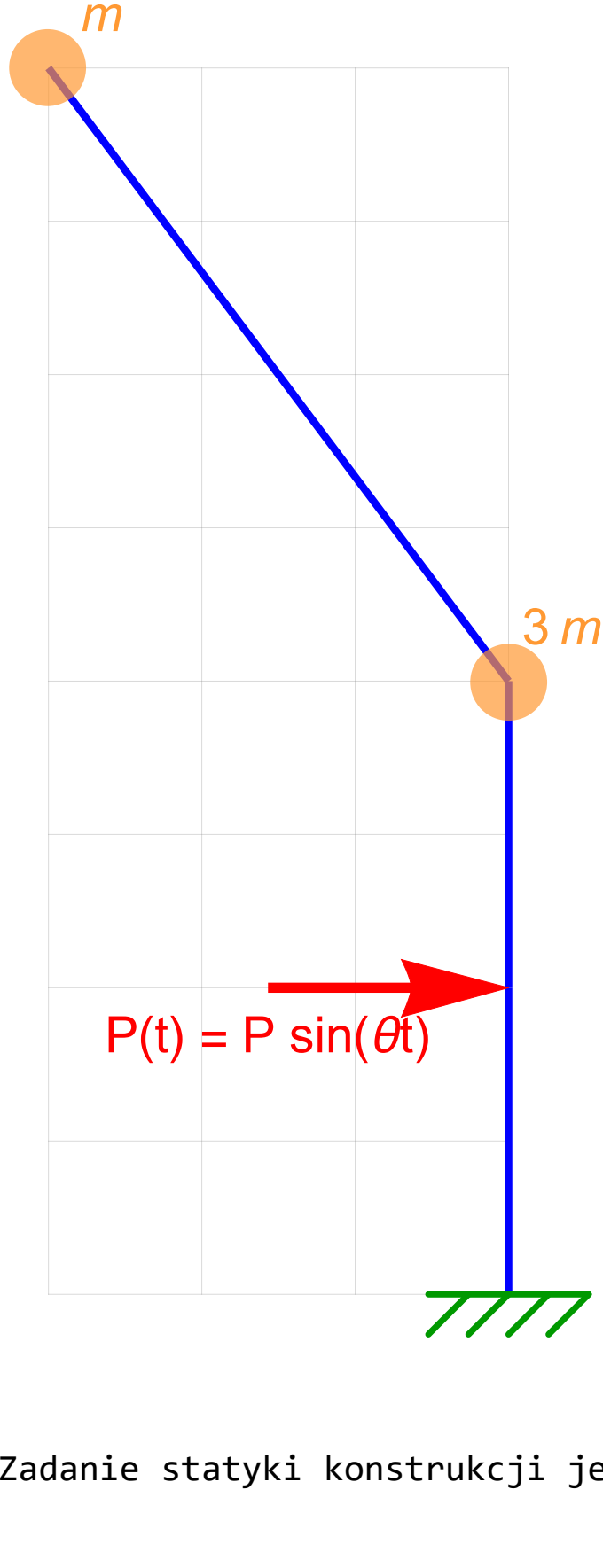
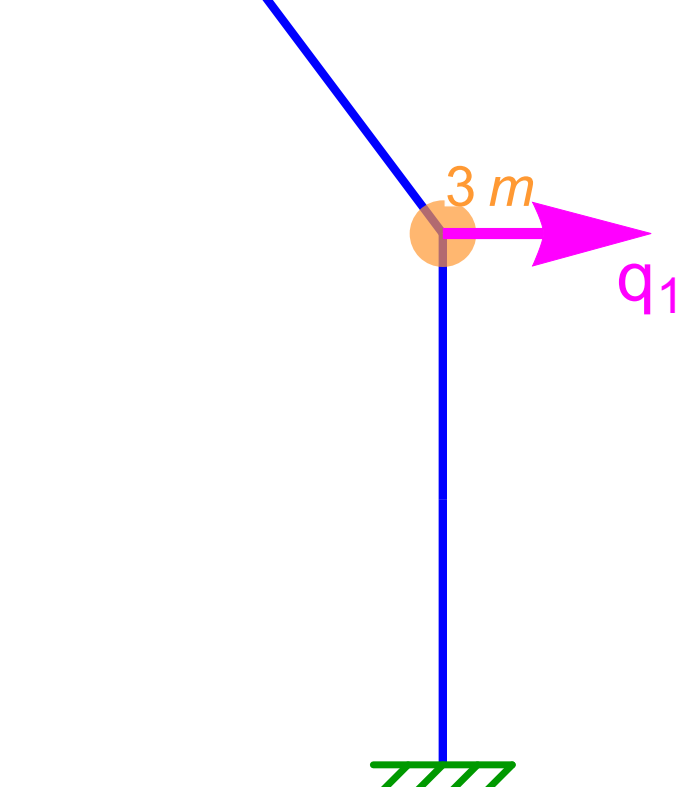


Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki - 1,  $\theta = \sqrt{\frac{EJ}{13m}}$ ):

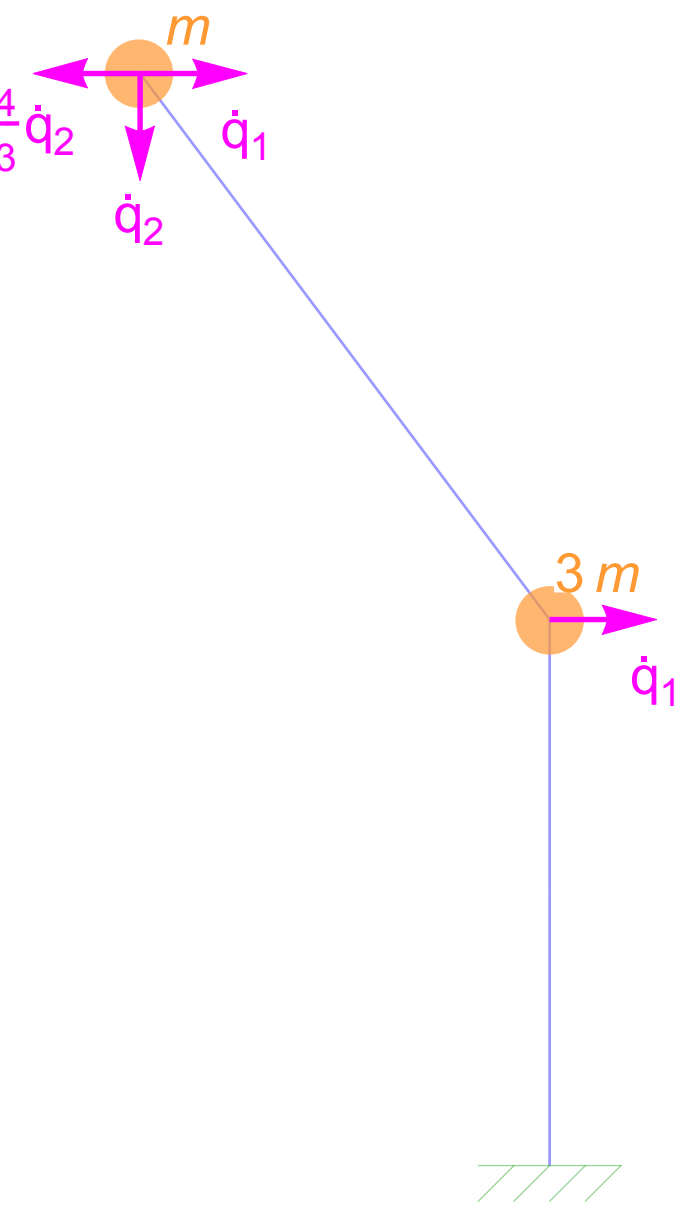


Zadanie statyki konstrukcji jest statycznie wyznaczalne.

