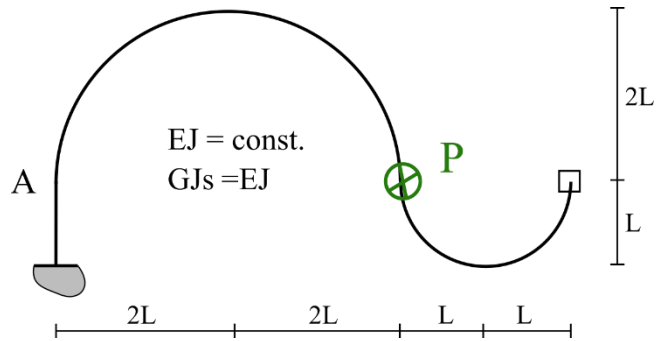


NAZWISKO Imię		
Nr albumu		Oceny z ćwiczeń :
ocena zadania 1	ocena zadania 2	Ocena z egzaminu po ustnym
		Ocena łączna, data, podpis

Zadanie 1.

Dany jest pręt zakrzywiony w płanie obciążony jak na rysunku.

- Znaleźć rozkład momentów zginających i skręcających.
- Znaleźć przemieszczenie punktu A.

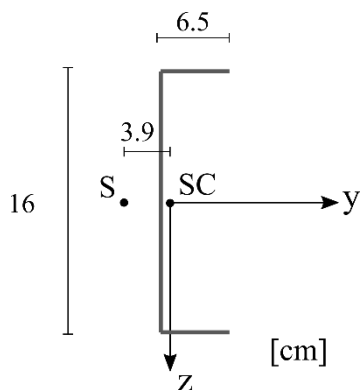


Zadanie 2.

Dany jest pręt o profilu ceowym C160, o długości $L = 70$ cm oraz podparty widelkowo na obu końcach. Zakładając, że do obu przekrojów brzegowych przyłożone jest równomiernie rozłożone normalne ciśnienie ściskające o wartości $t_n = -P/A$, należy:

- obliczyć najmniejszą siłę krytyczną P_{kr} ,
- znaleźć postać wybočenja odpowiadającą tej sile krytycznej.

Przyjąć następujące stałe materiałowe: $E = 21000$ kN/cm², $\nu = 0.3$ oraz charakterystyki geometryczne przekroju jak poniżej:



$$A = 24.0 \text{ cm}^2$$

$$J_y = 925 \text{ cm}^4$$

$$J_z = 83.5 \text{ cm}^4$$

$$J_\omega = 3370 \text{ cm}^6$$

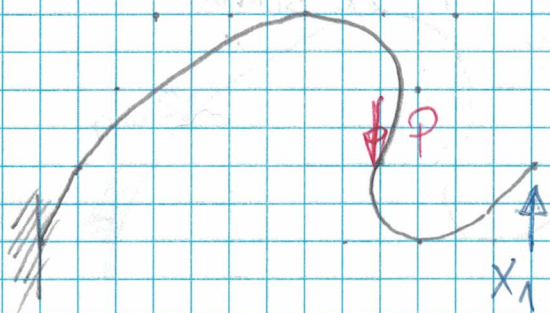
$$J_s = 7.7 \text{ cm}^4$$

ZADANIE 1 a)

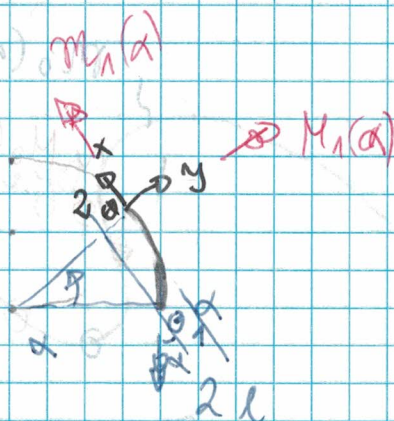
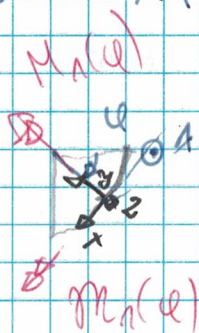
USW

