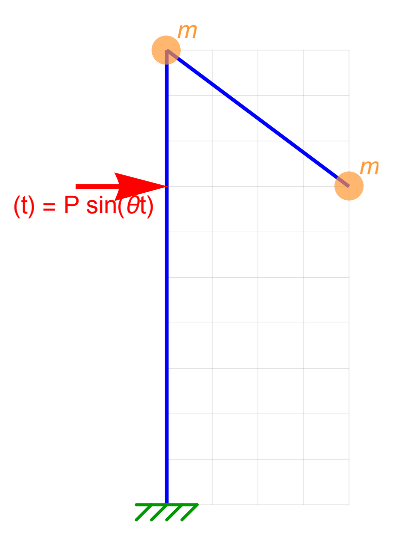
Kol 2.2 R.A. 2018/19

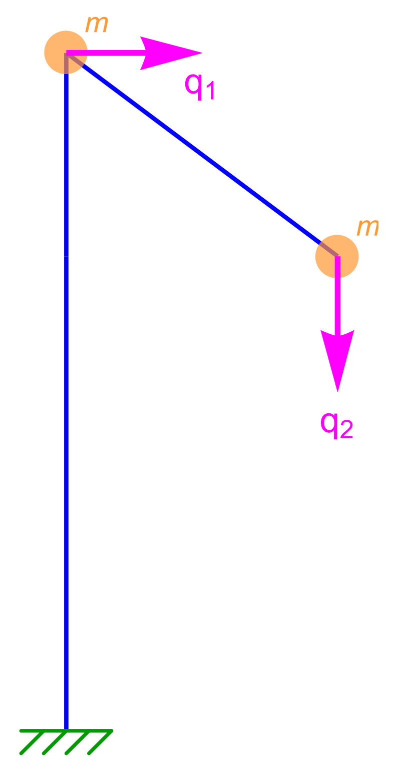
Obliczyć amplitudę momentu w utwierdzeniu.

Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki – l, $\Theta=\frac{1}{25}\sqrt{\frac{EJ}{l^3 m}}$):

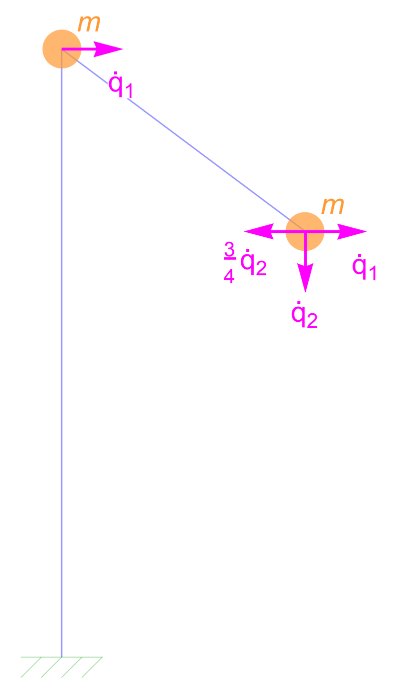


Zadanie statyki konstrukcji jest statycznie wyznaczalne.

Współrzędne Lagrange'a:



Plan predkości:



Energia kinetyczna jako forma kwadratowa wektora $\dot{\mathbf{q}}$:

