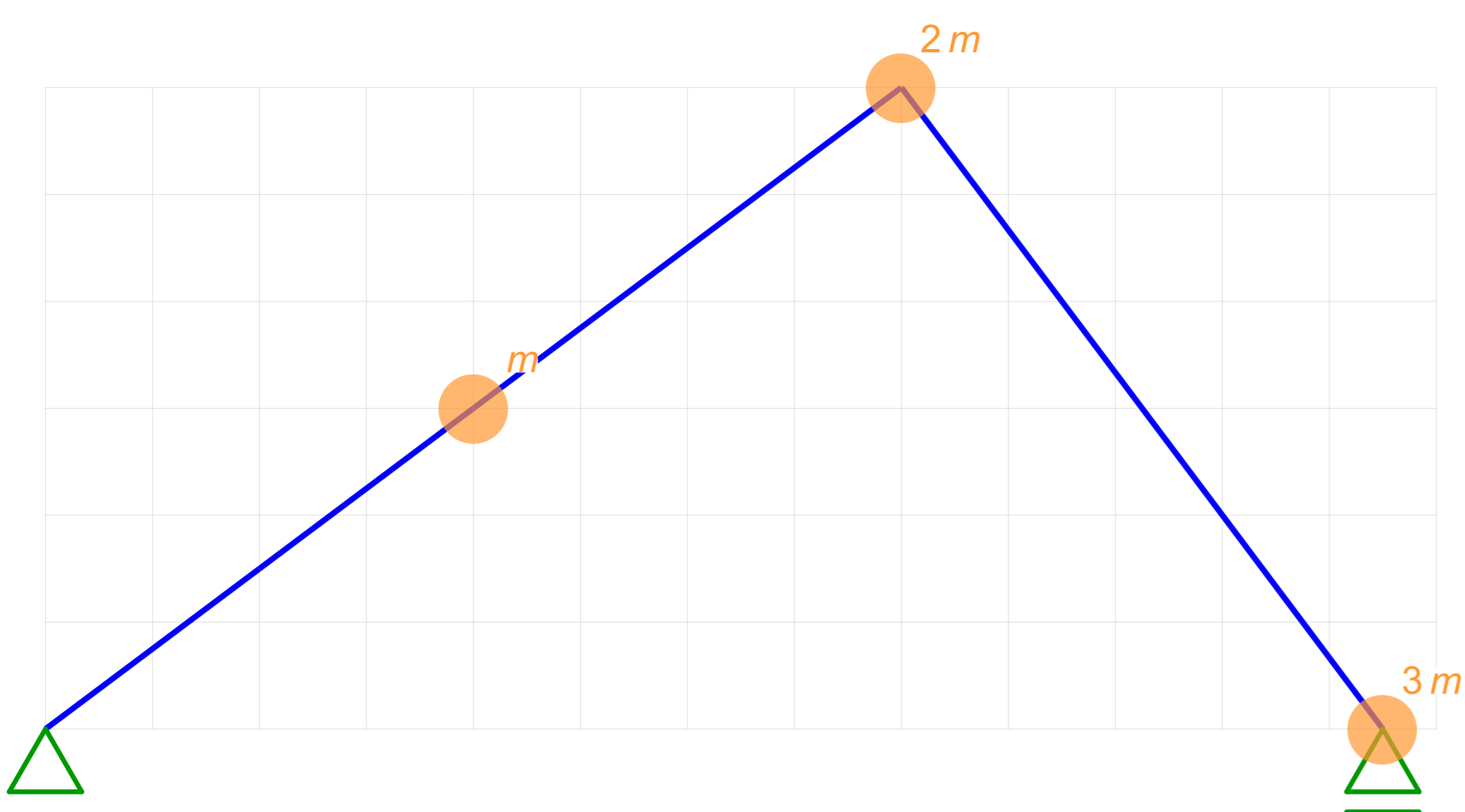
