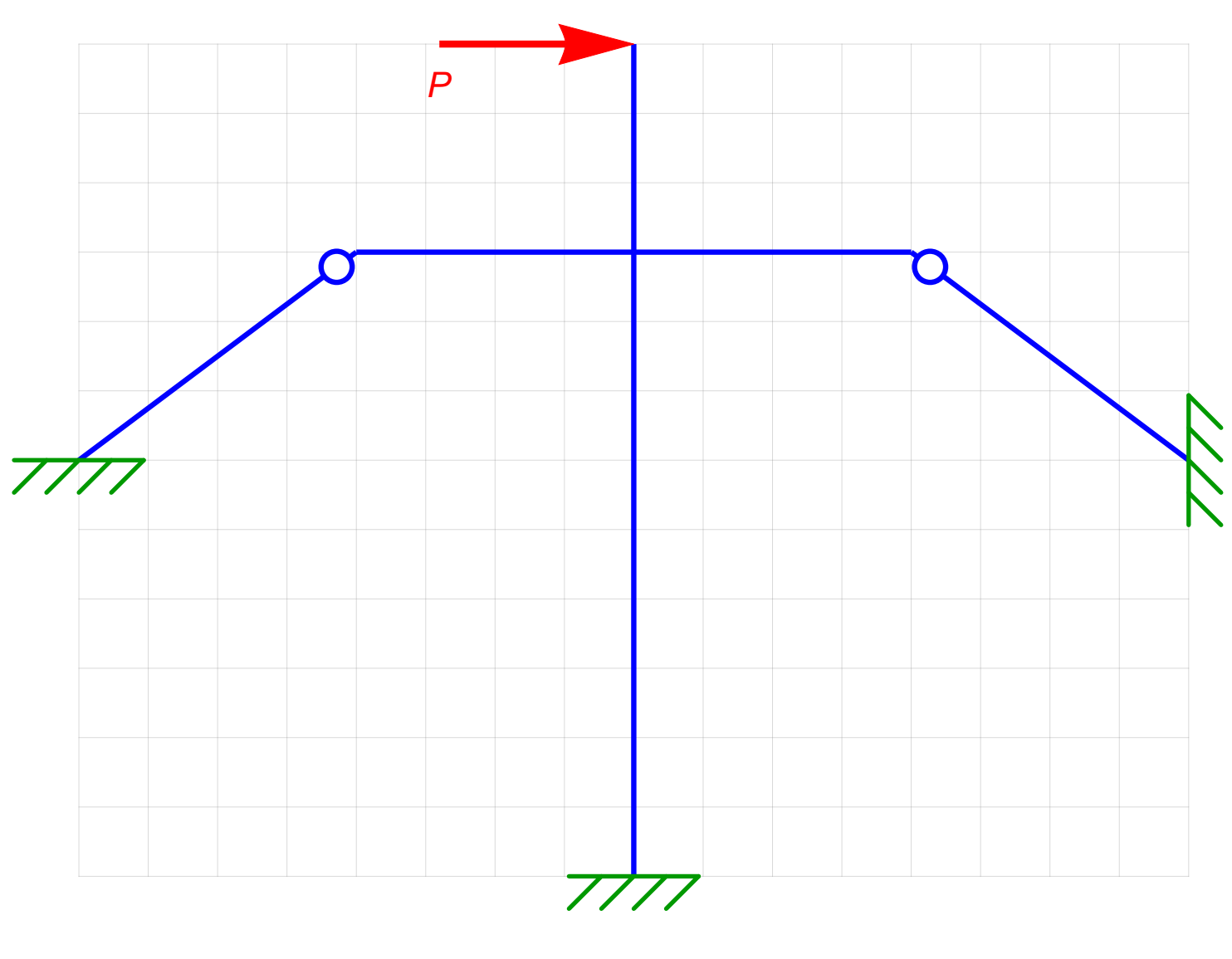