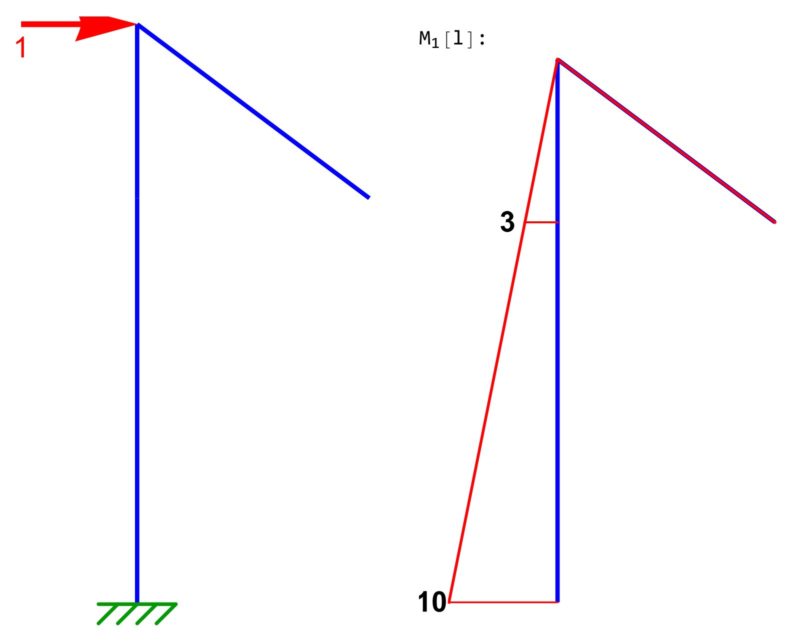
$$2\,E_k\,(\dot{\mathbf{q}}) = m\,\dot{q}_1^2 + m\left[\left(\dot{q}_1 - \frac{3}{4}\dot{q}_2\right)^2 + \dot{q}_2^2\right] = 2\,m\,\dot{q}_1^2 - \frac{3}{4}\,m\,\dot{q}_1\,\dot{q}_2 - \frac{3}{4}\,m\,\dot{q}_2\,\dot{q}_1 + \frac{25}{16}\,m\,\dot{q}_2^2 = \dot{\mathbf{q}}^T\,\mathbf{M}\,\dot{\mathbf{q}}$$

Macierz mas:

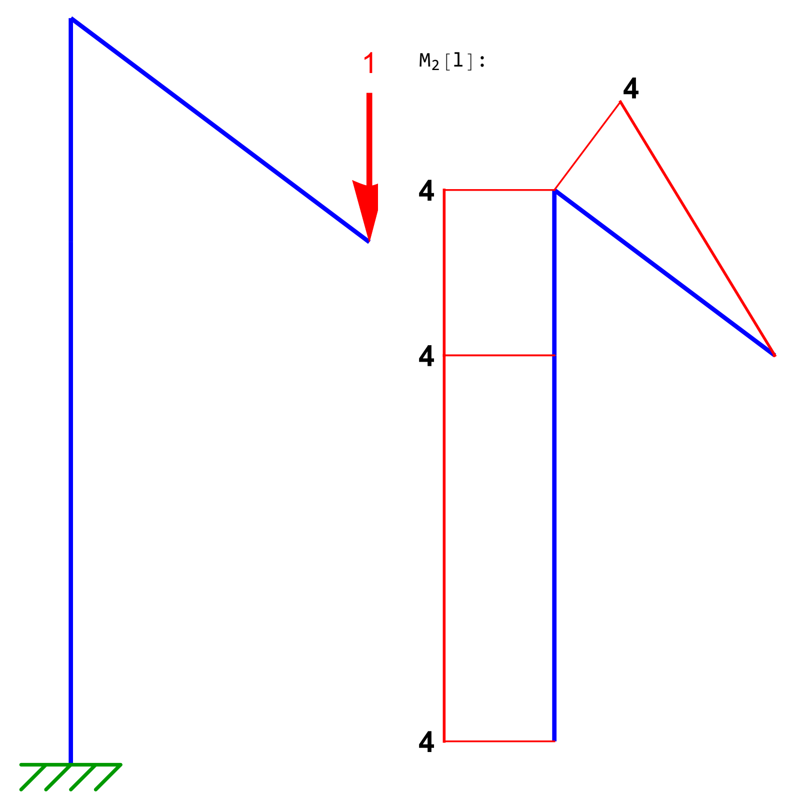
$$\mathbf{M} = m\begin{pmatrix} 2 & -\frac{3}{4} \\ -\frac{3}{4} & \frac{25}{16} \end{pmatrix}$$

Wykresy momentów zginających od jednostkowych sił bezwładności:

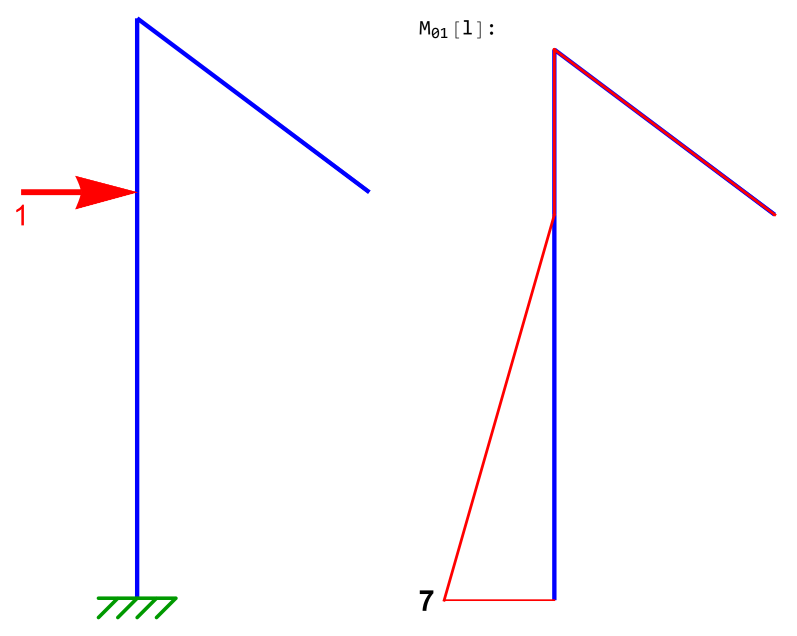
– od q_1:



– od q_2:



Wykresy momentów zginających od jednostkowego obciążenia wymuszającego:



Macierz podatności:

$$d_{11} = \frac{1}{EJ}\left[\left(\frac{1}{2}\cdot 10l\cdot 7\,l\right)\left(\frac{2}{3}\cdot 10l+\frac{1}{3}\cdot 3l\right)+\left(\frac{1}{2}\cdot 3l\cdot 7\,l\right)\left(\frac{1}{3}\cdot 10l+\frac{2}{3}\cdot 3l\right)\right]_1 + \frac{1}{EJ}\left[\left(\frac{1}{2}\cdot 3l\cdot 3\,l\right)\left(\frac{2}{3}\cdot 3l\right)\right]_2 = \frac{1000}{3}\frac{l^3}{EJ}$$

$$d_{12} = d_{21} = \frac{1}{EJ}\left[\left(\frac{1}{2}\cdot 10l\cdot 7\,l\right)(4l)+\left(\frac{1}{2}\cdot 3l\cdot 7\,l\right)(4l)\right]_1 + \frac{1}{EJ}\left[\left(\frac{1}{2}\cdot 3l\cdot 3\,l\right)(4l)\right]_2 = 200\frac{l^3}{EJ}$$

$$d_{22} = \frac{1}{EJ}\left[(4l\cdot 7\,l)(4l)\right]_1 + \frac{1}{EJ}\left[(4l\cdot 3\,l)(4l)\right]_2 + \frac{1}{EJ}\left[\left(\frac{1}{2}\cdot 4l\cdot 5\,l\right)\left(\frac{2}{3}\cdot 4l\right)\right]_3 = \frac{560}{3}\frac{l^3}{EJ}$$

$$\mathbf{D} = \frac{l^3}{EJ}\begin{pmatrix} \frac{1000}{3} & 200 \\ 200 & \frac{560}{3} \end{pmatrix}$$

Przemieszczenia od jednostkowego obciążenia wymuszającego:

$$d_{10} = \frac{1}{EJ}\left[\left(\frac{1}{2}\cdot 7l\cdot 7\,l\right)\left(\frac{2}{3}\cdot 10l+\frac{1}{3}\cdot 3l\right)\right]_1 = \frac{1127}{6}\frac{l^3}{EJ}$$

$$d_{20} = \frac{1}{EJ}\left[\left(\frac{1}{2}\cdot 7l\cdot 7\,l\right)(4l)\right]_1 = 98\frac{l^3}{EJ}$$

ZADANIE DRGAŃ HARMONICZNYCH

– poszukiwanie funkcji przemieszczeń postaci:

$$\mathbf{q}\,(t) = \mathbf{a}\,\sin(\theta\,t) = \mathbf{a}\,\sin\left(0.040\sqrt{\frac{EJ}{l^3\,m}}\;t\right)$$

– równania ruchu:

$$(\,\mathbf{I} - \theta^2\,\mathbf{D}\,\mathbf{M}\,)\,\mathbf{a} = \mathbf{d_0}\,P$$