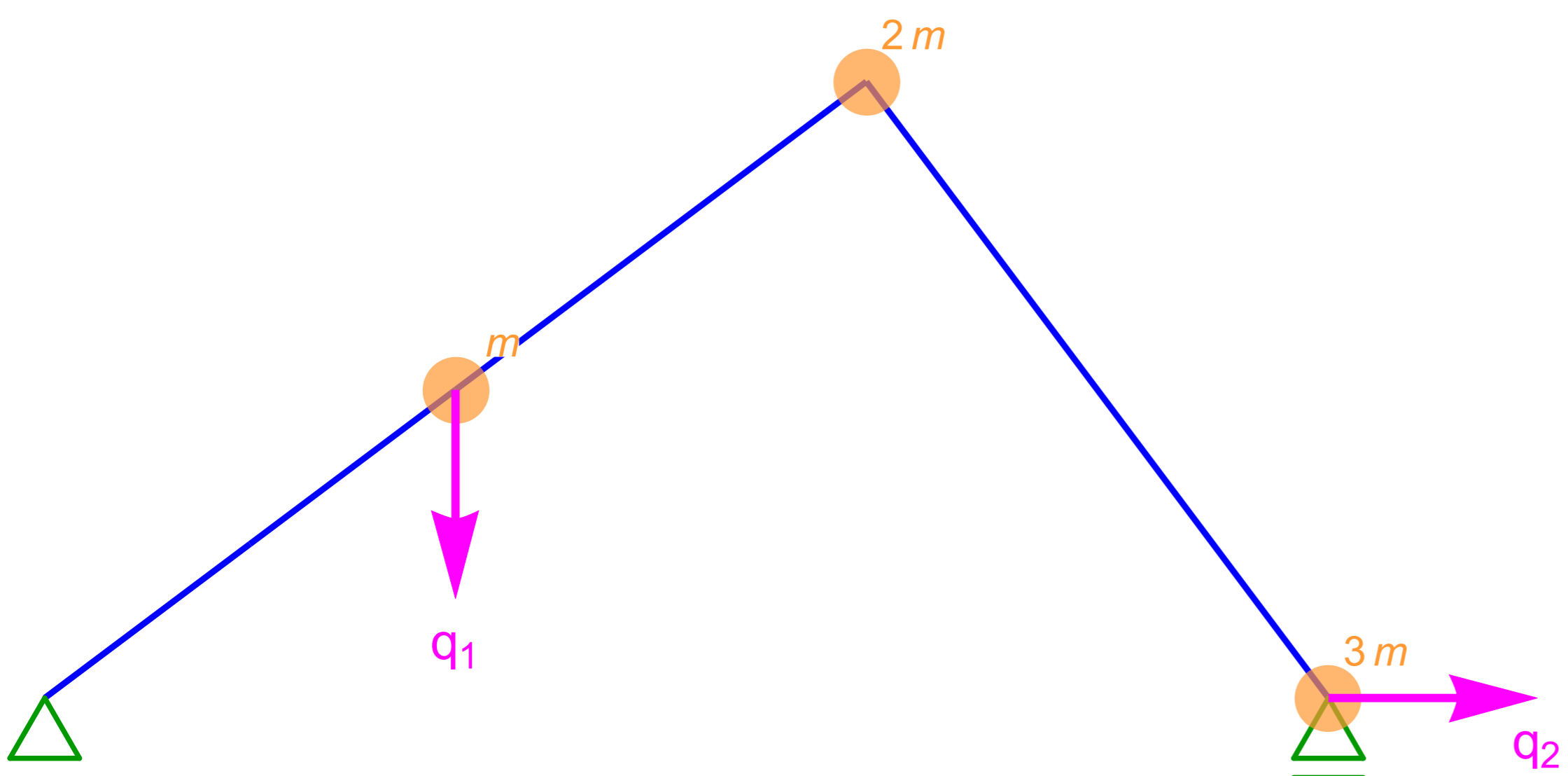


Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki - 1):

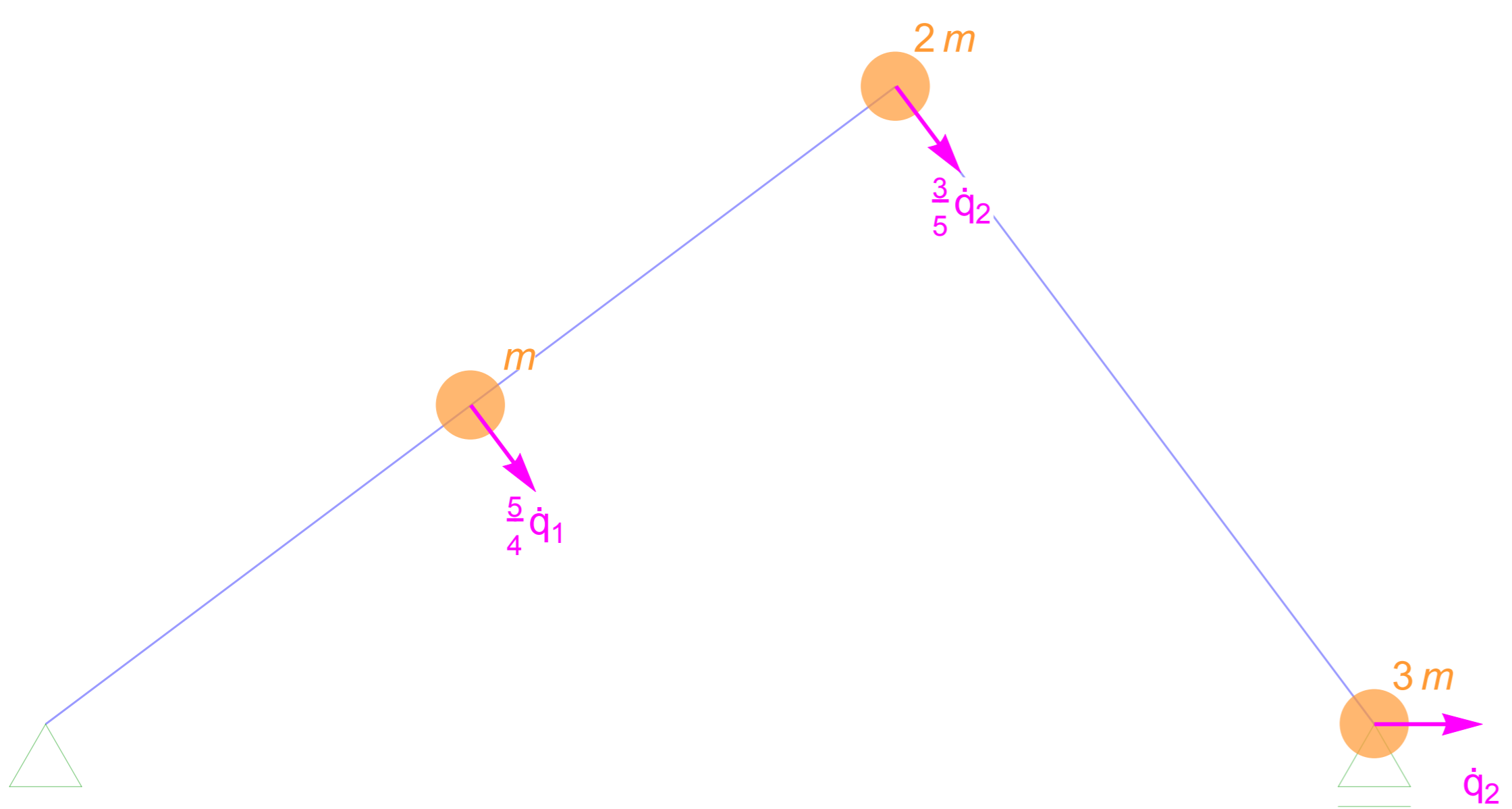


Zadanie statyki konstrukcji jest statycznie wyznaczalne.