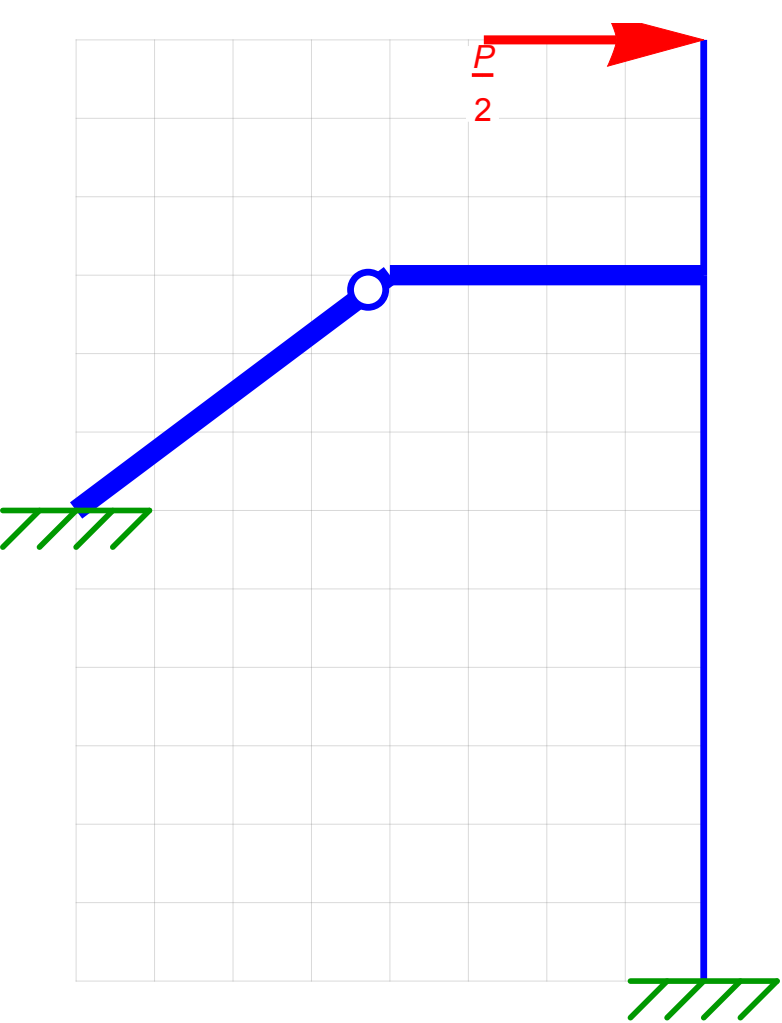


