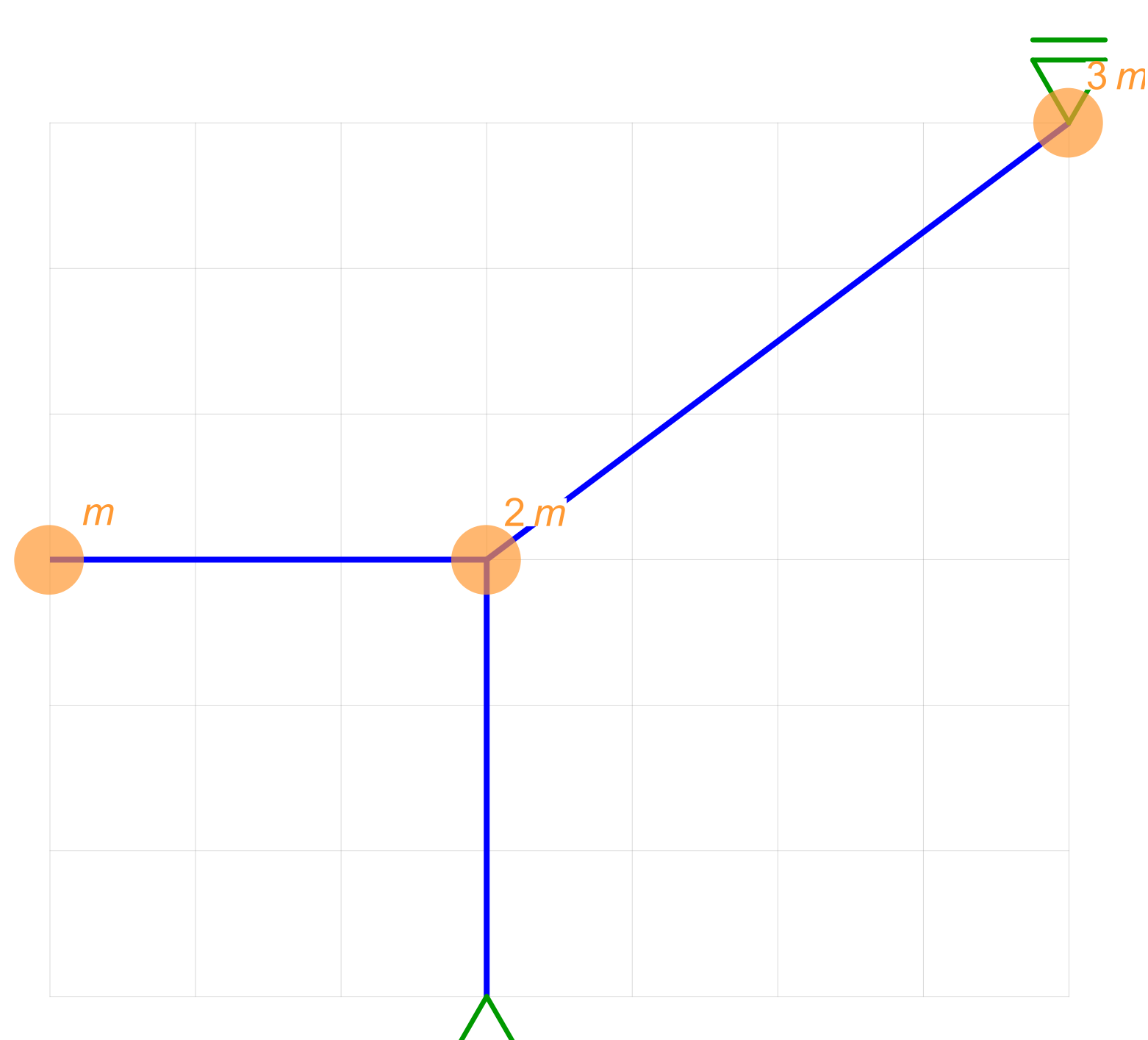


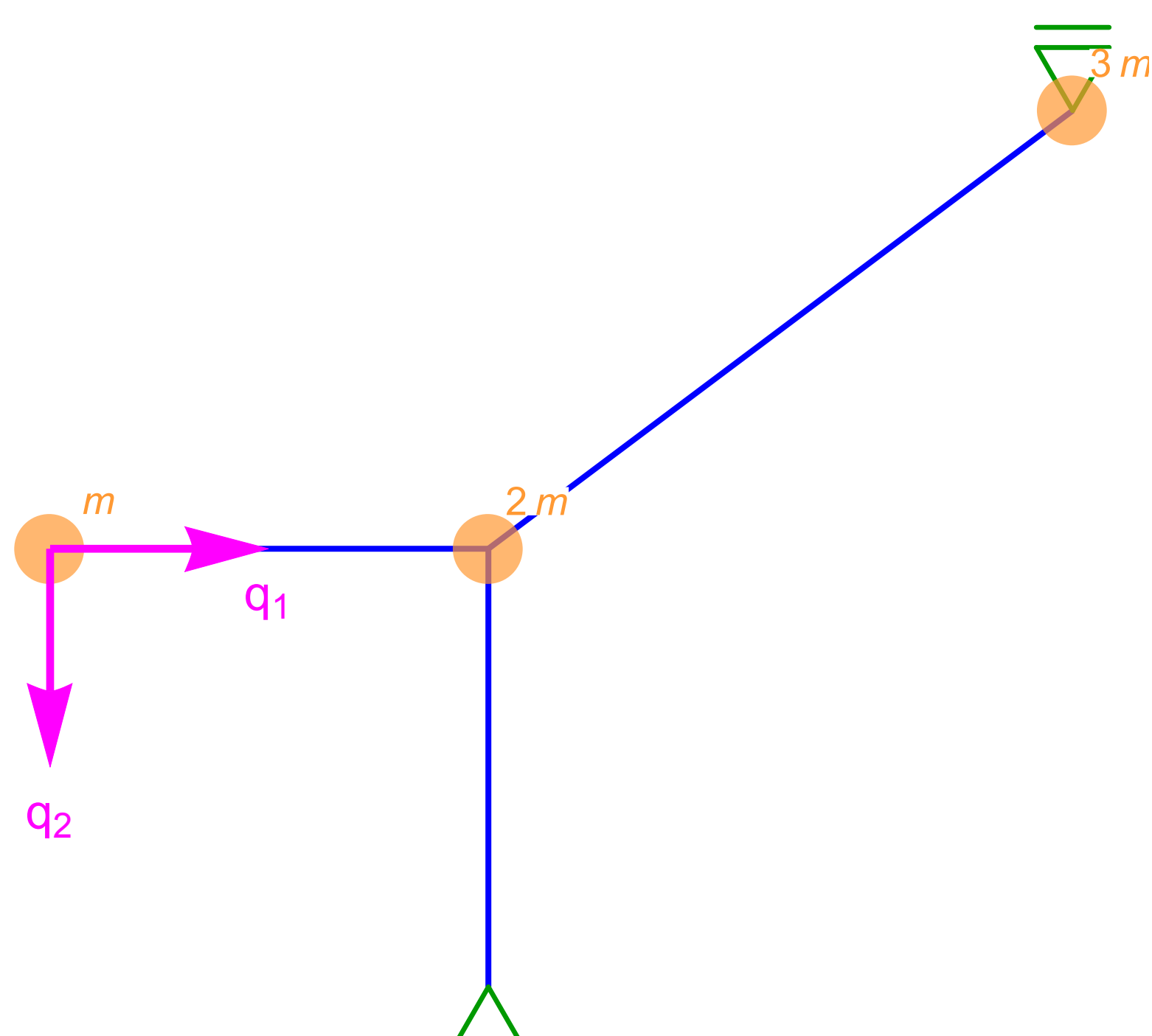
Obliczyć częstości drgań własnych.

Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki - 1):