Współrzędne Lagrange'a:



Plan prędkości:



Energia kinetyczna jako forma kwadratowa wektora $\dot{\mathbf{q}}$:

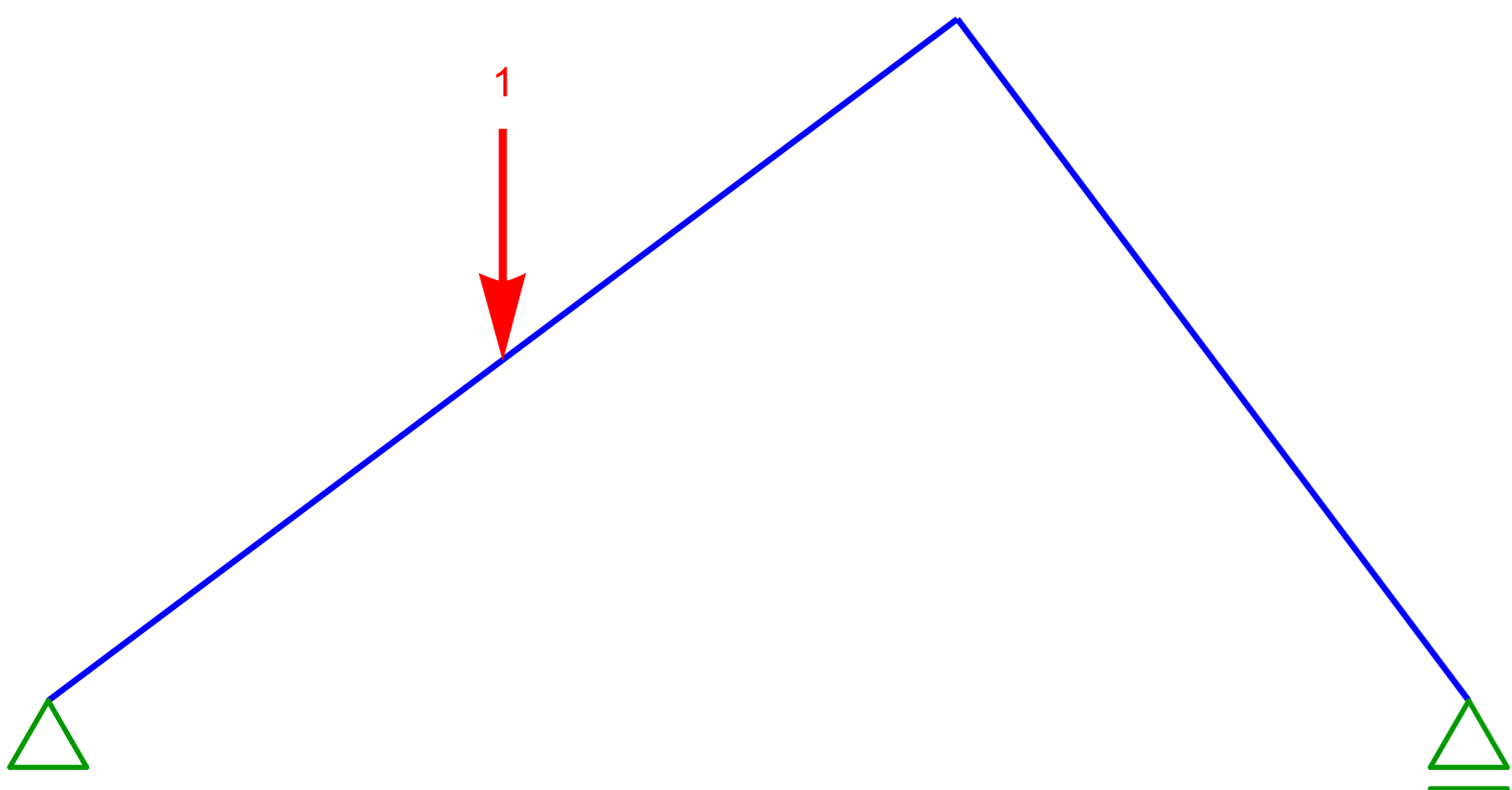
$$2 E_k (\dot{\mathbf{q}}) = m \left(\frac{5}{4} \dot{q}_1 \right)^2 + 2m \left(\frac{3}{5} \dot{q}_2 \right)^2 + 3m \dot{q}_2^2 = \frac{25}{16} m \dot{q}_1^2 + \frac{93}{25} m \dot{q}_2^2 = \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}}$$

Macierz mas:

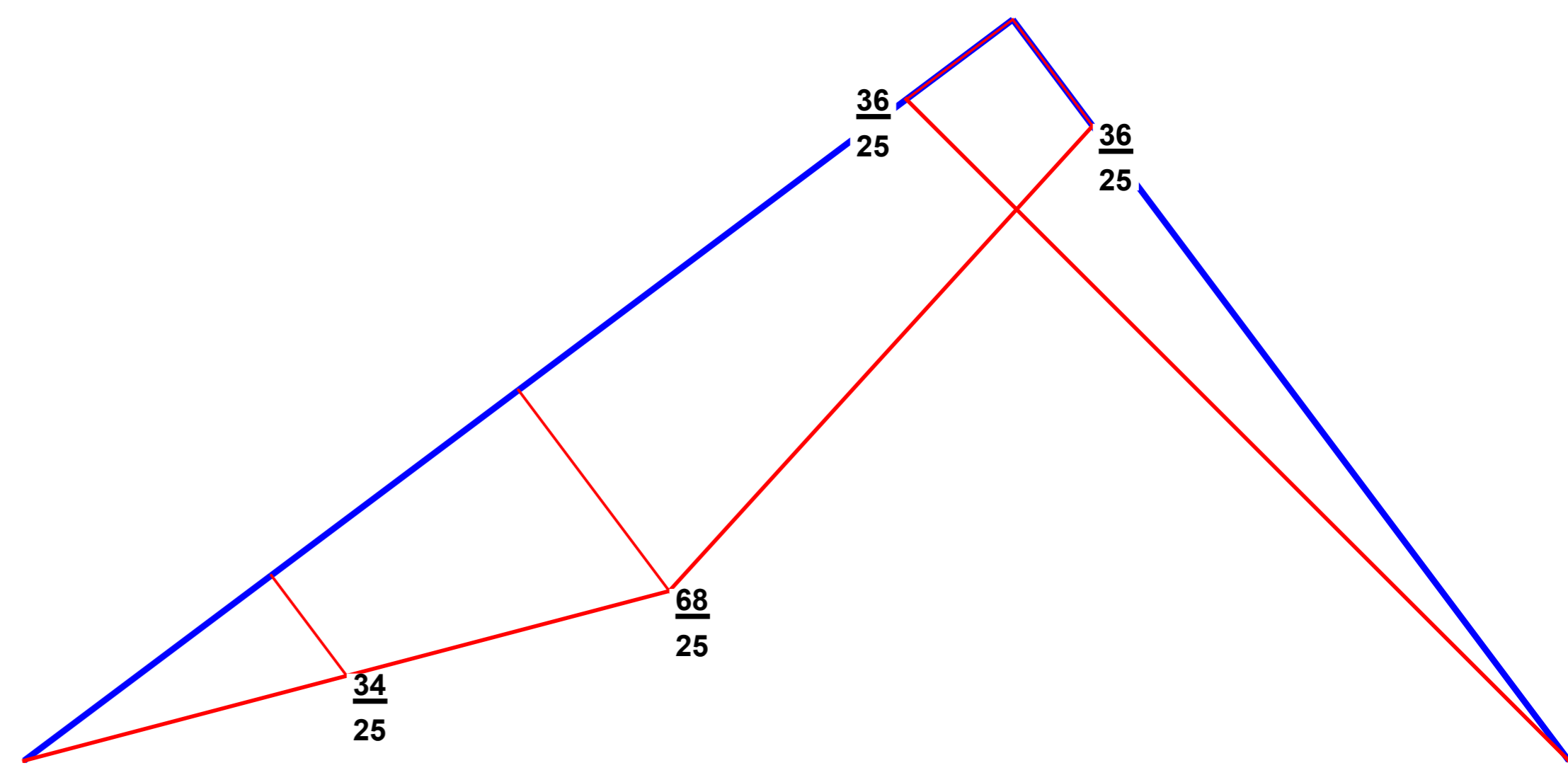
$$\mathbf{M} = m \begin{pmatrix} \frac{25}{16} & 0 \\ 0 & \frac{93}{25} \end{pmatrix}$$

Wykresy momentów zginających od jednostkowych sił bezwładności:

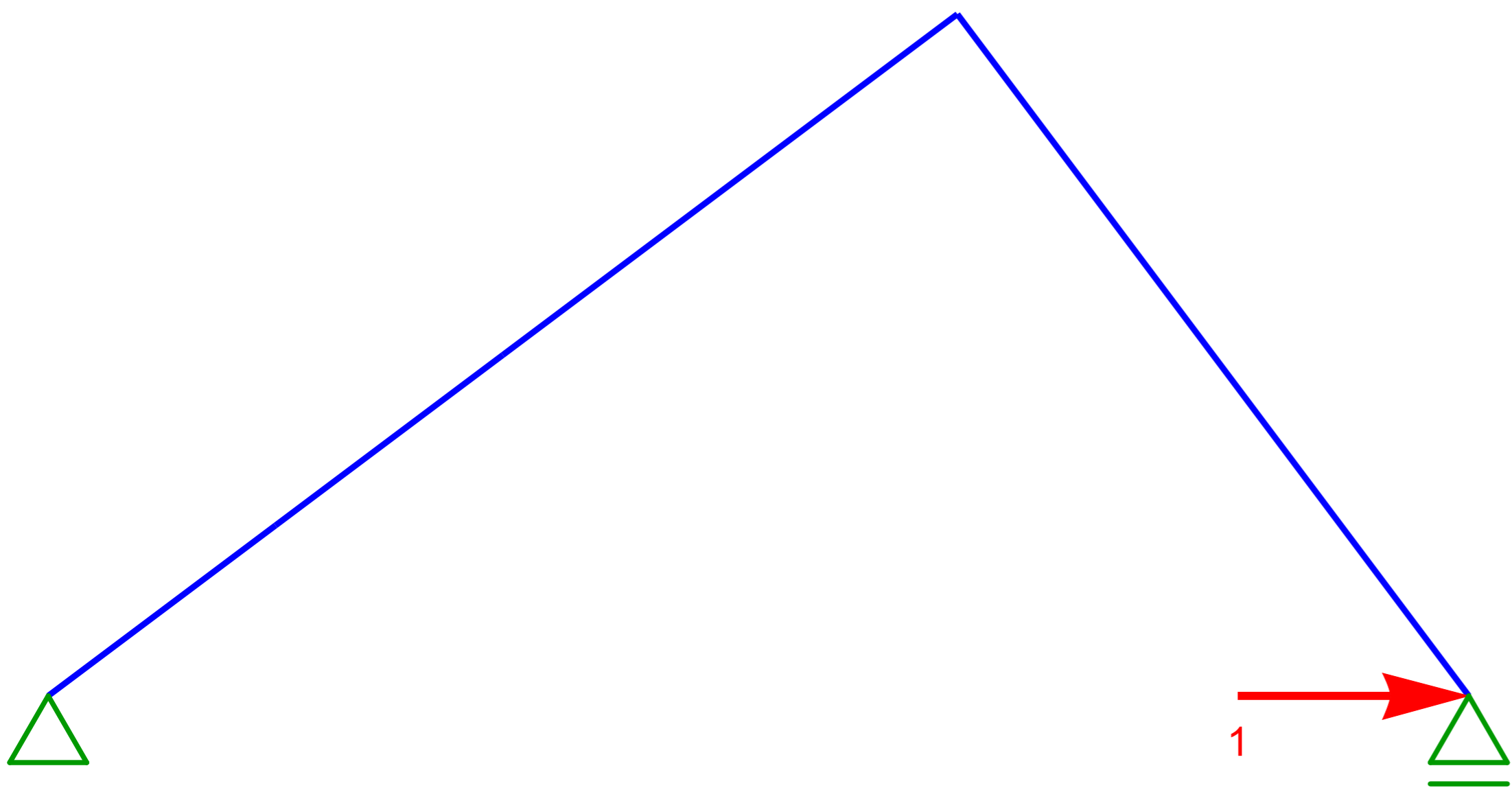
- od q_1 :



