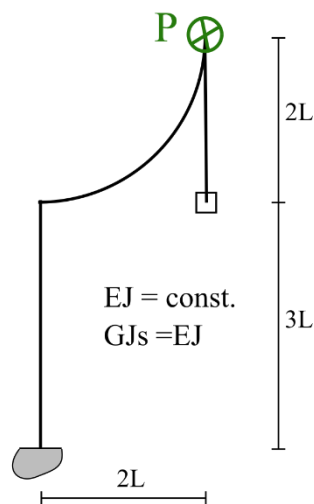


NAZWISKO Imię		
Nr albumu		Oceny z ćwiczeń :
ocena zadania 1	ocena zadania 2	Ocena z egzaminu po ustnym
		Ocena łączna, data, podpis

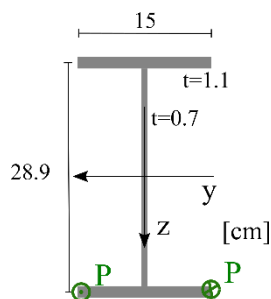
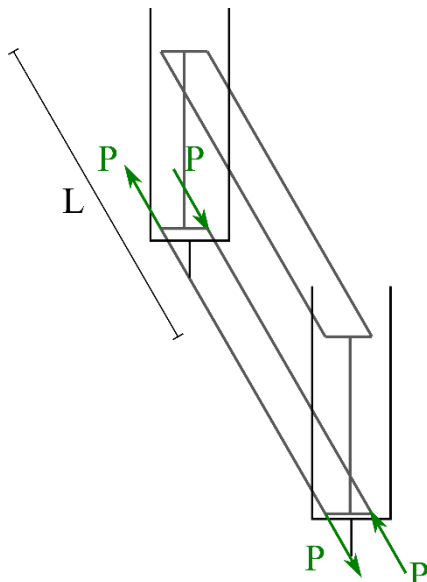
Zadanie 1. Dany jest pręt zakrzywiony w planie. Znaleźć rozkład momentów zginających i skręcających.



Zadanie 2. Dany jest pręt o profilu IPE300 na obu końcach podparty widełkowo. Na obu końcach mimośrodowo przyłożona jest para sił równoległych do osi pręta, por. rysunek poniżej. Zakładając, że przekrój jest cienkościenny należy:

- znaleźć funkcje: kąta skręcenia θ i bimomentu B;
- obliczyć największą absolutną wartość kąta skręcenia.

Przyjąć następujące dane: $L=500$ cm, $E = 21000$ kN/cm², $\nu = 0.3$, $P = 150$ kN.



$$\begin{aligned}
 A &= 53.8 \text{ cm}^2 \\
 J_y &= 8356 \text{ cm}^4 \\
 J_z &= 604 \text{ cm}^4 \\
 J_w &= 124260 \text{ cm}^6 \\
 J_s &= 19.8 \text{ cm}^4
 \end{aligned}$$

ZADANIE 1

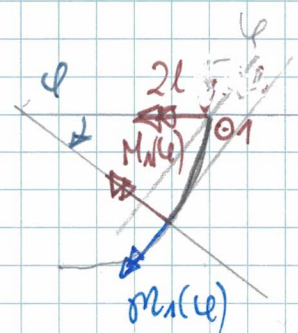
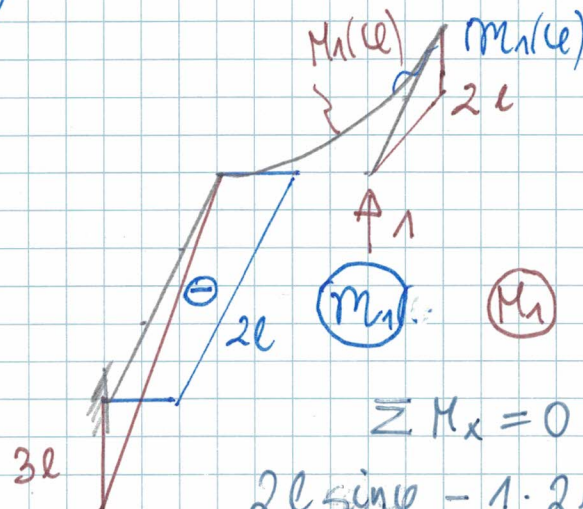
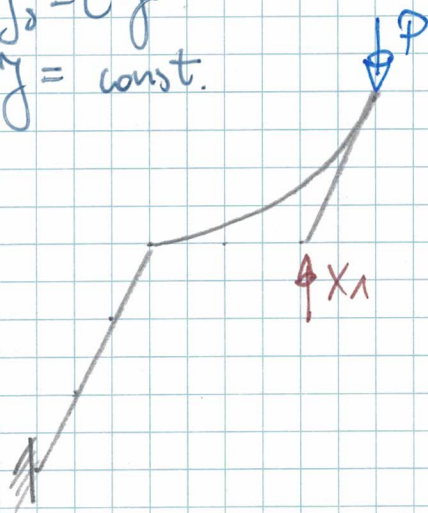
VSW