Kołokwium 1.3 R.A. 2018/19 - narysować wykres momentów zginających.



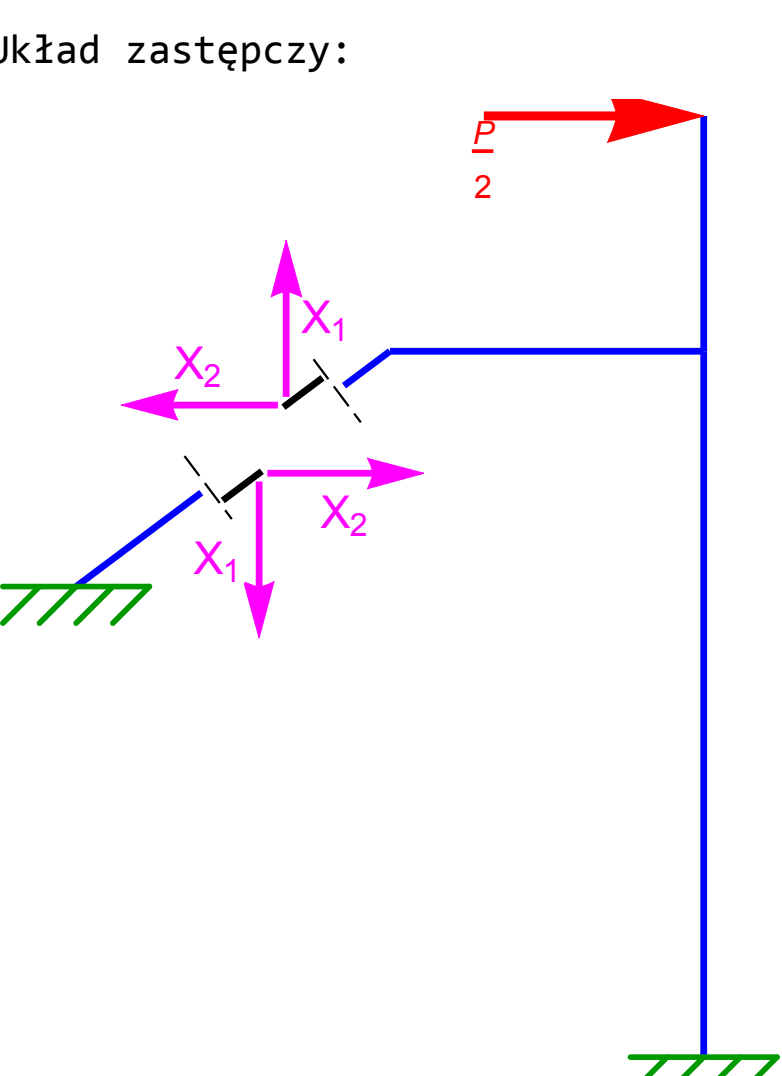
Schemat połówkowy:

Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki - 1, EA = ∞, linia cienka - $\frac{1}{2}EJ$):