Współrzędne Lagrange'a:



Plan prędkości:



Energia kinetyczna jako forma kwadratowa wektora  $\dot{\mathbf{q}}$ :

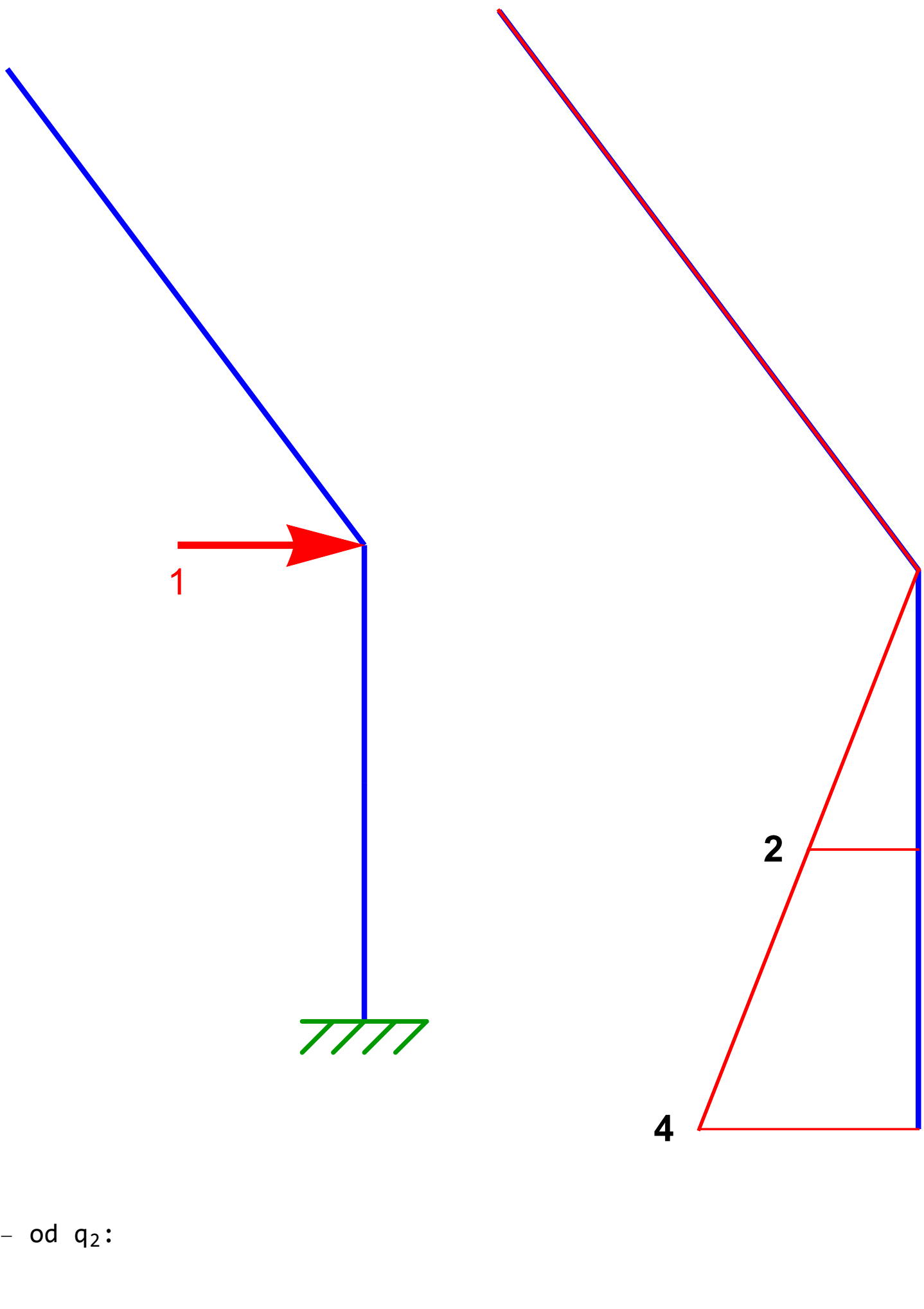
$$2 E_k (\dot{\mathbf{q}}) = 3m \dot{q}_1^2 + m \left[ \left( \dot{q}_1 - \frac{4}{3} \dot{q}_2 \right)^2 + \dot{q}_2^2 \right] = 4m \dot{q}_1^2 - \frac{8}{3} m \dot{q}_1 \dot{q}_2 + \frac{25}{9} m \dot{q}_2^2 = \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}}$$