n -wie zgodzili

$$\delta_{n1} X_1 + \delta_{n0} = 0$$



Stan $X_1 = 1$

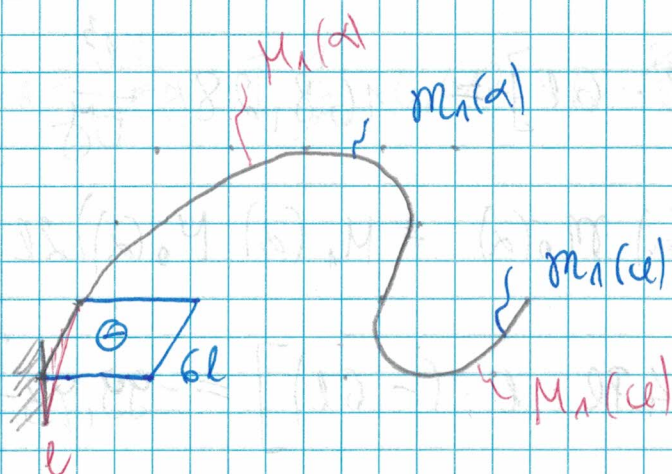


$$M_n(l) = 1 \cdot l(1 - \cos \varphi)$$

$$M_n(\alpha) = -2l + 4l \cos \alpha$$

$$M_n(l) = 1 \cdot l \sin \varphi$$

$$M_n(\alpha) = 4l \sin \alpha$$



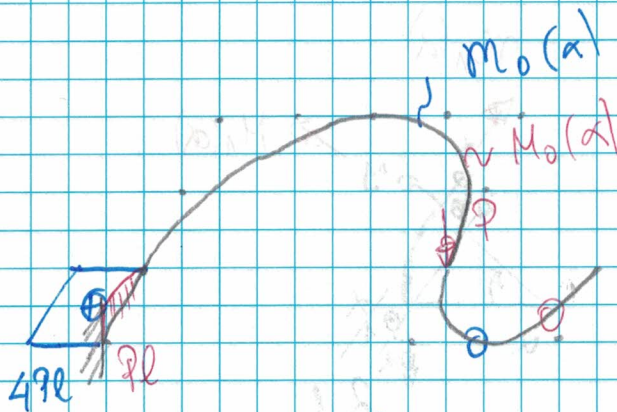
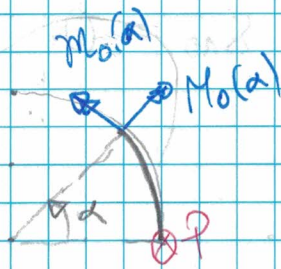
M_n

M_n

Stan "0"

$$M_o(\alpha) = P \cdot 2l(1 - \cos \alpha)$$

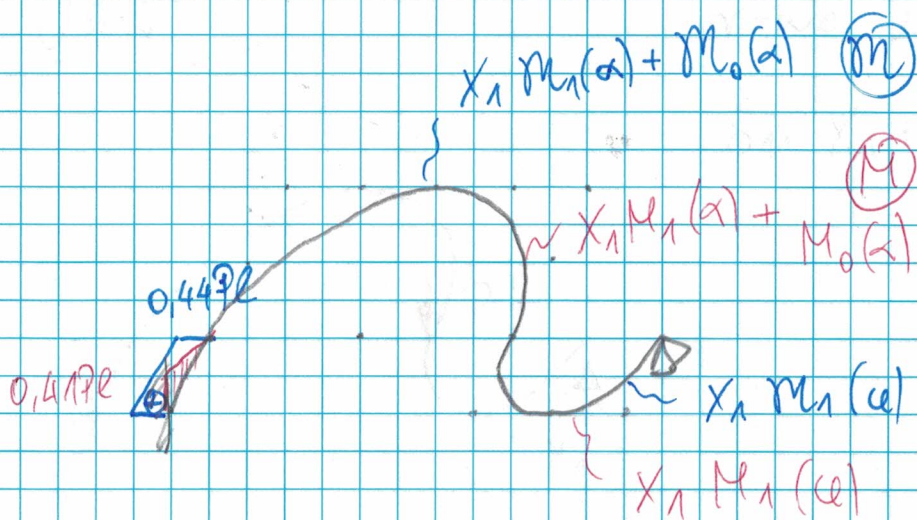
$$M_o(\alpha) = -P \cdot 2l \sin \alpha$$



