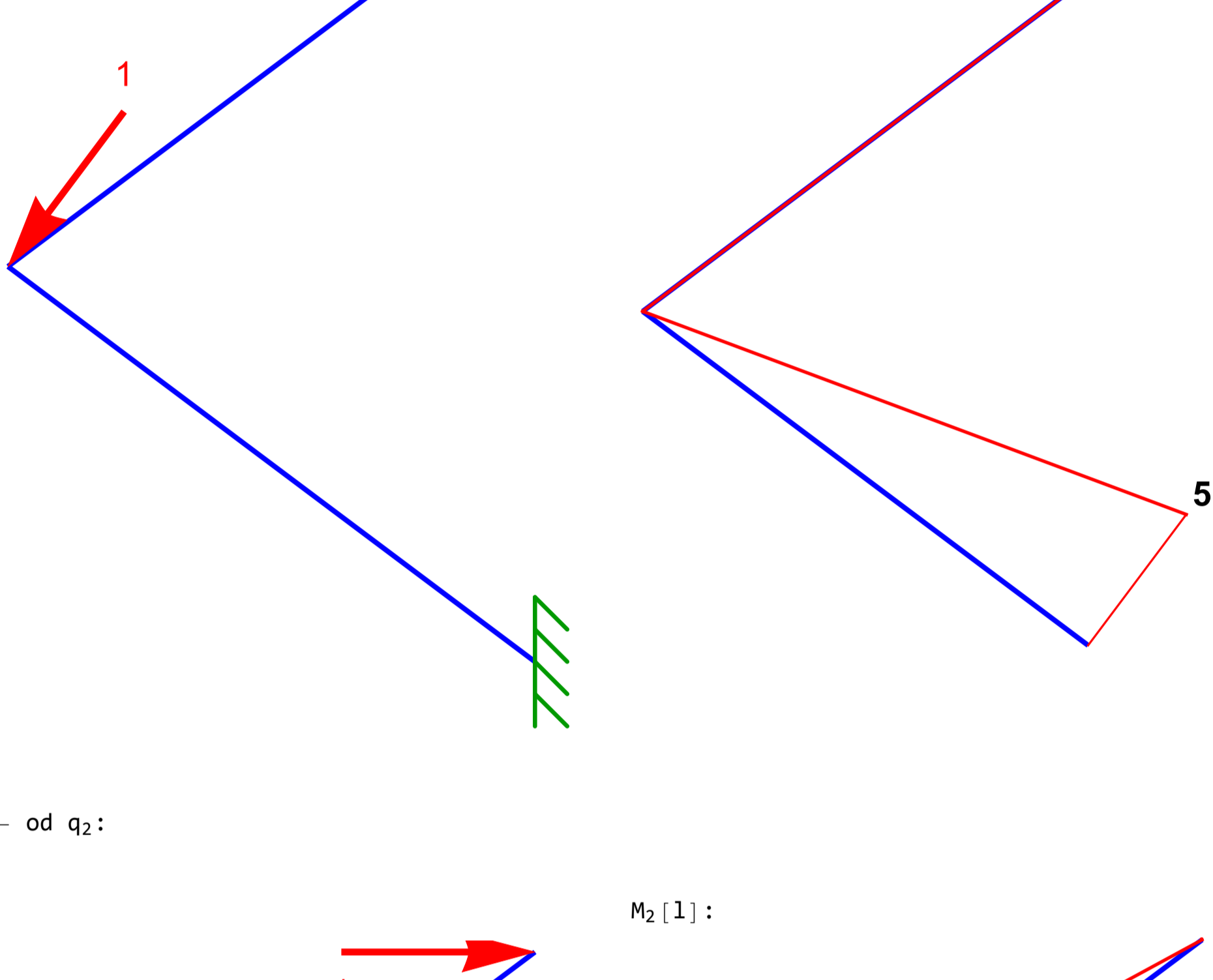
$$2 E_k (\dot{\mathbf{q}}) = 3m \dot{q}_1^2 + m \left[\dot{q}_2^2 + \left(\frac{8}{5} \dot{q}_1 + \frac{4}{3} \dot{q}_2 \right)^2 \right] = \frac{139}{25} m \dot{q}_1^2 + \frac{32}{15} m \dot{q}_1 \dot{q}_2 + \frac{32}{15} m \dot{q}_2 \dot{q}_1 + \frac{25}{9} m \dot{q}_2^2 = \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}}$$