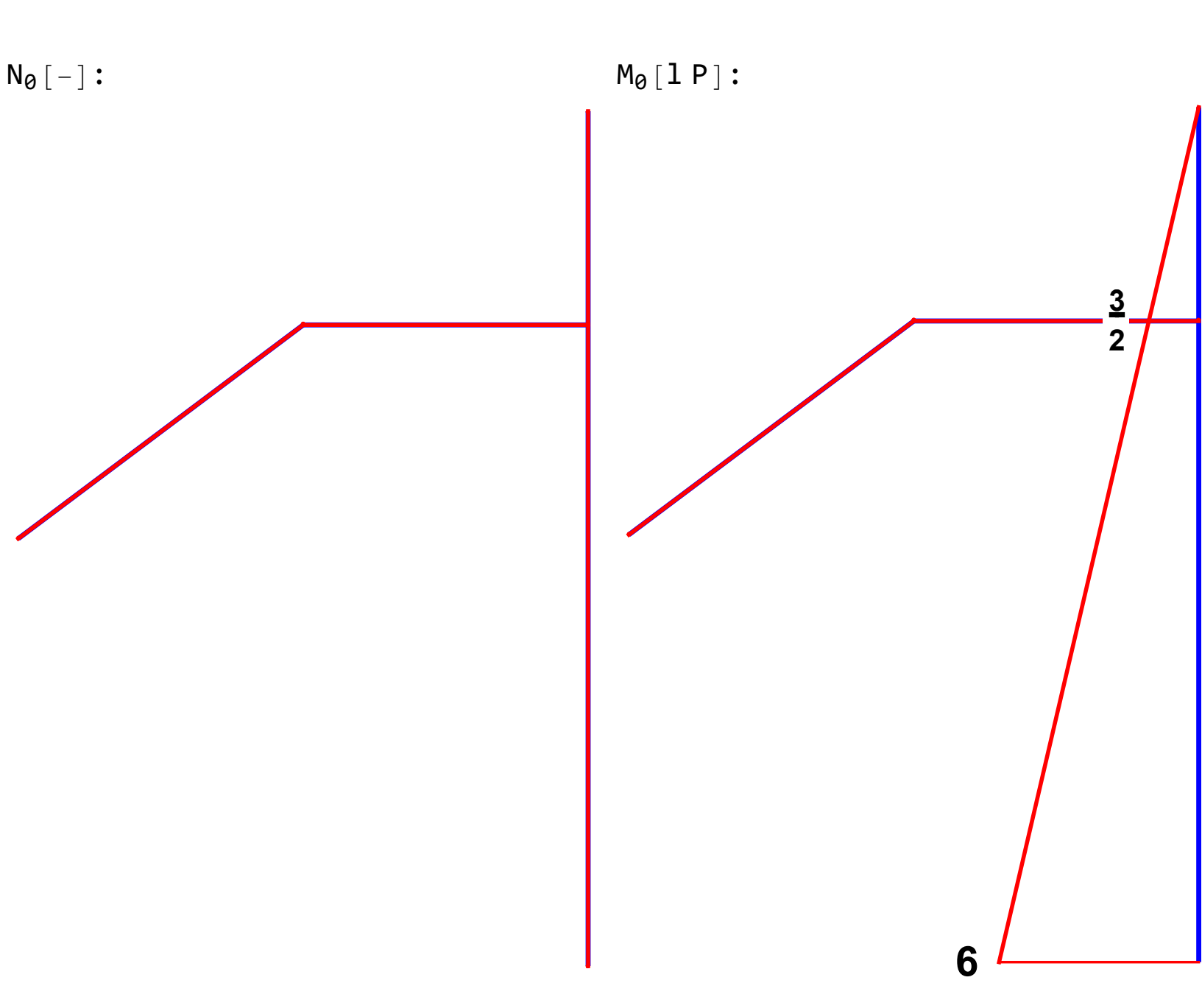


Konstrukcja jest 2 krotnie statycznie niewyznaczalna.

Układ zastępczy:

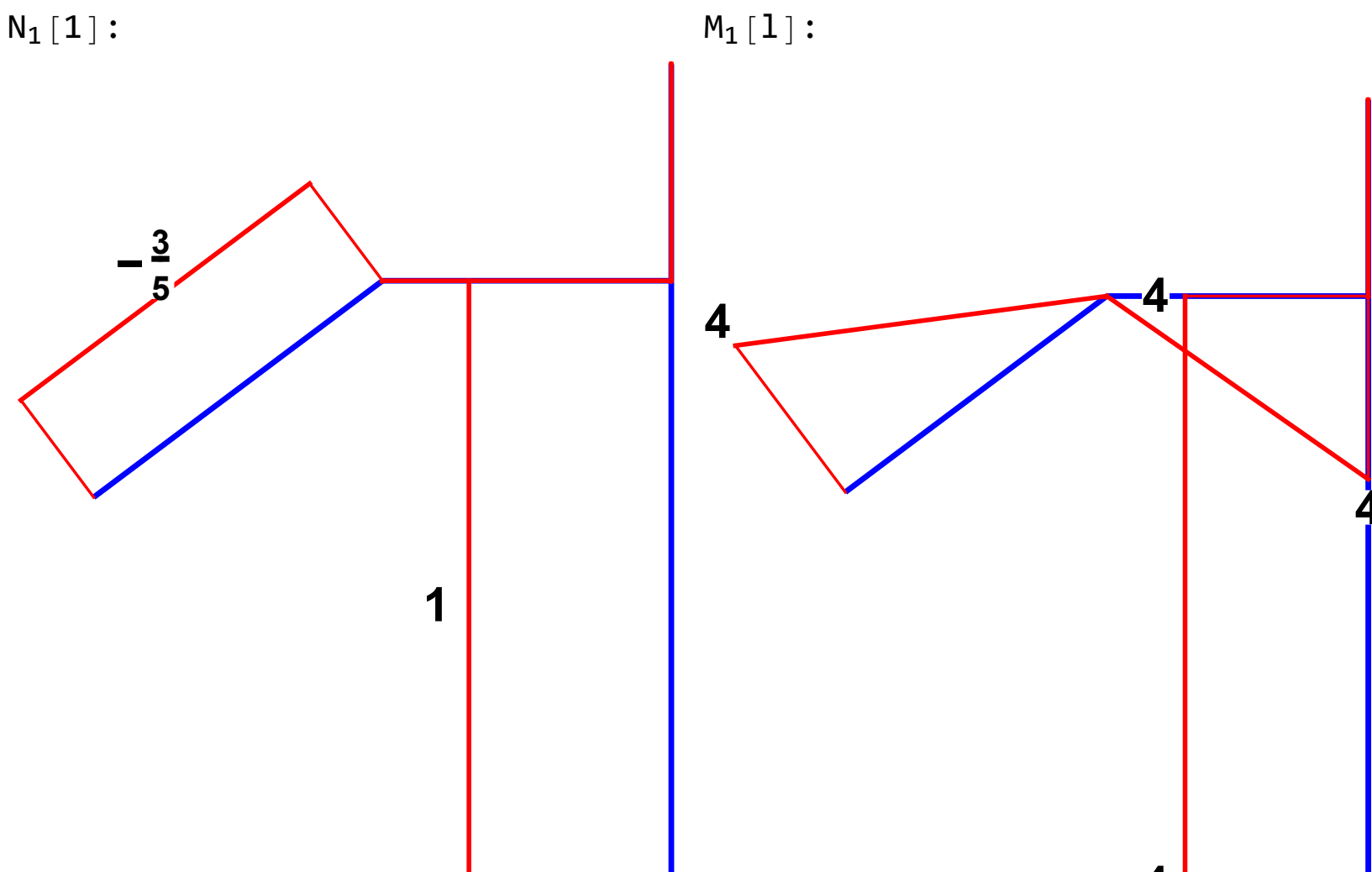


Wykresy sił wewnętrznych od obciążenia zewnętrznego w układzie zastępczym:

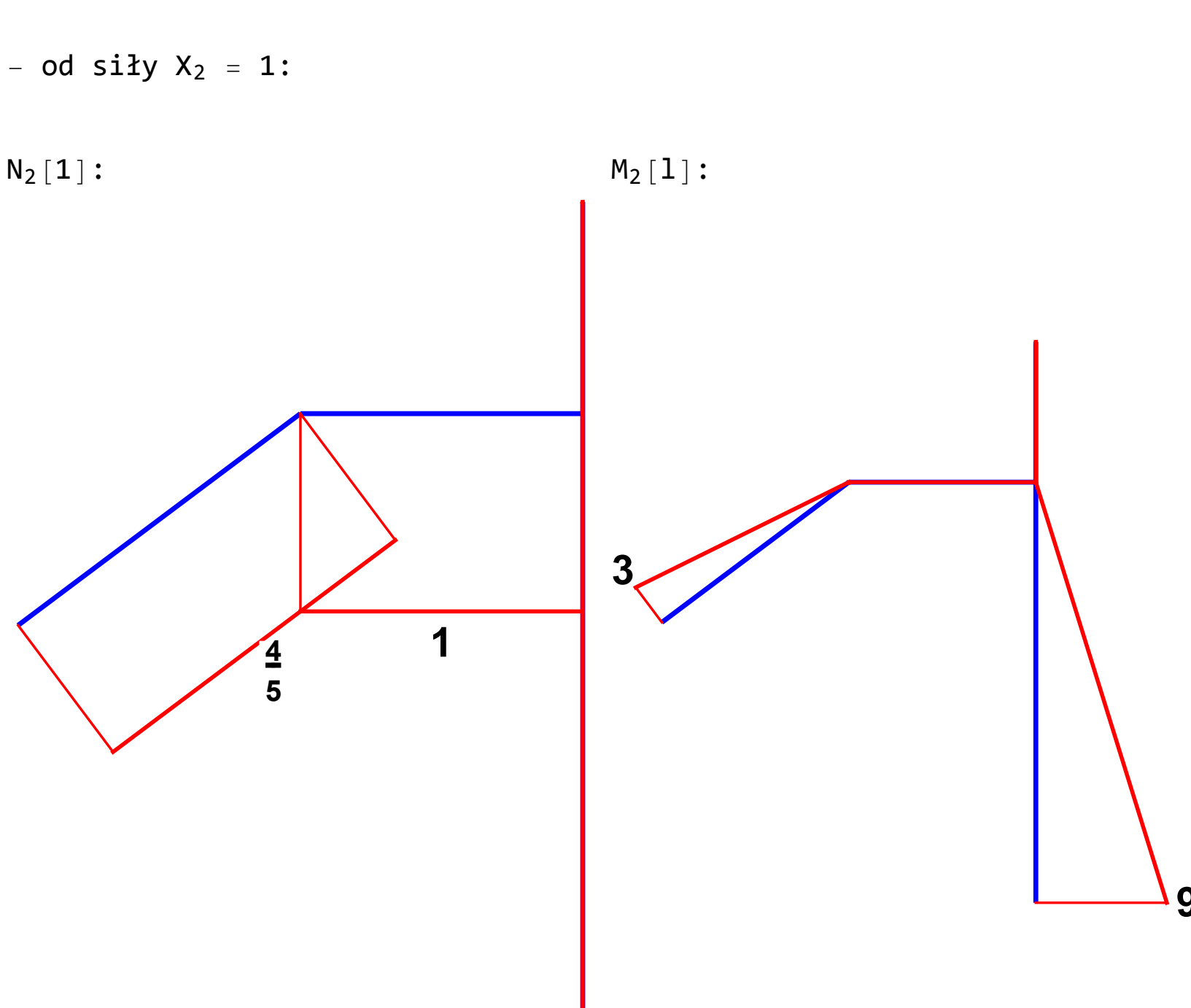


Wykresy sił wewnętrznych od jednostkowych sił nadliczbowych:

- od siły $X_1 = 1$:



- od siły $X_2 = 1$:



Przemieszczenia od obciążenia statycznego:

$$\delta_{10} = \frac{2}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} P \cdot 9 \cdot 1 \right) (41) + \left(\frac{1}{2} \cdot 61 P \cdot 9 \cdot 1 \right) (41) \right] = 270 \frac{1^3 P}{EJ}$$

$$\delta_{20} = \frac{2}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 91 \cdot 9 \cdot 1 \right) \left(\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2} P \right) + \frac{2}{3} \cdot (-61 P) \right) \right] = -\frac{729}{2} \frac{1^3 P}{EJ}$$

Przemieszczenia od jednostkowych sił nadliczbowych:

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 41 \cdot 5 \cdot 1 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 41 \right) \right] + \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 41 \cdot 4 \cdot 1 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 41 \right) \right] + \frac{2}{EJ} \left[(41 \cdot 9 \cdot 1) (41) \right] = 336 \frac{1^3}{EJ}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 41 \cdot 5 \cdot 1 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 31 \right) \right] + \frac{2}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 91 \cdot 9 \cdot 1 \right) (-41) \right] = -304 \frac{1^3}{EJ}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 31 \cdot 5 \cdot 1 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 31 \right) \right] + \frac{2}{EJ} \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 91 \cdot 9 \cdot 1 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 91 \right) \right] = 501 \frac{1^3}{EJ}$$

Równania nierozdzielności:

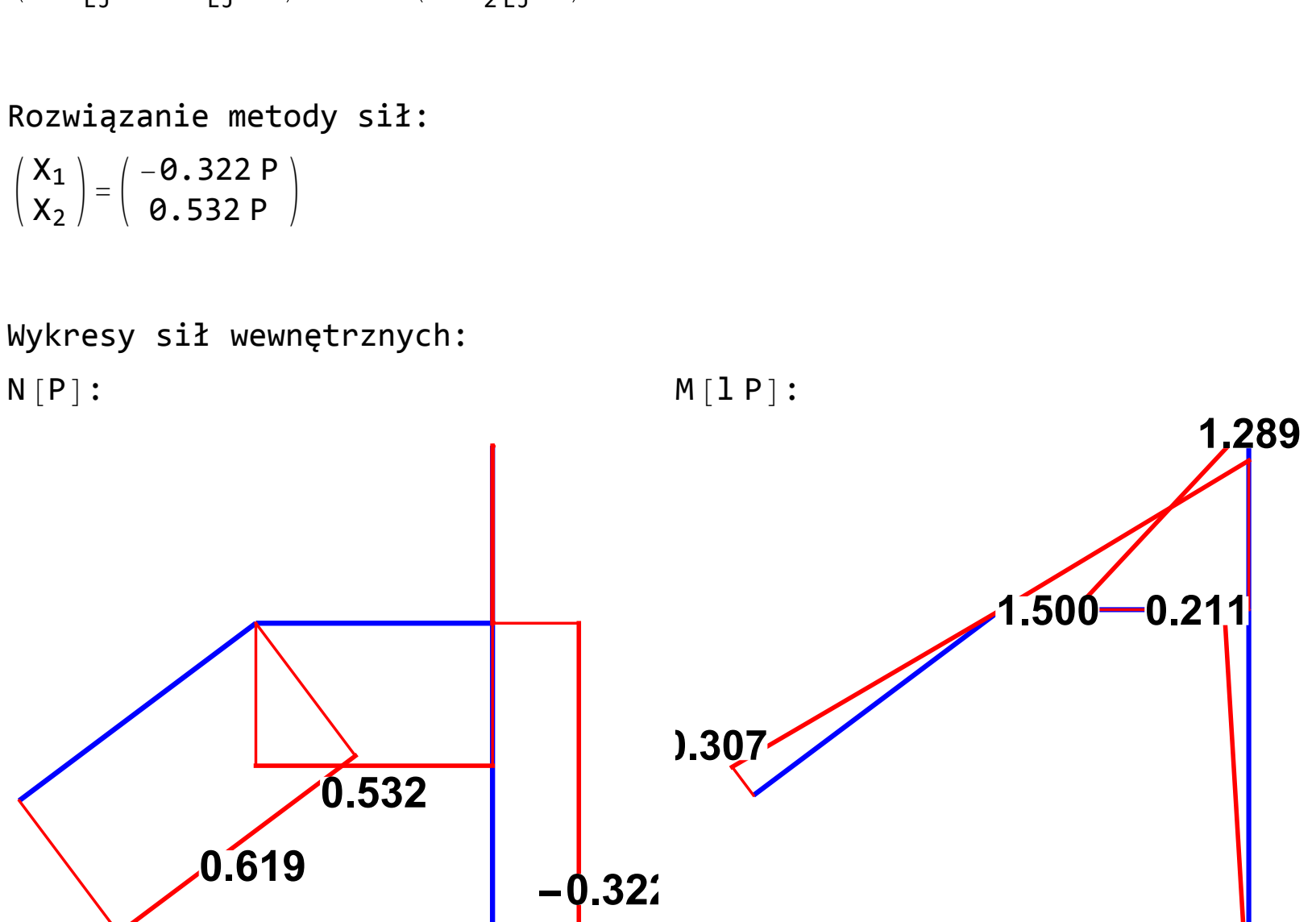
$$\begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{336}{EJ} & -\frac{304}{EJ} \\ -\frac{304}{EJ} & \frac{501}{EJ} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{270}{EJ} P \\ -\frac{729}{2 EJ} P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