$$g g_0 = E \gamma$$

$$E \gamma = \text{const.}$$

γ -nie zgodności $\delta_{11} X_1 + \delta_{10} = 0$

Stan $X_1 = 1$



$$\sum M_x = 0$$

$$2l \sin \varphi - 1 \cdot 2l (1 - \cos \varphi) + M_1(u) -$$

$$m_1(u) = -2l \cos \varphi + 2l - 2l \sin \varphi$$

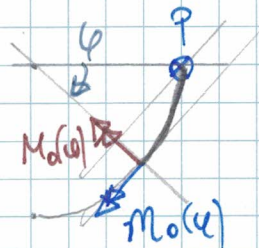
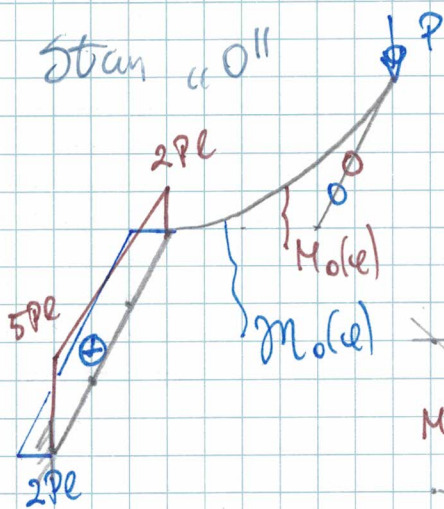
$$\sum M_y = 0$$

$$+ 2l \cos \varphi - 2l \sin \varphi + M_1(u) = 0$$

$$M_1(u) = 2l \sin \varphi - 2l \cos \varphi$$

$$m_0(u) = -2Pl (1 - \cos \varphi)$$

$$M_0(u) = -2Pl \sin \varphi$$



$$\delta_{11} = \frac{1}{E \gamma} \left[\frac{1}{2} 2l \cdot 2l \cdot \frac{2}{3} 2l + \frac{1}{2} 3l \cdot 3l \cdot \frac{2}{3} 3l + 2l \cdot 3l \cdot 2l \right]$$

$$+ \frac{1}{E \gamma} \int_0^{\frac{\pi}{2}} [M_1(u) M_1(u) + m_1(u) m_1(u)] 2l d\varphi = 29.4 \frac{l^3}{E \gamma}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{E \gamma} \left[\frac{1}{2} 2Pl \cdot 3l \cdot \left(-\frac{1}{3} 3l\right) + \frac{1}{2} 5Pl \cdot 3l \cdot \left(-\frac{2}{3} 3l\right) - 2Pl \cdot 3l \cdot 2l \right]$$

$$+ \frac{1}{E \gamma} \int_0^{\frac{\pi}{2}} [M_1(u) M_0(u) + m_1(u) m_0(u)] 2l d\varphi = -31.1 \frac{Pl^3}{E \gamma}$$