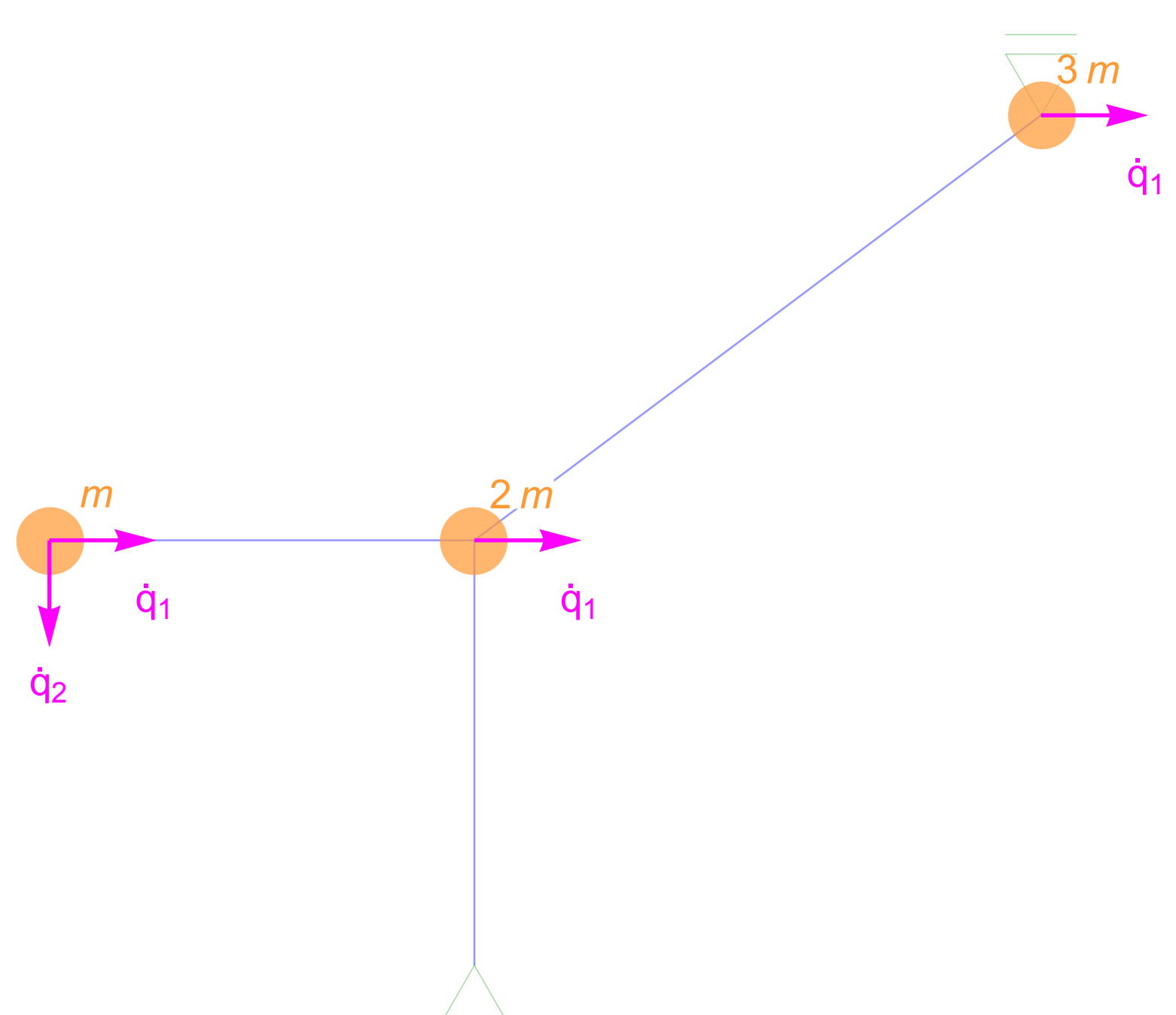


Zadanie statyki konstrukcji jest statycznie wyznaczalne.

Współrzędne Lagrange'a:



Plan predkosci:



Energia kinetyczna jako forma kwadratowa wektora  $\dot{\mathbf{q}}$ :