Macierz mas:

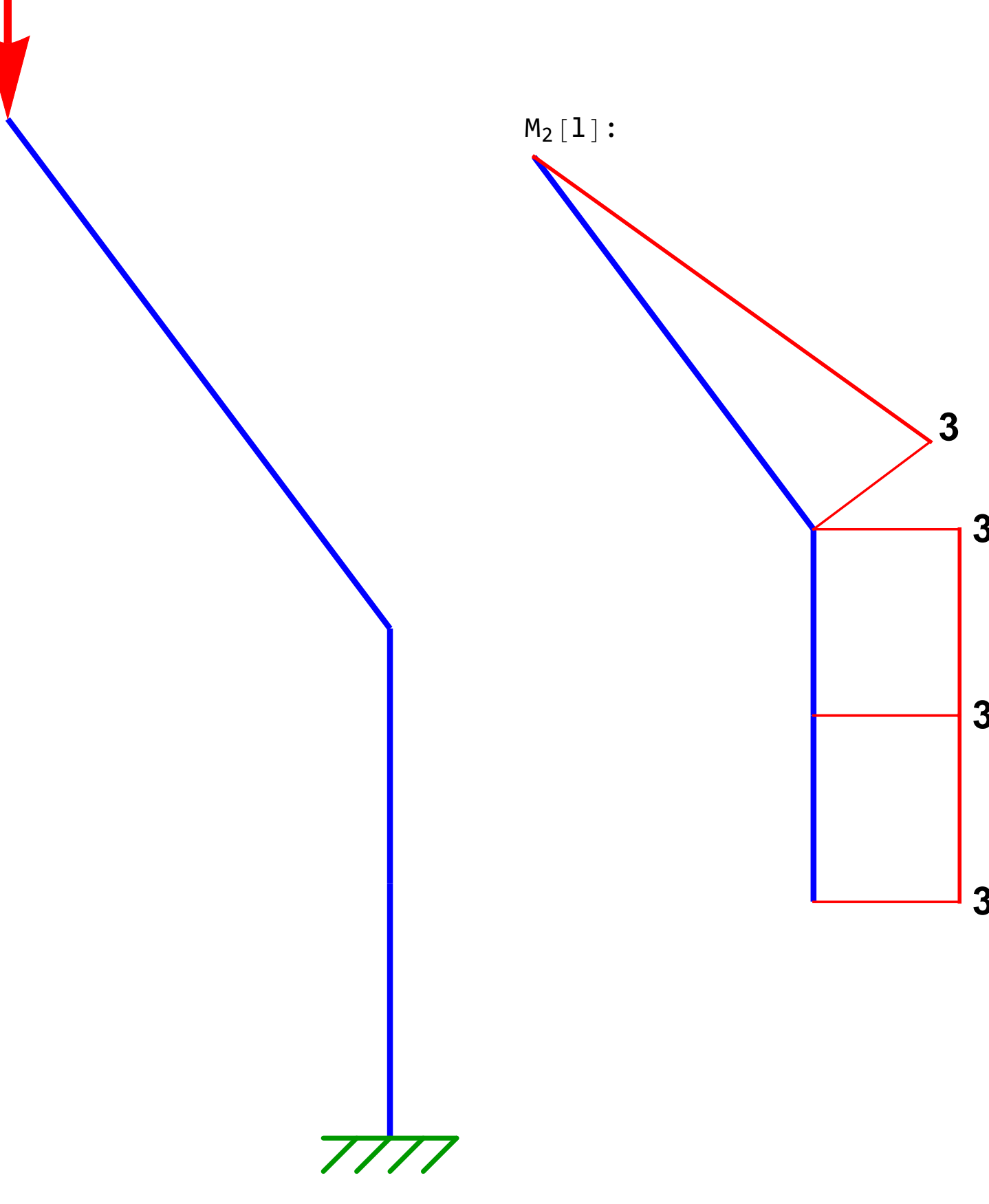
$$\mathbf{M} = m \begin{pmatrix} 4 & -\frac{4}{3} \\ -\frac{4}{3} & \frac{25}{9} \end{pmatrix}$$