$$X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = 1.06 P$$

Końcowe wykresy rysujemy wykorzystując superpozycję

$$\textcircled{M} = X_1 \textcircled{M}_1 + \textcircled{M}_0$$

$$\textcircled{m} = X_1 \textcircled{m}_1 + \textcircled{m}_0$$

Zadanie 2

Dane

In[60]:=
$$\mathbf{pdane} = \left\{ \mathbf{E1} \rightarrow \frac{21\,000}{1 - 0.3^2} (*\mathbf{kN/cm^2*}), \mathbf{G} \rightarrow \frac{21\,000}{2 * (1 + 0.3)} (*\mathbf{kN/cm^2*}), \mathbf{J\omega} \rightarrow 124\,260 \right.$$

$$(*\mathbf{cm^6*}), \mathbf{Js} \rightarrow 19.8 (*\mathbf{cm^4*}), \mathbf{l} \rightarrow 500 (*\mathbf{cm*}), \mathbf{P} \rightarrow 150 (*\mathbf{kN*}) \left. \right\}$$

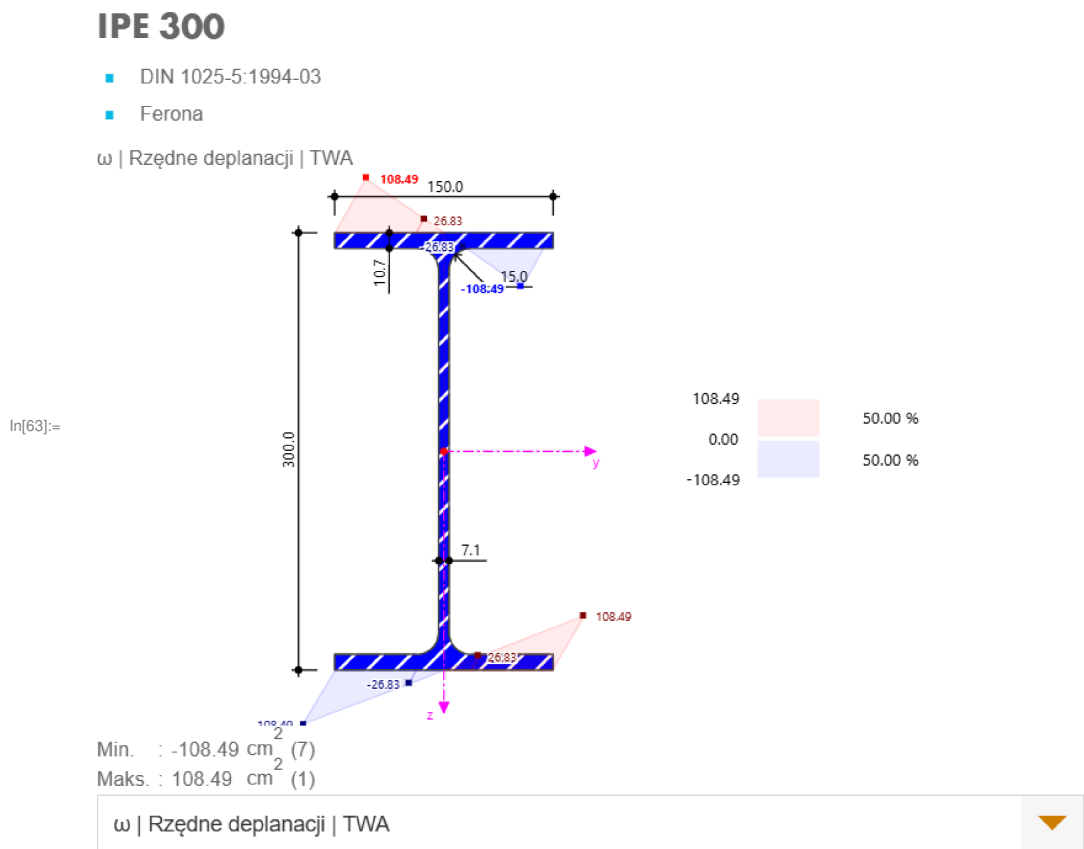
Out[60]= {E1 → 23 076.9, G → 8076.92, Jω → 124 260, Js → 19.8, l → 500, P → 150}

In[61]:=
$$\mathbf{p\psi} = \left\{ \psi \rightarrow 1 * \sqrt{\frac{\mathbf{G} * \mathbf{Js}}{\mathbf{E1} * \mathbf{J\omega}}} /. \mathbf{pdane} \right\}$$

