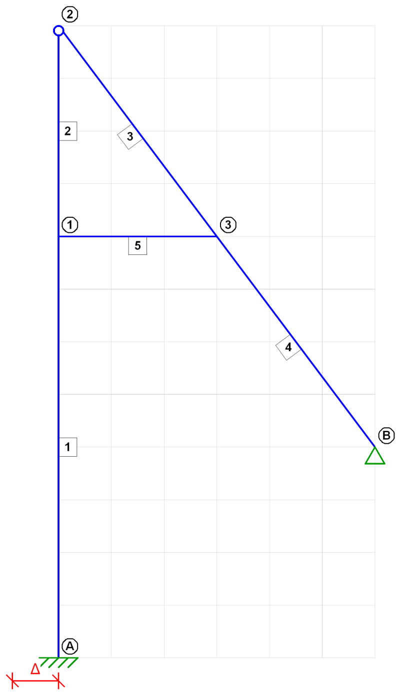
Kol. 2.3.

Zapisać równania równowagi metody przemieszczeń w formie macierzowej.

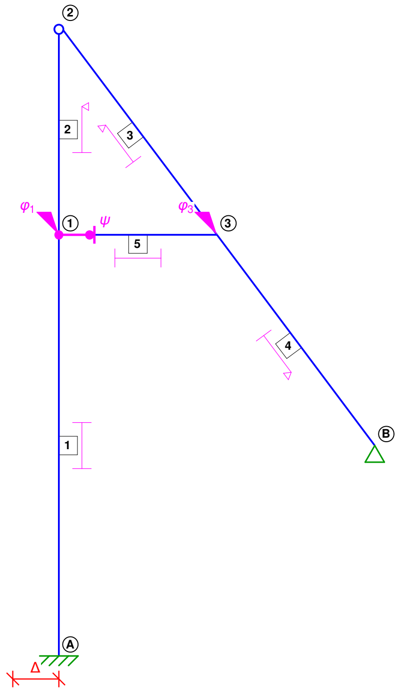
Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki - 1):



Wektor niewiadomych:

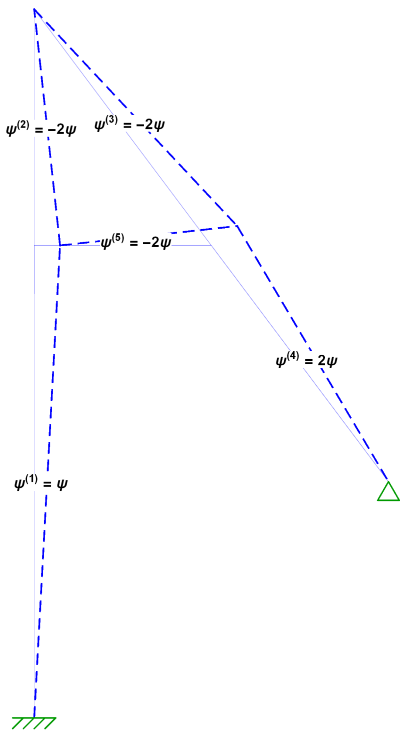
$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_3 \\ \psi \end{pmatrix}$$

Układ geometrycznie wyznaczalny:

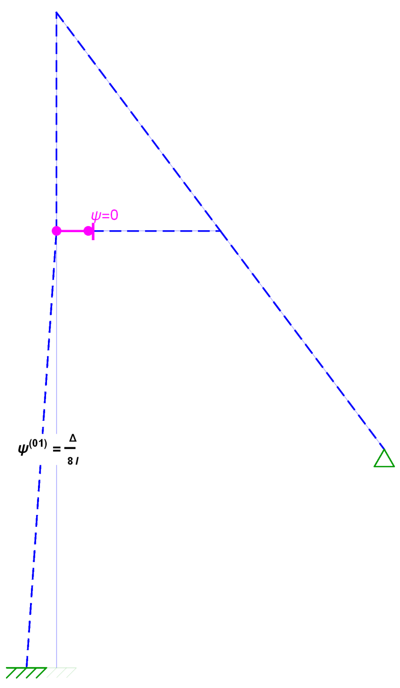


Plany przemieszczeń:

 - plan przemieszczeń ψ:



Wyjściowy plan przemieszczen spowodowany przez obciążenia pozastatyczne w UGW:



Ostateczny plan przemieszczeń:

$\psi^{(1)} = \psi + \frac{1}{8}\frac{\Delta}{l}$

$\psi^{(2)} = -2\,\psi$

$\psi^{(3)} = -2\,\psi$

$\psi^{(4)} = 2\,\psi$

$\psi^{(5)} = -2\,\psi$

Momenty wyjściowe:

$\Phi_A^{01} = -\frac{3}{32}\frac{EJ\triangle}{l^2}$

$\Phi_1^{01} = -\frac{3}{32}\frac{EJ\triangle}{l^2}$

Wzory transformacyjne:

$\Phi_A^1 = \frac{EJ}{l}\left[\frac{1}{4}\varphi_1 - \frac{3}{4}\psi\right] - \frac{3}{32}\frac{EJ\triangle}{l^2}$

$\Phi_1^1 = \frac{EJ}{l}\left[\frac{1}{2}\varphi_1 - \frac{3}{4}\psi\right] - \frac{3}{32}\frac{EJ\triangle}{l^2}$

$\Phi_1^2 = \frac{EJ}{l}\left[\frac{3}{4}\varphi_1 + \frac{3}{2}\psi\right]$

$\Phi_3^3 = \frac{EJ}{l}\left[\frac{3}{5}\varphi_3 + \frac{6}{5}\psi\right]$

$\Phi_3^4 = \frac{EJ}{l}\left[\frac{3}{5}\varphi_3 - \frac{6}{5}\psi\right]$

$\Phi_1^5 = \frac{EJ}{l}\left[\frac{4}{3}\varphi_1 + \frac{2}{3}\varphi_3 + 4\psi\right]$

$\Phi_3^5 = \frac{EJ}{l}\left[\frac{2}{3}\varphi_1 + \frac{4}{3}\varphi_3 + 4\psi\right]$

Równania równowagi:

$\Phi_1^1 + \Phi_1^2 + \Phi_1^5 = 0$

$\Phi_3^3 + \Phi_3^4 + \Phi_3^5 = 0$

$(\Phi_A^1 + \Phi_1^1)\,\overline{\psi} + \Phi_1^2 \cdot (-2\,\overline{\psi}) + \Phi_3^3 \cdot (-2\,\overline{\psi}) + \Phi_3^4 \cdot 2\,\overline{\psi} + (\Phi_1^5 + \Phi_3^5)(-2\,\overline{\psi}) = \overline{0}$

$$\frac{EJ}{l}\begin{pmatrix} \frac{31}{12} & \frac{2}{3} & \frac{19}{4} \\ \frac{2}{3} & \frac{38}{15} & 4 \\ \frac{19}{4} & 4 & \frac{253}{10} \end{pmatrix}\begin{pmatrix}\varphi_1 \\ \varphi_3 \\ \psi\end{pmatrix} = \frac{EJ\triangle}{l^2}\begin{pmatrix}\frac{3}{32} \\ 0 \\ -\frac{3}{16}\end{pmatrix}$$

Rozwiązanie metody przemieszczeń:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix}\varphi_1 \\ \varphi_3 \\ \psi\end{pmatrix} = \frac{\triangle}{l}\begin{pmatrix}0.077 \\ 0.019 \\ -0.025\end{pmatrix}$$

Momenty brzegowe:

$\Phi_A^1 = -0.056\,\frac{EJ\triangle}{l^2}$

$\Phi_1^1 = -0.036\,\frac{EJ\triangle}{l^2}$

$\Phi_1^2 = 0.021\,\frac{EJ\triangle}{l^2}$

$\Phi_3^3 = -0.018\,\frac{EJ\triangle}{l^2}$

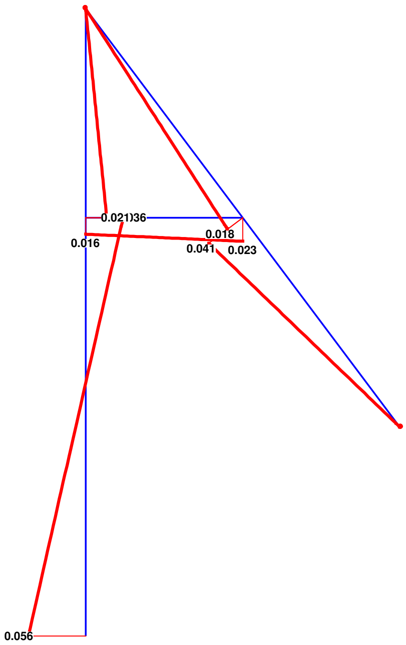
$\Phi_3^4 = 0.041\,\frac{EJ\triangle}{l^2}$