Wykresy momentów zginających od jednostkowych sił bezwładności:

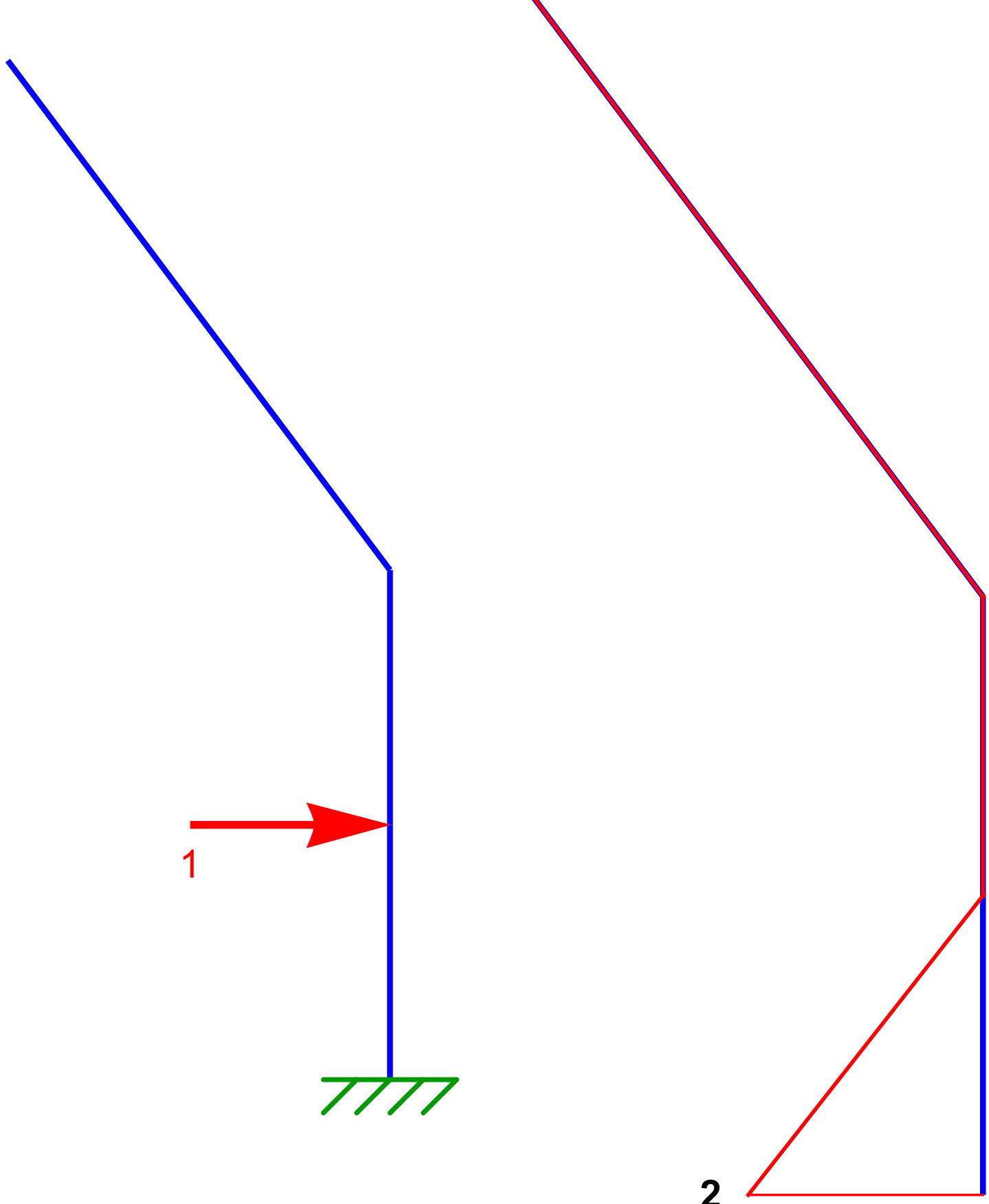
- od  $q_1$ :