Out[61]= {ψ → 3.73397}

In[62]:=
$$\mathbf{p\omega z} = \{\omega z1 \rightarrow -108.4, \omega z2 \rightarrow 108.4\} (*\mathbf{cm^2*})$$

Out[62]= {ωz1 → -108.4, ωz2 → 108.4}



Funkcja kąta skręcenia i Bimomentu

$$\theta = C_0 + C_1 \xi \psi + C_2 \cosh[\xi \psi] + C_3 \sinh[\xi \psi]$$

$$\theta' = C_1 \psi + C_3 \psi \cosh[\xi \psi] + C_2 \psi \sinh[\xi \psi]$$

$$\theta'' = C_2 \psi^2 \cosh[\xi \psi] + C_3 \psi^2 \sinh[\xi \psi]$$

$$B = -\frac{E_1 J \omega}{l^2} \theta''$$

Warunki brzegowe i rozwiązanie

Warunki brzegowe

$$\theta(0) = 0$$

$$B(0) = P \omega_{z1} - P \omega_{z2}$$

$$\theta(1) = 0$$

$$B(1) = P \omega_{z1} - P \omega_{z2}$$

Rozwiązanie układu równań

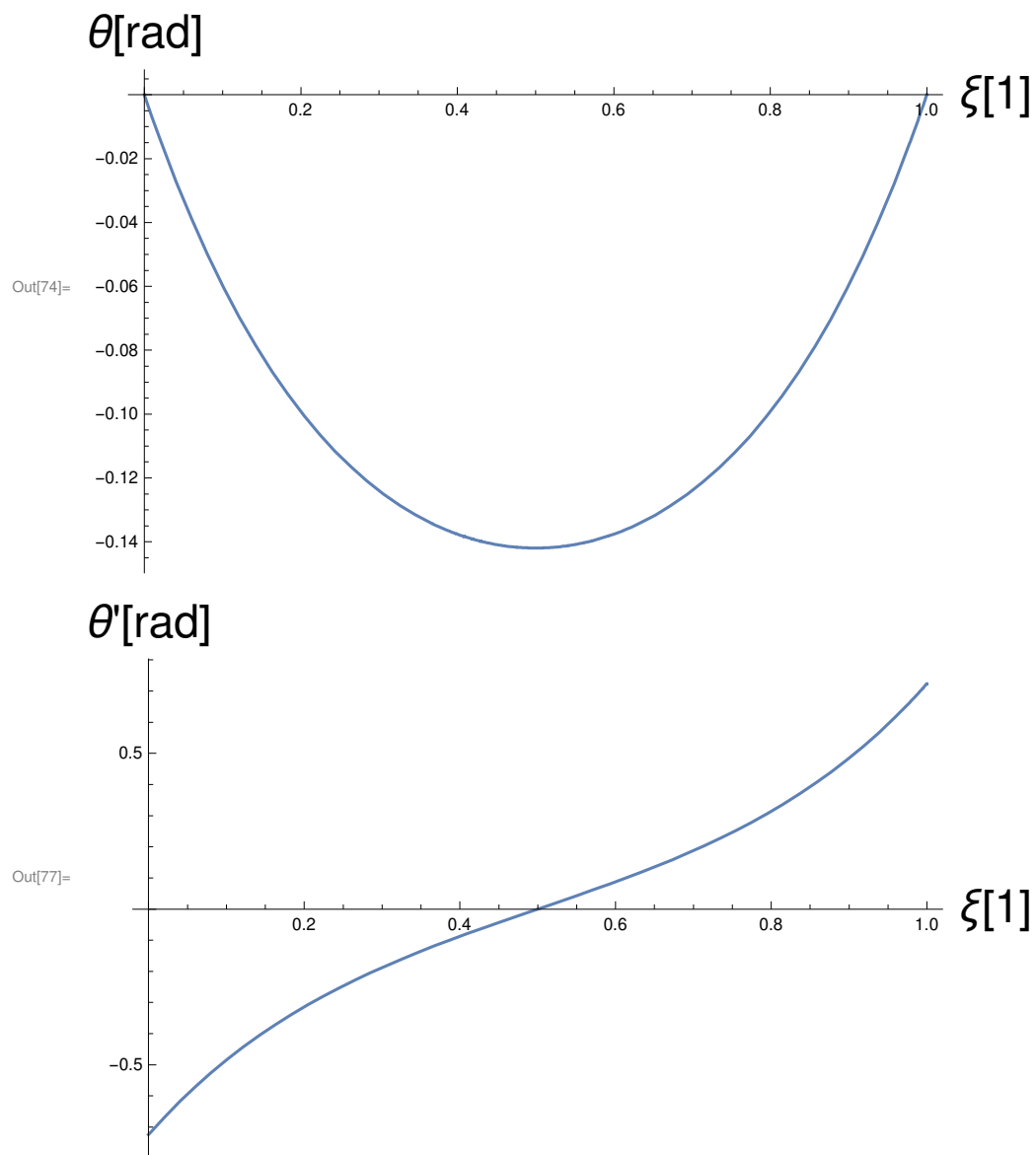
$$\left\{ \begin{aligned} C_0 &\rightarrow -\frac{-l^2 P \omega_{z1} + l^2 P \omega_{z2}}{E_1 J \omega \psi^2}, \quad C_1 \rightarrow 0, \quad C_2 \rightarrow -\frac{l^2 P \omega_{z1} - l^2 P \omega_{z2}}{E_1 J \omega \psi^2}, \\ C_3 &\rightarrow -\frac{-l^2 P \omega_{z1} \coth[\psi] + l^2 P \omega_{z2} \coth[\psi] + l^2 P \omega_{z1} \operatorname{Csch}[\psi] - l^2 P \omega_{z2} \operatorname{Csch}[\psi]}{E_1 J \omega \psi^2} \end{aligned} \right\}$$