Macierz mas:

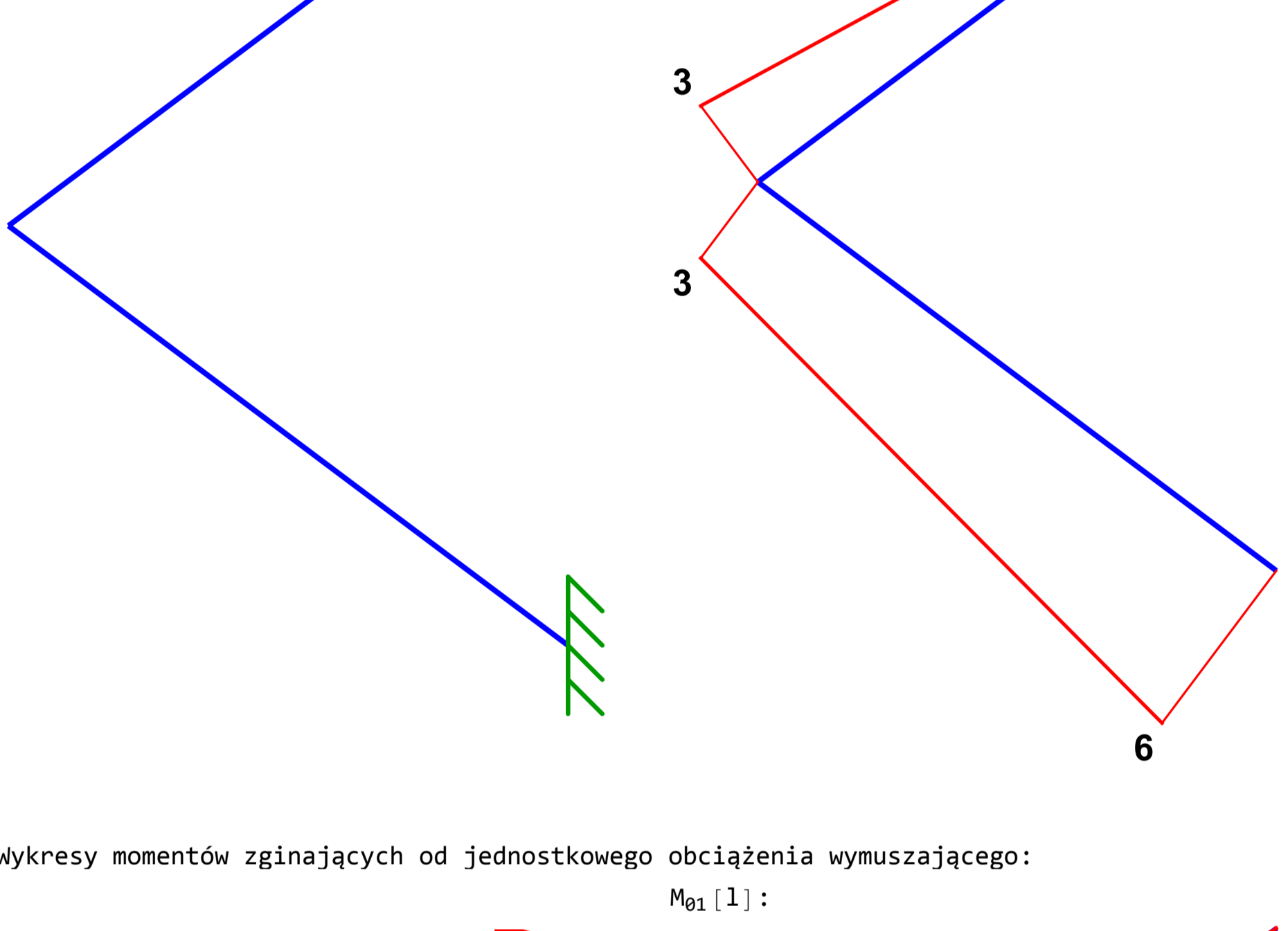
$$\mathbf{M} = m \begin{pmatrix} \frac{139}{25} & \frac{32}{15} \\ \frac{32}{15} & \frac{25}{9} \end{pmatrix}$$

Wykresy momentów zginających od jednostkowych sił bezwładności:

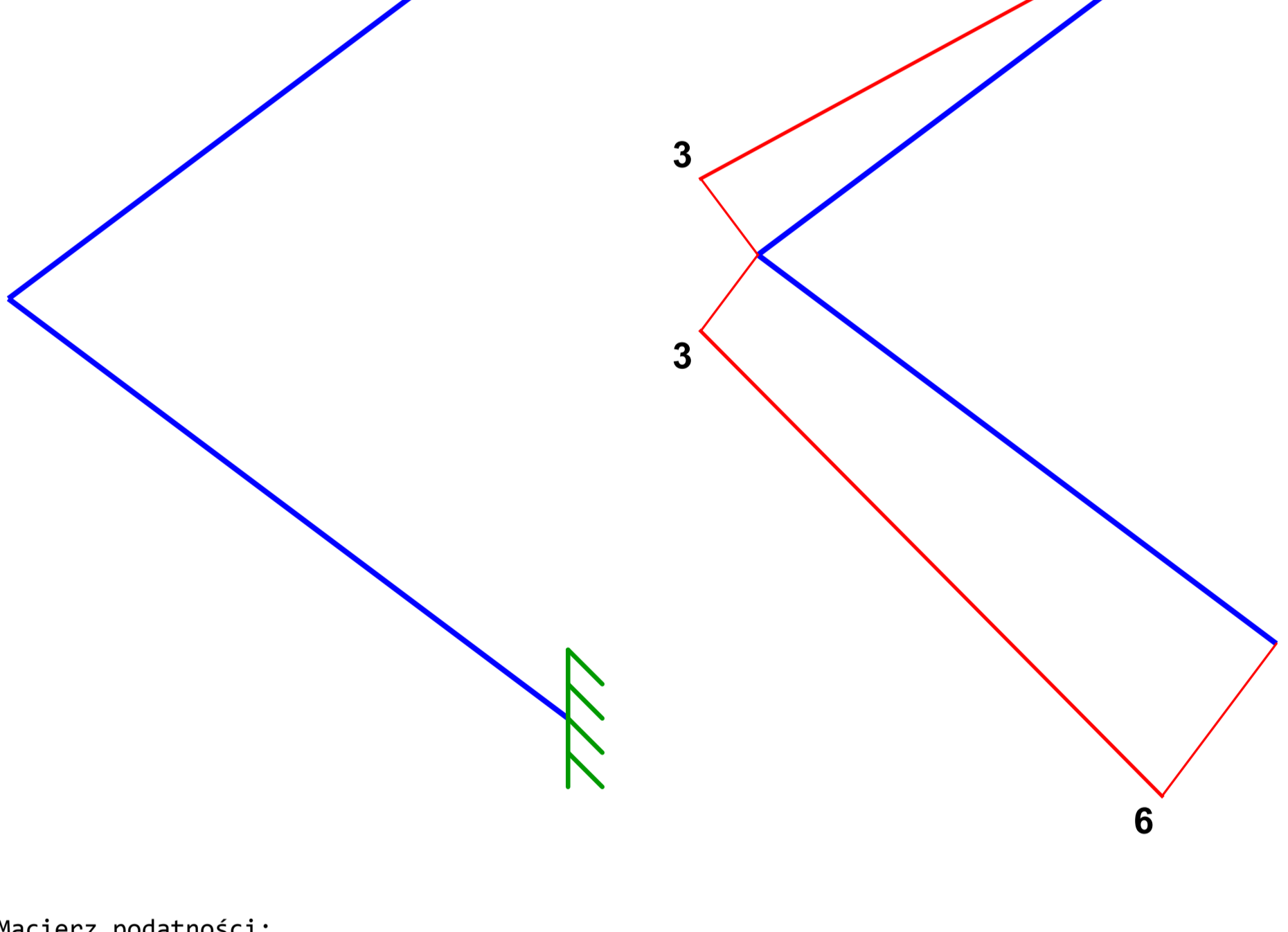
- od q_1 :



- od q_2 :



Wykresy momentów zginających od jednostkowego obciążenia wymuszającego:



Macierz podatności:

$$d_{11} = \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 51 \cdot 51 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 51 \right) \right]_1 = \frac{125}{3} \frac{1^3}{EJ}$$

$$d_{12} = d_{21} = \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 51 \cdot 51 \right) \left(\frac{1}{3} \cdot (-31) + \frac{2}{3} \cdot (-61) \right) \right]_1 = -\frac{125}{2} \frac{1^3}{EJ}$$

$$d_{22} = \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 31 \cdot 51 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 31 + \frac{1}{3} \cdot 61 \right) + \left(\frac{1}{2} \cdot 61 \cdot 51 \right) \left(\frac{1}{3} \cdot 31 + \frac{2}{3} \cdot 61 \right) \right]_1 + \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 31 \cdot 51 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 31 \right) \right]_2 = 120 \frac{1^3}{EJ}$$

$$\mathbf{D} = \frac{1^3}{EJ} \begin{pmatrix} \frac{125}{3} & -\frac{125}{2} \\ -\frac{125}{2} & 120 \end{pmatrix}$$

Przemieszczenia od jednostkowego obciążenia wymuszającego:

$$d_{10} = \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 31 \cdot 51 \right) \left(\frac{1}{3} \cdot (-51) \right) + \left(\frac{1}{2} \cdot 61 \cdot 51 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot (-51) \right) \right]_1 = -\frac{125}{2} \frac{1^3}{EJ}$$

$$d_{20} = \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 31 \cdot 51 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 31 + \frac{1}{3} \cdot 61 \right) + \left(\frac{1}{2} \cdot 61 \cdot 51 \right) \left(\frac{1}{3} \cdot 31 + \frac{2}{3} \cdot 61 \right) \right]_1 + \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 31 \cdot 51 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 31 \right) \right]_2 = 120 \frac{1^3}{EJ}$$

ZADANIE DRGAŃ HARMONICZNYCH

- poszukiwanie funkcji przemieszczeń postaci:

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{a} \sin(\theta t) = \mathbf{a} \sin\left(\sqrt{\frac{EJ}{1^3 m}} t\right)^{0.500} t$$

- równania ruchu:

$$(\mathbf{I} - \theta^2 \mathbf{D} \mathbf{M}) \mathbf{a} = \mathbf{d}_0 \mathbf{P}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - 1.0000 \begin{pmatrix} \frac{125}{3} & -\frac{125}{2} \\ -\frac{125}{2} & 120 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{139}{25} & \frac{32}{15} \\ \frac{32}{15} & \frac{25}{9} \end{pmatrix} \mathbf{a} = \frac{1^3 \mathbf{P}}{EJ} \begin{pmatrix} -\frac{125}{2} \\ 120 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{292}{3} & \frac{1525}{18} \\ \frac{183}{2} & -199 \end{pmatrix} \mathbf{a} = \frac{1^3 \mathbf{P}}{EJ} \begin{pmatrix} -\frac{125}{2} \\ 120 \end{pmatrix}$$

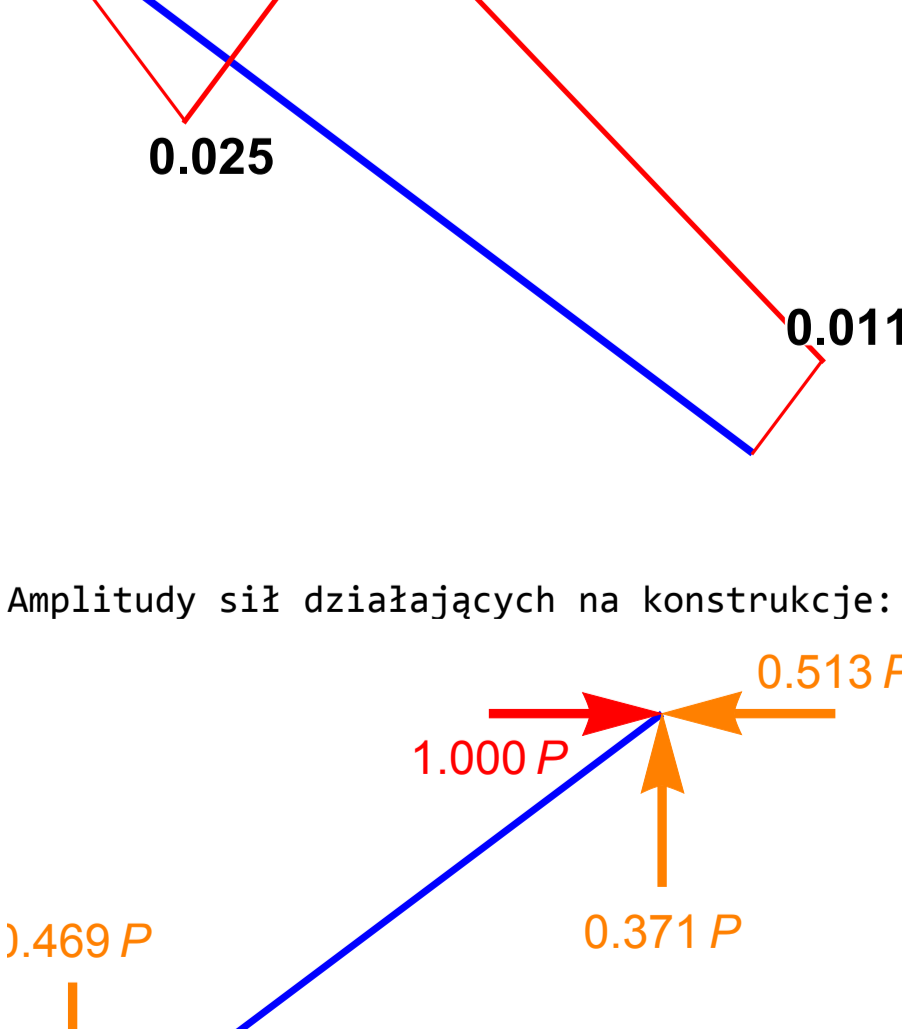
Wektor amplitud przemieszczeń:

$$\mathbf{a} = \frac{1^3 \mathbf{P}}{EJ} \begin{pmatrix} 0.195 \\ -0.513 \end{pmatrix}$$

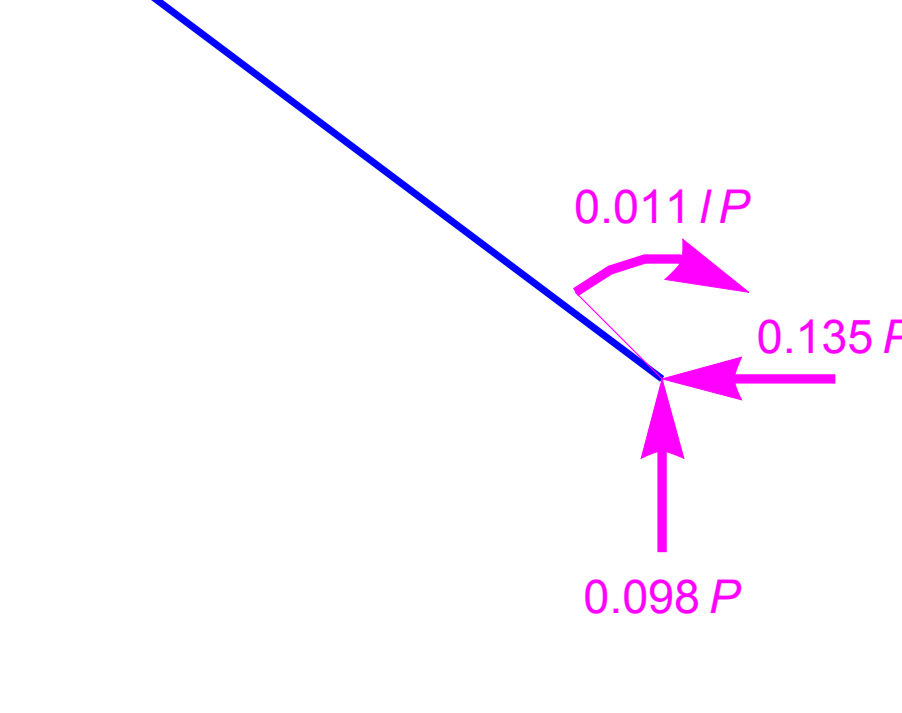
Wektor prac wirtualnych sił bezwładności:

$$\hat{\mathbf{B}} = \theta^2 \mathbf{M} \mathbf{a} = \frac{EJ}{1^3 m} m \begin{pmatrix} \frac{139}{25} & \frac{32}{15} \\ \frac{32}{15} & \frac{25}{9} \end{pmatrix} \frac{1^3 \mathbf{P}}{EJ} \begin{pmatrix} 0.195 \\ -0.513 \end{pmatrix} = \mathbf{P} \begin{pmatrix} -0.008 \\ -1.008 \end{pmatrix}$$

Wykres amplitudy momentów zginających:



Amplitudy sił działających na konstrukcje:



Zadanie przygotował Karol Bołbotowski.