- od  $q_2$ :



Wykresy momentów zginających od jednostkowego obciążenia wymuszającego:



Macierz podatności:

$$d_{11} = \frac{1}{EJ} \left[ \left( \frac{1}{2} \cdot 41 \cdot 21 \right) \left( \frac{2}{3} \cdot 41 + \frac{1}{3} \cdot 21 \right) + \left( \frac{1}{2} \cdot 21 \cdot 21 \right) \left( \frac{1}{3} \cdot 41 + \frac{2}{3} \cdot 21 \right) \right]_1 + \frac{1}{EJ} \left[ \left( \frac{1}{2} \cdot 21 \cdot 21 \right) \left( \frac{2}{3} \cdot 21 \right) \right]_2 = \frac{64}{3} \frac{1^3}{EJ}$$

$$d_{12} = d_{21} = \frac{1}{EJ} \left[ \left( \frac{1}{2} \cdot 41 \cdot 21 \right) (-31) + \left( \frac{1}{2} \cdot 21 \cdot 21 \right) (-31) \right]_1 + \frac{1}{EJ} \left[ \left( \frac{1}{2} \cdot 21 \cdot 21 \right) (-31) \right]_2 = -24 \frac{1^3}{EJ}$$

$$d_{22} = \frac{1}{EJ} \left[ (31 \cdot 21) (31) \right]_1 + \frac{1}{EJ} \left[ (31 \cdot 21) (31) \right]_2 + \frac{1}{EJ} \left[ \left( \frac{1}{2} \cdot 31 \cdot 51 \right) \left( \frac{2}{3} \cdot 31 \right) \right]_3 = 51 \frac{1^3}{EJ}$$

$$\mathbf{D} = \frac{1^3}{EJ} \begin{pmatrix} \frac{64}{3} & -24 \\ -24 & 51 \end{pmatrix}$$

Przeszyczenia od jednostkowego obciążenia wymuszającego:

$$d_{10} = \frac{1}{EJ} \left[ \left( \frac{1}{2} \cdot 21 \cdot 21 \right) \left( \frac{2}{3} \cdot 41 + \frac{1}{3} \cdot 21 \right) \right]_1 = \frac{20}{3} \frac{1^3}{EJ}$$

$$d_{20} = \frac{1}{EJ} \left[ \left( \frac{1}{2} \cdot 21 \cdot 21 \right) (-31) \right]_1 = -6 \frac{1^3}{EJ}$$

ZADANIE DRGAŃ HARMONICZNYCH

- poszukiwanie funkcji przemieszczeń postaci:

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{a} \sin(\theta t) = \mathbf{a} \sin\left(\sqrt{\frac{EJ}{13m}} t\right)^{0.500}$$

- równania ruchu:

$$(\mathbf{I} - \theta^2 \mathbf{D} \mathbf{M}) \mathbf{a} = \mathbf{d}_0 \mathbf{P}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - 1.0000 \begin{pmatrix} \frac{64}{3} & -24 \\ -24 & 51 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -\frac{4}{3} \\ -\frac{4}{3} & \frac{25}{9} \end{pmatrix} \mathbf{a} = \frac{1^3 \mathbf{P}}{EJ} \begin{pmatrix} \frac{20}{3} \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{349}{3} & \frac{856}{9} \\ 164 & -\frac{518}{3} \end{pmatrix} \mathbf{a} = \frac{1^3 \mathbf{P}}{EJ} \begin{pmatrix} \frac{20}{3} \\ -6 \end{pmatrix}$$