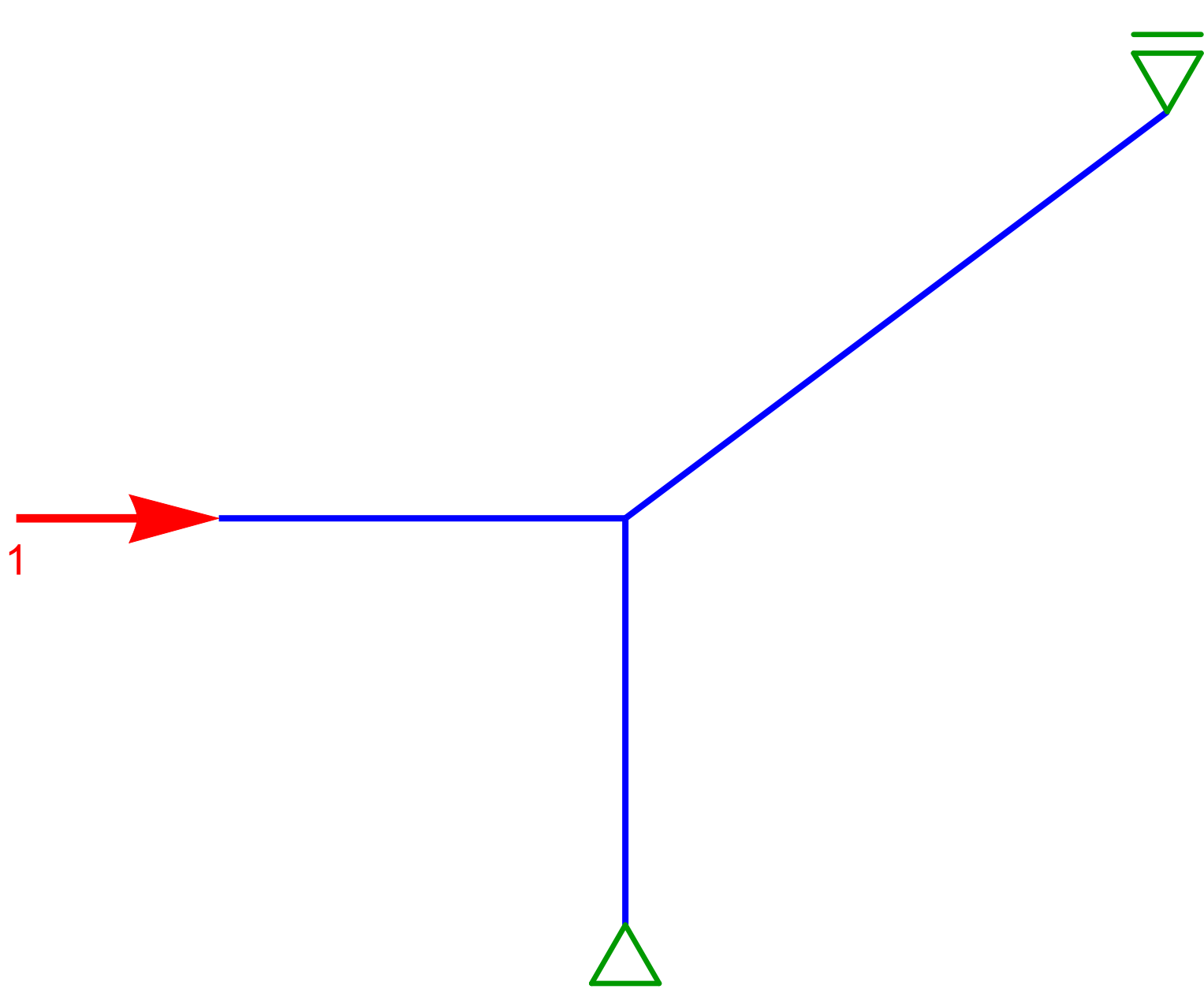
$$2 E_k(\dot{\mathbf{q}}) = 2m \dot{q}_1^2 + m [\dot{q}_2^2 + \dot{q}_1^2] + 3m \dot{q}_1^2 = 6m \dot{q}_1^2 + m \dot{q}_2^2 = \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}}$$

Macierz mas:

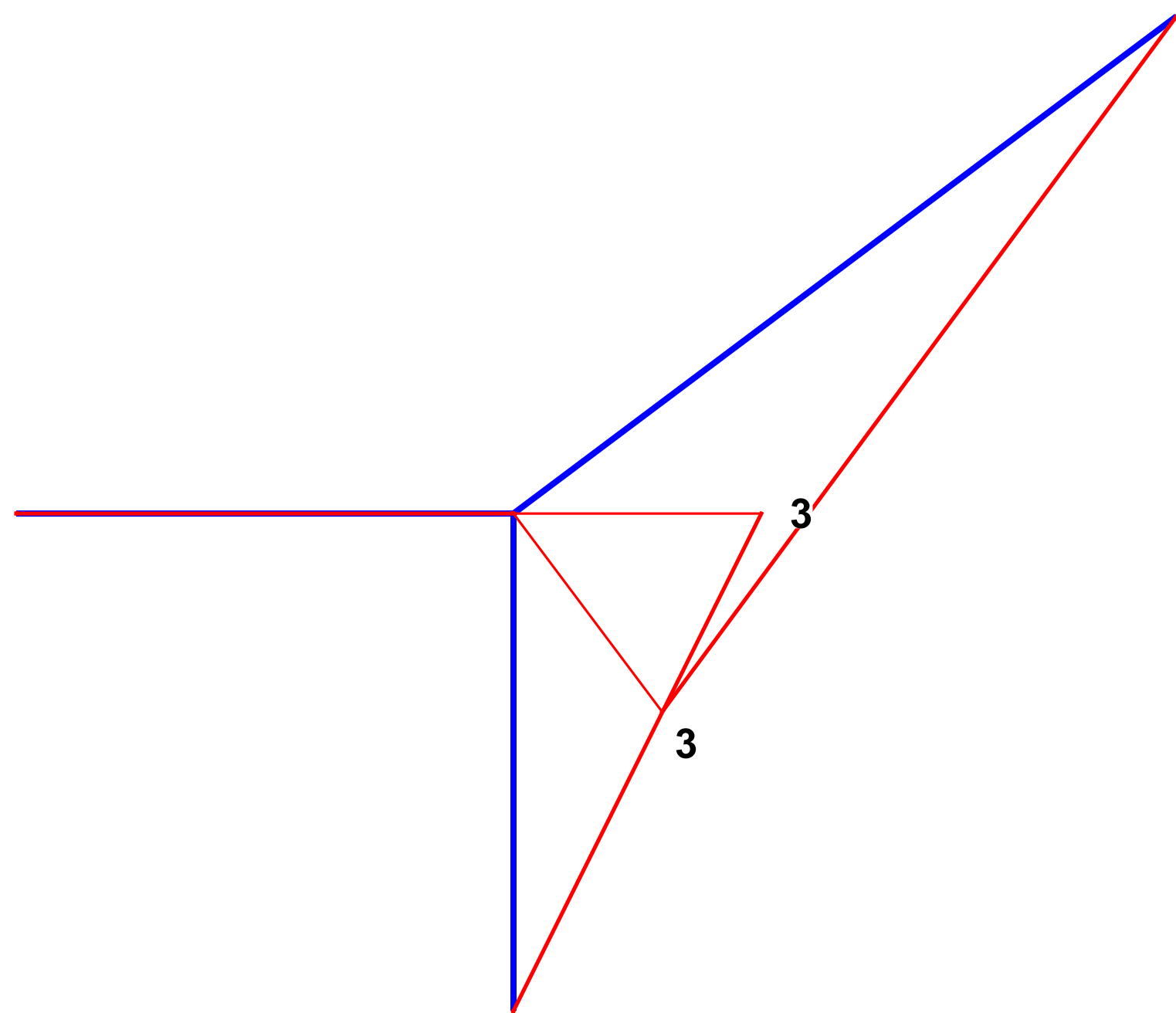
$$\mathbf{M} = m \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Wykresy momentów zginających od jednostkowych sił bezwładności:

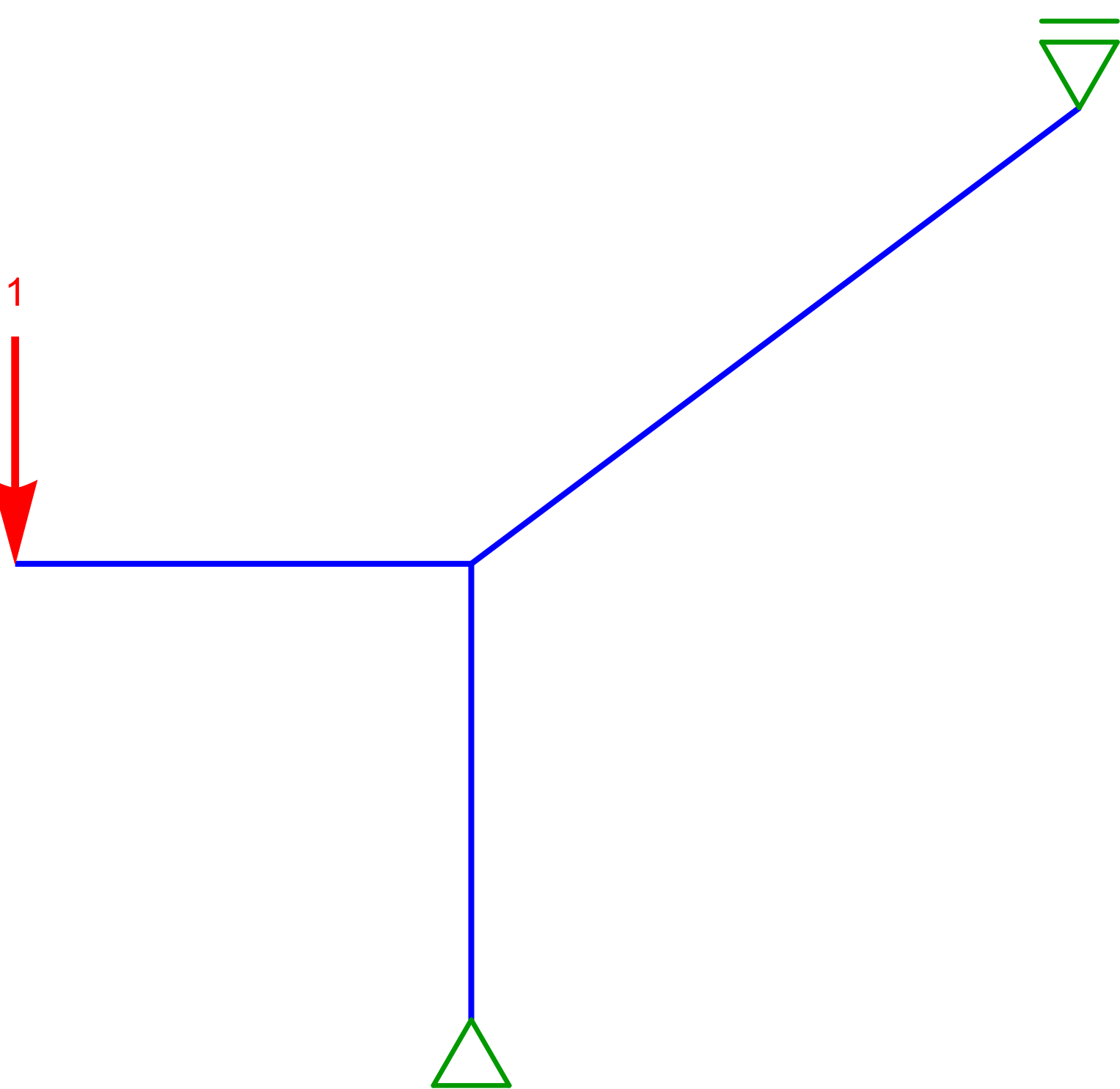
- od  $q_1$ :