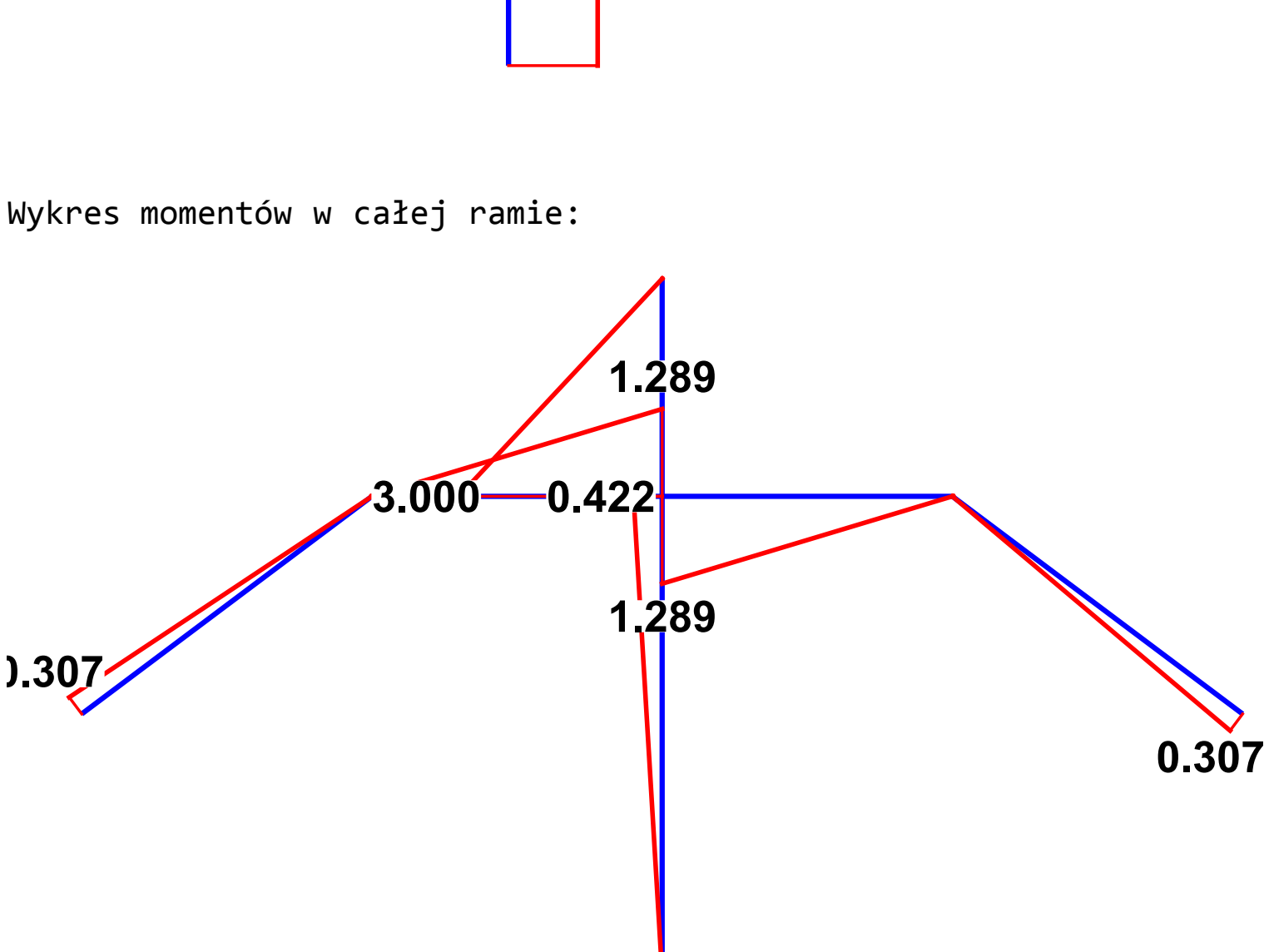
Rozwiązanie metody sił:

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.322 P \\ 0.532 P \end{pmatrix}$$

Wykresy sił wewnętrznych:



Wykres momentów w całej ramie:



Zadanie przygotował Karol Bołbotowski.