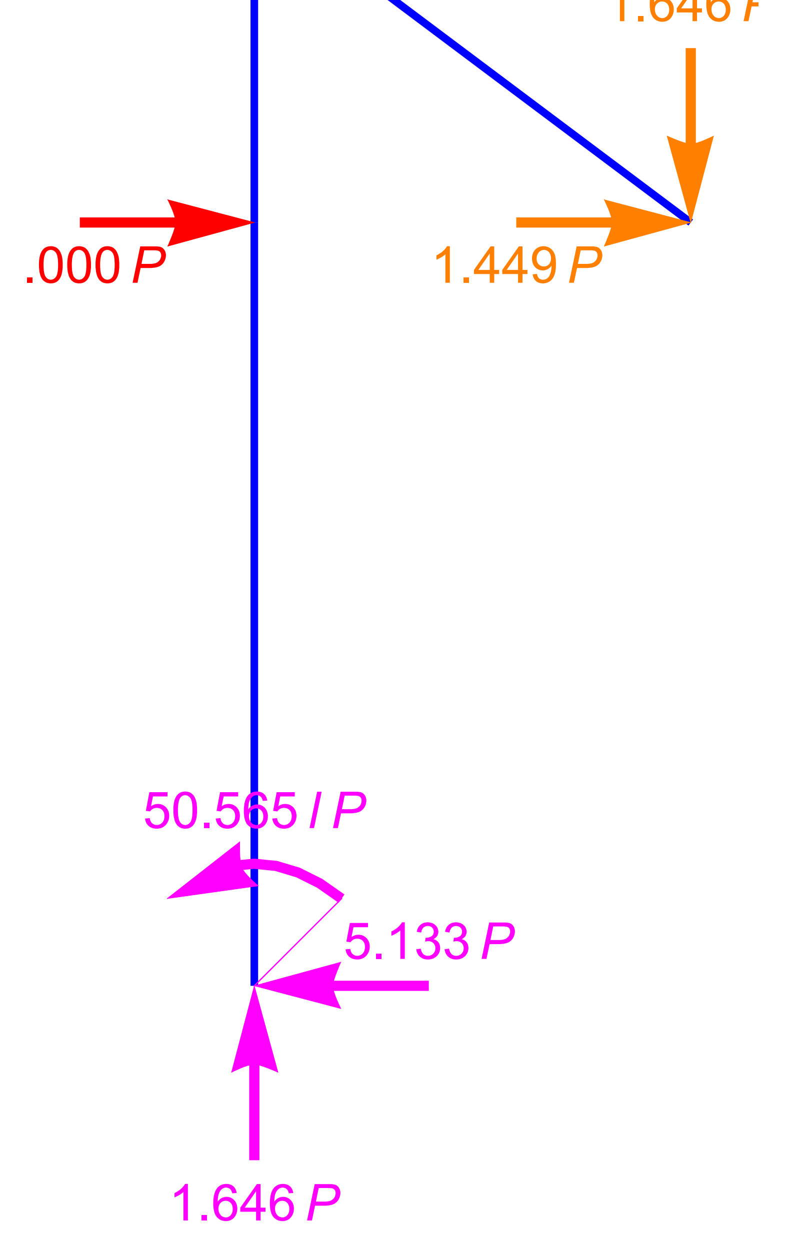
$$\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - 0.0016\begin{pmatrix} \frac{1000}{3} & 200 \\ 200 & \frac{560}{3} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -\frac{3}{4} \\ -\frac{3}{4} & \frac{25}{16} \end{pmatrix}\right)\mathbf{a} = \frac{l^3\,P}{EJ}\begin{pmatrix} \frac{1127}{6} \\ 98 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{13}{75} & -\frac{1}{10} \\ -\frac{52}{125} & \frac{58}{75} \end{pmatrix}\mathbf{a} = \frac{l^3\,P}{EJ}\begin{pmatrix} \frac{1127}{6} \\ 98 \end{pmatrix}$$

Wektor amplitud przemieszczeń:

$$\mathbf{a} = \frac{l^3\,P}{EJ}\begin{pmatrix} 1677.308 \\ 1029.000 \end{pmatrix}$$

Amplitudy sił działających na konstrukcje:



Zadanie przygotował Karol Bołbotowski.