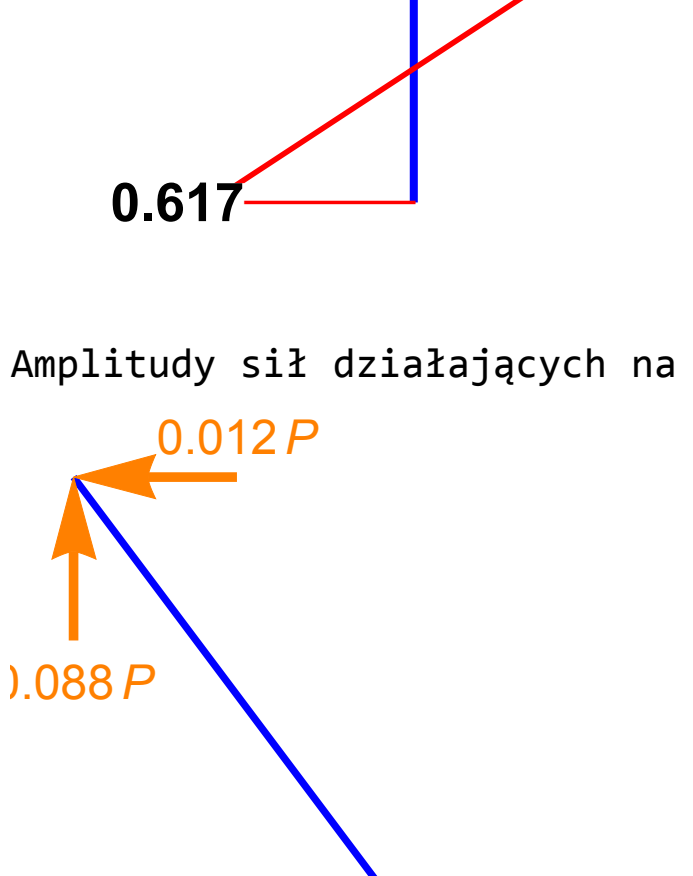
Wektor amplitud przemieszczeń:

$$\mathbf{a} = \frac{1^3 \mathbf{P}}{EJ} \begin{pmatrix} -0.129 \\ -0.088 \end{pmatrix}$$

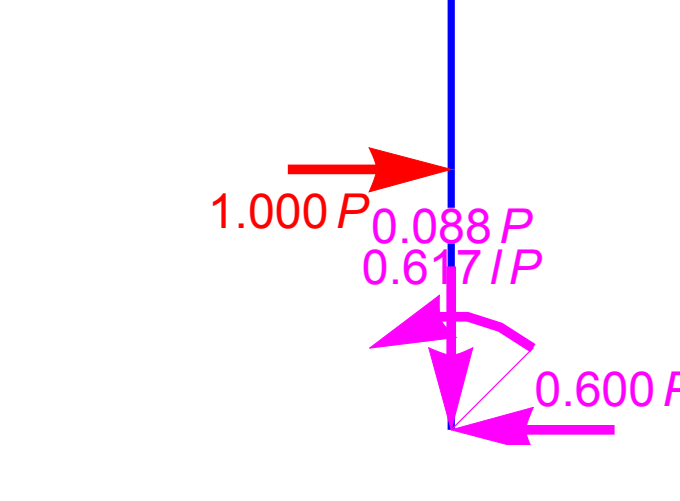
Wektor prac wirtualnych sił bezwładności:

$$\hat{\mathbf{B}} = \theta^2 \mathbf{M} \mathbf{a} = \frac{EJ}{1^3 m} \begin{pmatrix} 4 & -\frac{4}{3} \\ -\frac{4}{3} & \frac{25}{9} \end{pmatrix} \frac{1^3 \mathbf{P}}{EJ} \begin{pmatrix} -0.129 \\ -0.088 \end{pmatrix} = \mathbf{P} \begin{pmatrix} -0.400 \\ -0.072 \end{pmatrix}$$

Wykres amplitudy momentów zginających:



Amplitudy sił działających na konstrukcję:



Zadanie przygotował Karol Bołbotowski.