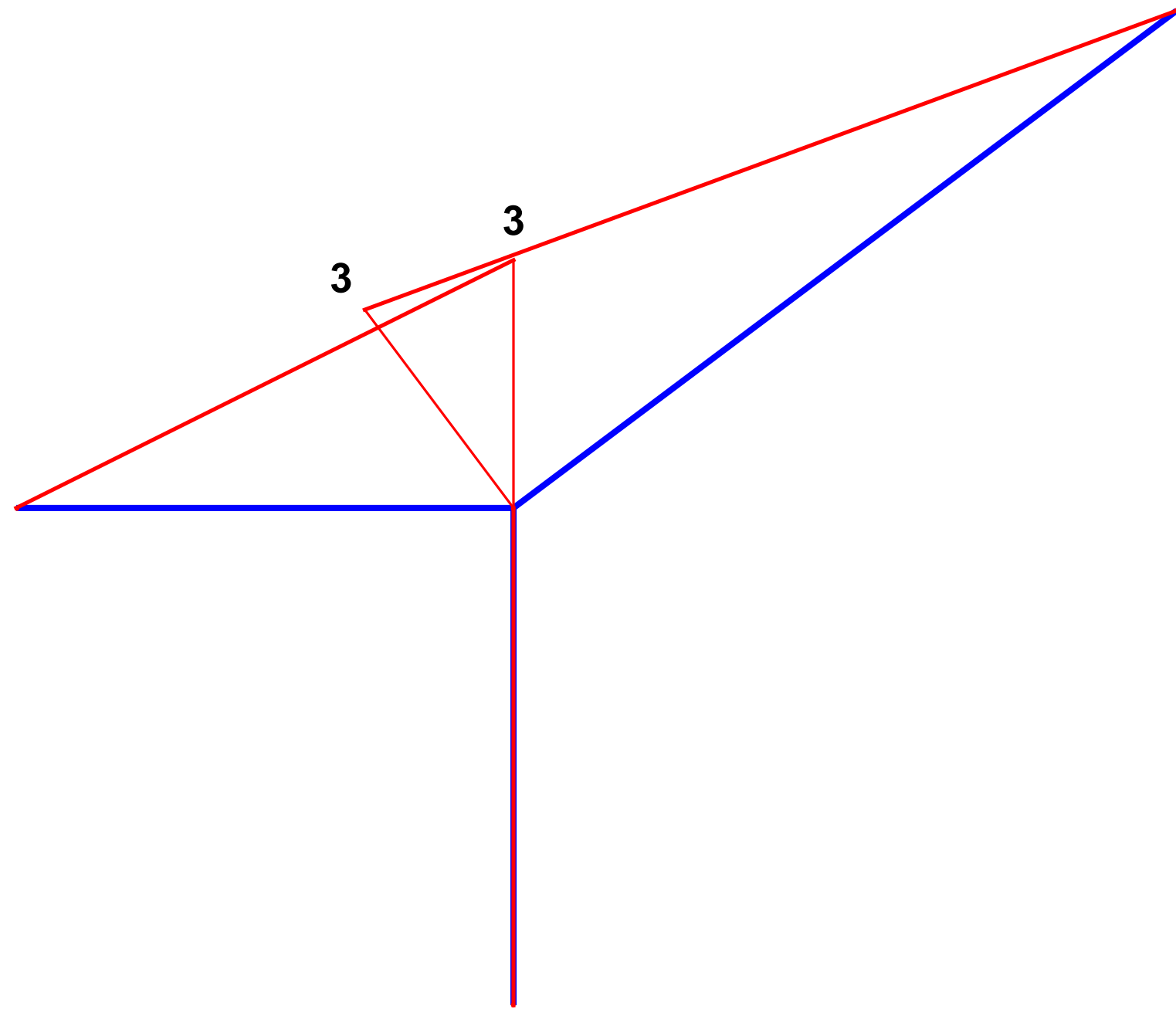
$M_1[1]$ :



- od  $q_2$ :



$M_2[1]$ :



Macierz podatności:

$$d_{11} = \frac{1}{EJ} [(\frac{1}{2} \cdot 31 \cdot 31)(\frac{2}{3} \cdot 31)]_1 + \frac{1}{EJ} [(\frac{1}{2} \cdot 31 \cdot 51)(\frac{2}{3} \cdot 31)]_3 = 24 \frac{1^3}{EJ}$$

$$d_{12} = d_{21} = \frac{1}{EJ} [(\frac{1}{2} \cdot 31 \cdot 51)(\frac{2}{3} \cdot (-31))]_3 = -15 \frac{1^3}{EJ}$$

$$d_{22} = \frac{1}{EJ} [(\frac{1}{2} \cdot 31 \cdot 31)(\frac{2}{3} \cdot 31)]_2 + \frac{1}{EJ} [(\frac{1}{2} \cdot 31 \cdot 51)(\frac{2}{3} \cdot 31)]_3 = 24 \frac{1^3}{EJ}$$

$$\mathbf{D} = \frac{1^3}{EJ} \begin{pmatrix} 24 & -15 \\ -15 & 24 \end{pmatrix}$$

ZADANIE DRGAŃ WŁASNYCH:

- poszukiwanie funkcji przemieszczeń postaci:

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{a} \sin(\omega t)$$

- zadanie własne:

$$(\mathbf{I} - \omega^2 \mathbf{D} \mathbf{M}) \mathbf{a} = \mathbf{0}$$

- równanie charakterystyczne ( $\lambda = \frac{\omega^2 1^3 m}{EJ}$ ):

$$\det(\mathbf{I} - \omega^2 \mathbf{D} \mathbf{M}) = 0$$

$$\det \begin{pmatrix} 1 - 144\lambda & 15\lambda \\ 90\lambda & 1 - 24\lambda \end{pmatrix} = 1 - 168\lambda + 2106\lambda^2 = 0$$

$$\lambda^{(1)} = 0.00648, \quad \lambda^{(2)} = 0.07329$$

Częstości drgań własnych:

$$\omega^{(1)} = 0.080 \sqrt{\frac{EJ}{1^3 m}}, \quad \omega^{(2)} = 0.271 \sqrt{\frac{EJ}{1^3 m}}$$

Zadanie przygotował Karol Bołbotowski.