Wartości liczbowe

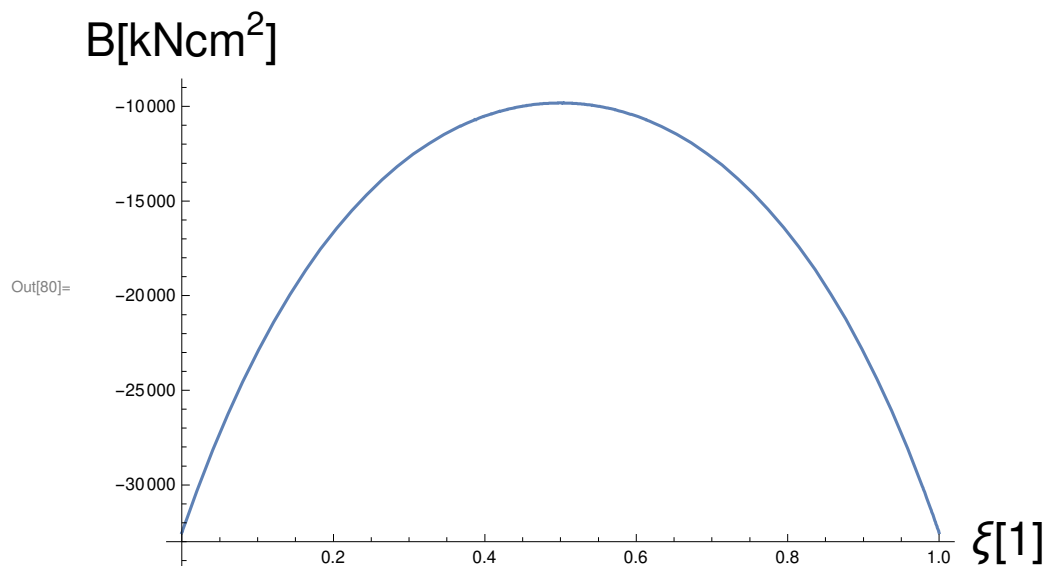
$$\{C_0 \rightarrow -0.203348, C_1 \rightarrow 0, C_2 \rightarrow 0.203348, C_3 \rightarrow -0.193855\}$$

Wykresy

Kąt skręcenia i jego pochodna



Bimoment



Moment skrećania skrępowanego