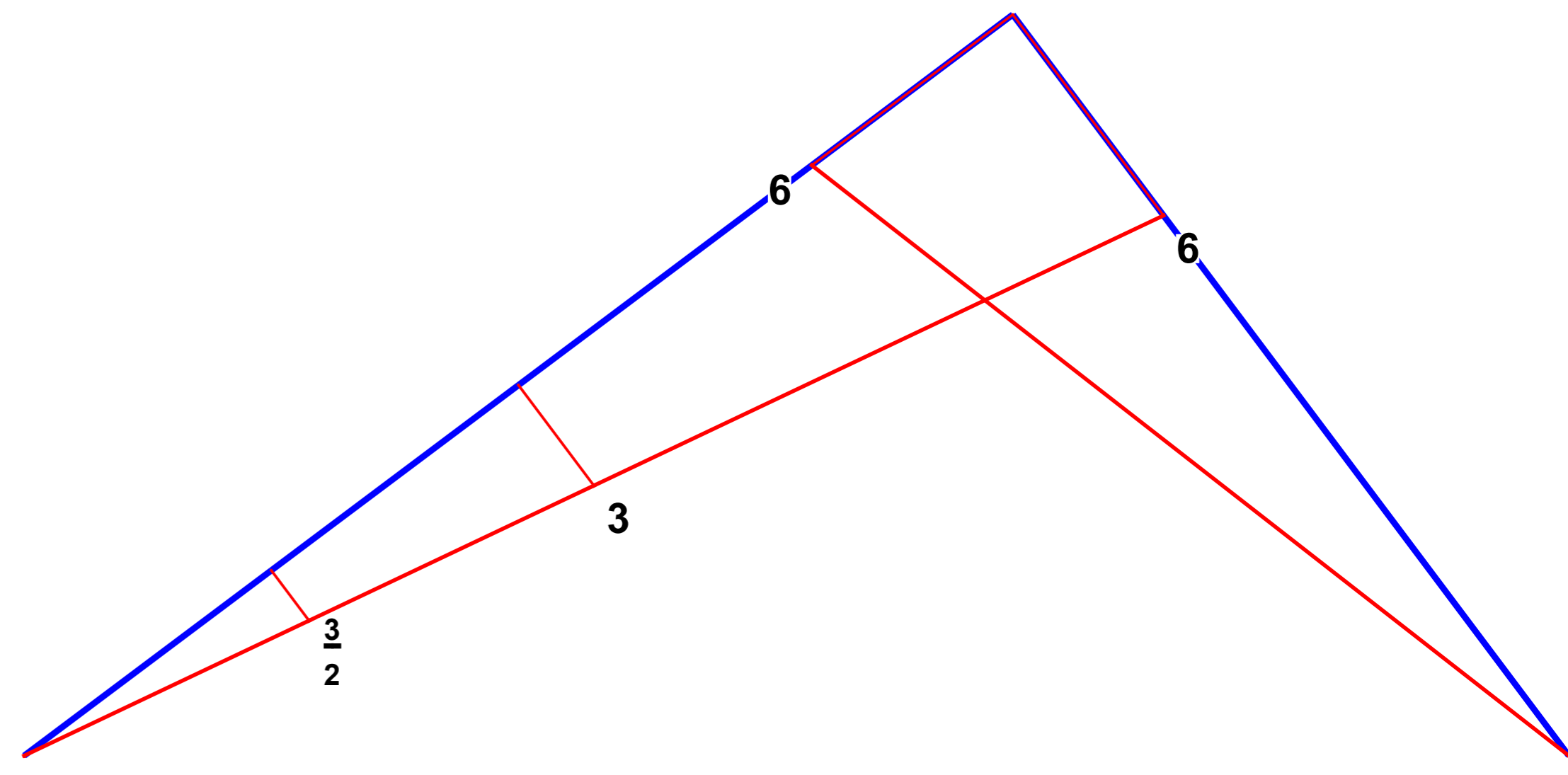
$M_1[1]$:



- od q_2 :



$M_2[1]$:



Macierz podatności:

$$d_{11} = \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{34}{25} \cdot 1 \cdot \frac{51}{2} \right) \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{34}{25} \cdot 1 \right) \right]_1 + \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{34}{25} \cdot 1 \cdot \frac{51}{2} \right) \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{34}{25} \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{68}{25} \cdot 1 \right) + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{68}{25} \cdot 1 \cdot \frac{51}{2} \right) \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{34}{25} \cdot 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{68}{25} \cdot 1 \right) \right]_2 + \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{68}{25} \cdot 1 \cdot 51 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{68}{25} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{36}{25} \cdot 1 \right) + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{36}{25} \cdot 1 \cdot 51 \right) \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{68}{25} \cdot 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{36}{25} \cdot 1 \right) \right]_3 + \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{36}{25} \cdot 1 \cdot \frac{151}{2} \right) \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{36}{25} \cdot 1 \right) \right]_4 = \frac{14936}{375} \frac{1^3}{EJ}$$

$$d_{12} = d_{21} = \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{34}{25} \cdot 1 \cdot \frac{51}{2} \right) \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot 1 \right) \right]_1 + \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{34}{25} \cdot 1 \cdot \frac{51}{2} \right) \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 31 \right) + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{68}{25} \cdot 1 \cdot \frac{51}{2} \right) \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot 1 + \frac{2}{3} \cdot 31 \right) \right]_2 + \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{68}{25} \cdot 1 \cdot 51 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 31 + \frac{1}{3} \cdot 61 \right) + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{36}{25} \cdot 1 \cdot 51 \right) \left(\frac{1}{3} \cdot 31 + \frac{2}{3} \cdot 61 \right) \right]_3 + \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{36}{25} \cdot 1 \cdot \frac{151}{2} \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 61 \right) \right]_4 = \frac{402}{5} \frac{1^3}{EJ}$$

$$d_{22} = \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 1 \cdot \frac{51}{2} \right) \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot 1 \right) \right]_1 + \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 1 \cdot \frac{51}{2} \right) \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 31 \right) + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{31}{2} \cdot \frac{51}{2} \right) \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot 1 + \frac{2}{3} \cdot 31 \right) \right]_2 + \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 31 \cdot 51 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 31 + \frac{1}{3} \cdot 61 \right) + \left(\frac{1}{2} \cdot 61 \cdot 51 \right) \left(\frac{1}{3} \cdot 31 + \frac{2}{3} \cdot 61 \right) \right]_3 + \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 61 \cdot \frac{151}{2} \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 61 \right) \right]_4 = 210 \frac{1^3}{EJ}$$

$$\mathbf{D} = \frac{1^3}{EJ} \begin{pmatrix} \frac{14936}{375} & \frac{402}{5} \\ \frac{402}{5} & 210 \end{pmatrix}$$

ZADANIE DRGAŃ WŁASNYCH:

- poszukiwanie funkcji przemieszczeń postaci:

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{a} \sin(\omega t)$$

- zadanie własne:

$$(\mathbf{I} - \omega^2 \mathbf{D} \mathbf{M}) \mathbf{a} = \mathbf{0}$$

- równanie charakterystyczne ($\lambda = \frac{\omega^2 1^3 m}{EJ}$):

$$\det(\mathbf{I} - \omega^2 \mathbf{D} \mathbf{M}) = 0$$

$$\det \left(\begin{pmatrix} 1 - \frac{1867 \lambda}{8} & -\frac{37386 \lambda}{5} \\ \frac{30}{8} & 1 - \frac{25303 \lambda}{4} \end{pmatrix} \right) = 1 - \frac{25303 \lambda}{4} + \frac{44175 \lambda^2}{4} = 0$$

$$\lambda^{(1)} = 0.00120, \quad \lambda^{(2)} = 0.07517$$

Częstości drgań własnych:

$$\omega^{(1)} = 0.035 \sqrt{\frac{1}{1^3 m} \frac{EJ}{EJ}}, \quad \omega^{(2)} = 0.274 \sqrt{\frac{EJ}{1^3 m}}$$

Postaci drgań własnych:

$$\mathbf{a}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0.389 \\ 1.000 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}^{(2)} = \begin{pmatrix} -6.113 \\ 1.000 \end{pmatrix}$$

Zadanie przygotował Karol Bożbotowski.