$\Phi_1^5 = 0.016\,\frac{EJ\triangle}{l^2}$

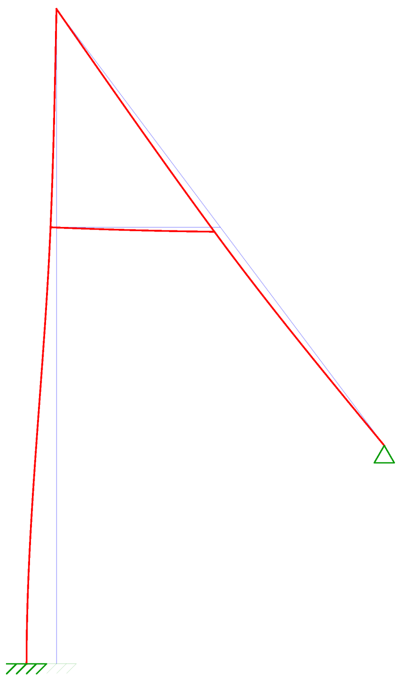
$\Phi_3^5 = -0.023\,\frac{EJ\triangle}{l^2}$

Wykres momentów zginających:

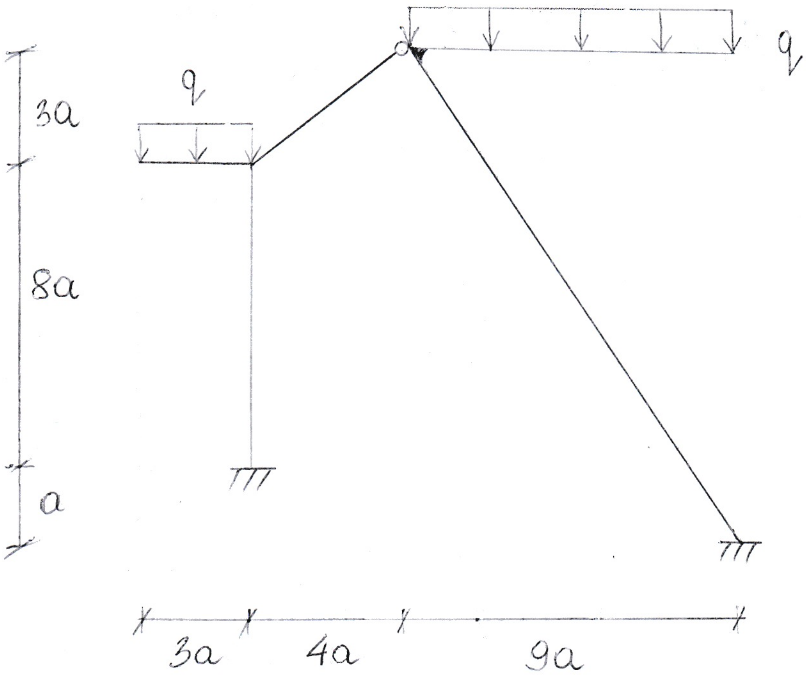
$M[\frac{EJ\Delta}{l^2}]$:



Deformacja konstrukcji:



KOLOKWIUM 2.3 R.A. 2023/24

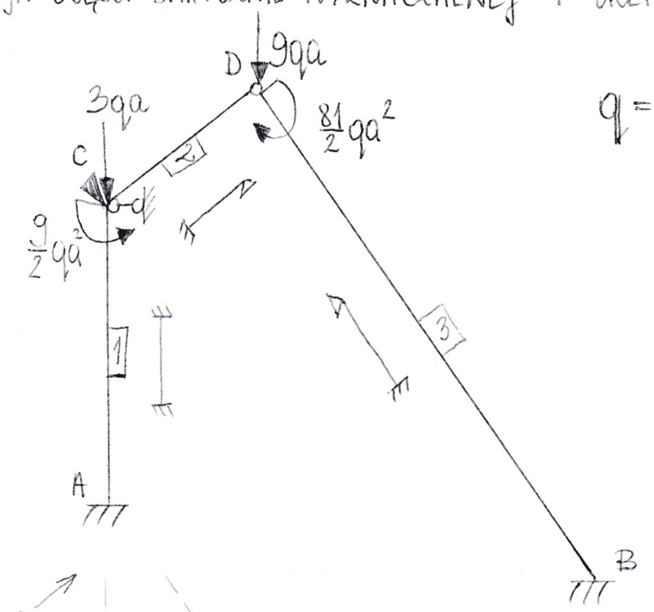


$EJ = const$

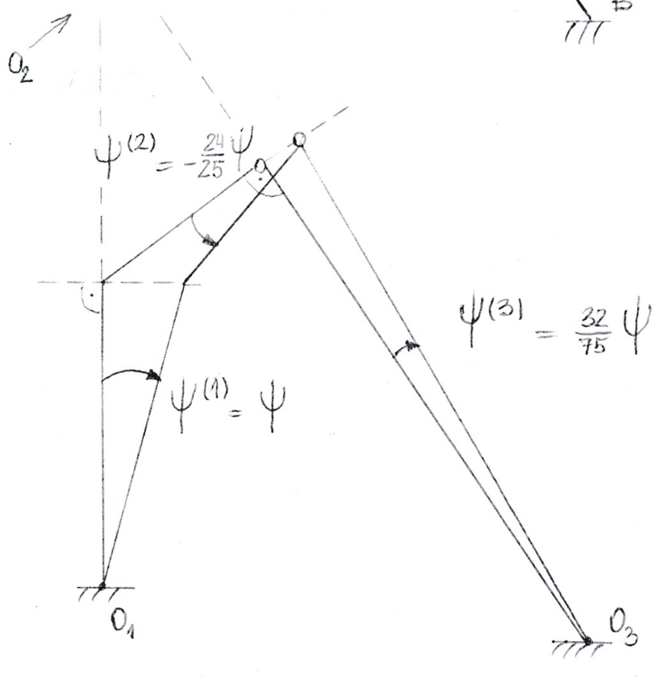
$EA = \infty$

$M = ?$

REDUKCJA CZĘŚCI STATYCZNIE WYZNACZALNEJ I UKŁAD GEOMETRYCZNIE WYZNACZALNY:



$q = \begin{bmatrix} \varphi_C \\ \psi \end{bmatrix}$ – wektor niewiadomych



$\psi^{(1)} = \psi$

$\psi^{(2)} = -\frac{24}{25}\psi$

$\psi^{(3)} = \frac{32}{75}\psi$

MOMENTY WYJŚCIOWE:

$\Phi_B^{03} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{81}{2} qa^2 = 20\frac{1}{4} qa^2$

WZORY TRANSFORMACYJNE:

$$\Phi_A^1 = \frac{2EJ}{8a}\left[\varphi_C - 3\cdot\psi\right] = \frac{EJ}{a}\left[\frac{1}{4}\varphi_C - \frac{3}{4}\psi\right]$$

$$\Phi_C^1 = \frac{2EJ}{8a}\left[2\varphi_C - 3\cdot\psi\right] = \frac{EJ}{a}\left[\frac{1}{2}\varphi_C - \frac{3}{4}\psi\right]$$

$$\Phi_C^2 = \frac{3EJ}{5a}\left[\varphi_C - \left(-\frac{24}{25}\psi\right)\right] = \frac{EJ}{a}\left[\frac{3}{5}\varphi_C + \frac{72}{125}\psi\right]$$

$$\Phi_B^3 = \frac{3EJ}{15a}\left[-\frac{32}{75}\psi\right] = \frac{EJ}{a}\left[-\frac{24}{125}\psi\right] + 20\frac{1}{4}qa^2$$

RÓWNANIA RÓWNOWAGI:

$$\Phi_C^1 + \Phi_C^2 = 0 - \frac{9}{2}qa^2$$

$$\Phi_C^1 + \Phi_C^2 + \frac{9}{2}qa^2 = 0$$

$$(\Phi_A^1 + \Phi_C^1)\bar{\psi} + \Phi_C^2\cdot\left(-\frac{24}{25}\bar{\psi}\right) + \Phi_B^3\cdot\frac{32}{75}\bar{\psi} - 9qa\cdot 9a\cdot\left(\frac{32}{75}\bar{\psi}\right) + \frac{81}{2}qa^2\left(\frac{32}{75}\bar{\psi}\right) = 0$$

$$\bar{\psi} = -1 \rightarrow \quad -\Phi_A^1 - \Phi_C^1 + \Phi_C^2\cdot\frac{24}{25} - \Phi_B^3\cdot\frac{32}{75} + \frac{864}{25}qa^2 - \frac{432}{25}qa^2 = 0$$

$$\frac{EJ}{a}\left[\frac{1}{2}\varphi_C - \frac{3}{4}\psi + \frac{3}{5}\varphi_C + \frac{72}{125}\psi\right] = -\frac{9}{2}qa^2$$

$$\frac{EJ}{a}\left[-\frac{1}{4}\varphi_C + \frac{3}{4}\psi - \frac{1}{2}\varphi_C + \frac{3}{4}\psi + \frac{24}{25}\cdot\frac{3}{5}\varphi_C + \frac{24}{25}\cdot\frac{72}{125}\psi + \frac{32}{75}\cdot\frac{24}{125}\psi\right] = +\frac{32}{75}\cdot\frac{81}{4}qa^2 - \frac{432}{25}qa^2$$

$$\frac{EJ}{a}\begin{bmatrix} \frac{11}{10} & \frac{87}{500} \\ \frac{87}{500} & \frac{13343}{6250} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \varphi_C \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{9}{2} \\ -\frac{216}{25} \end{bmatrix} qa^2$$

ROZWIĄZANIE METODY PRZEMIESZCZEŃ:

$$q = \begin{bmatrix} \varphi_C \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4{,}7928 \\ -4{,}437 \end{bmatrix}\frac{qa^3}{EJ}$$