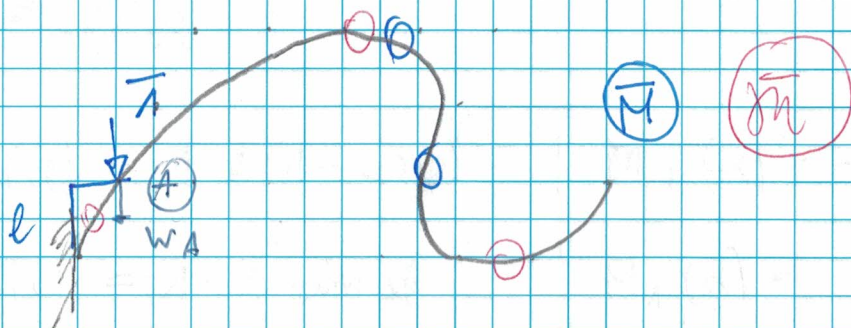
$$\begin{aligned} \Delta_{11} &= \frac{1}{EI} \left[\int_0^{\pi} (M_1(\alpha) \cdot M_1(\alpha) + M_1(\alpha) \cdot M_1(\alpha)) l d\alpha \right. \\ &+ \int_0^{\pi} (M_1(\alpha) M_1(\alpha) + M_1(\alpha) M_1(\alpha)) 2l d\alpha \\ &\left. + \frac{1}{2} l \cdot l \cdot \frac{4}{3} l + 6l \cdot l \cdot 6l \right] = 168,28 \frac{l^3}{EI} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{10} &= \frac{1}{EI} \left[\int_0^{\pi} (M_1(\alpha) M_0(\alpha) + M_1(\alpha) M_0(\alpha)) 2l d\alpha \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} 7l \cdot l \cdot \left(-\frac{2}{3} l\right) + 47l \cdot l \cdot (-6l) \right] = -99,73 \frac{l^3}{EI} \end{aligned}$$

$$X_1 = - \frac{\Delta_{10}}{\Delta_{11}} = 0,59 P$$



b) ma mocy tr. redukcyjnego



$$W_A = \frac{1}{EY} \left[\frac{1}{2} \cdot 0,419l \cdot l \cdot \frac{2}{3} l \right] = 0,14 \frac{l^3}{EY}$$

Zadanie 1

Dane

$$\text{pdane} = \{A \rightarrow 24 (*\text{cm}^2*), J_y \rightarrow 925 (*\text{cm}^4*), J_z \rightarrow 83.5 (*\text{cm}^4*), J_w \rightarrow 3370 (*\text{cm}^6*), J_s \rightarrow 7.7 (*\text{cm}^4*), y_s \rightarrow -3.9 (*\text{cm}), z_s \rightarrow 0, L \rightarrow 70 (*\text{cm}), EE \rightarrow 21000 (*\text{kN}/\text{cm}^2*), \nu \rightarrow 0.3\};$$

Sztywności

$$EI = \frac{EE}{1 - \nu^2} / . \text{pdane}$$

23076.9

$$G = \frac{EE}{2(1 + \nu)} / . \text{pdane}$$

8076.92

Zagadnienie własne

$$P_{kry} = \pi^2 EI \frac{J_y}{L^2} / . \text{pdane} (*\text{kN}*)$$

42995.5

$$P_{krz} = \pi^2 EI \frac{J_z}{L^2} / . \text{pdane} (*\text{kN}*)$$

3881.22

$$r_{02} = \left(\frac{J_y + J_z}{A} + y_s^2 + z_s^2 \right) / . \text{pdane} (*\text{cm}^2*)$$

57.2308

$$P_{krs} = \frac{1}{r_{02}} \left(\pi^2 EI \frac{J_w}{L^2} + G * J_s \right) / . \text{pdane} (*\text{kN}*)$$

3823.73

Macierz C

$$CC = \{ \{P_{kry} - P, 0, P y_s\}, \{0, P_{krz} - P, -P z_s\}, \{P y_s, -P z_s, (P_{krs} - P) r_{02}\} \} / . \text{pdane};$$

CC // MatrixForm

$$\begin{pmatrix} 42995.5 - P & 0 & -3.9 P \\ 0 & 3881.22 - P & 0 \\ -3.9 P & 0 & 57.2308 (3823.73 - P) \end{pmatrix}$$

$$\xi = \frac{x}{l}$$

Zakładamy, że f-je ugięć oraz ksta skręcenia są postaci:

$$w(\xi) = w_0 \sin(\pi \xi)$$

$$v(\xi) = v_0 \sin(\pi \xi)$$

$$\theta(\xi) = \theta_0 \sin(\pi \xi)$$

→ otrzymujemy układ równań

$$C X_0 = 0$$

(por. notatki z ćwiczeń i wykładu)

Wartości własne macierzy

```
r = Solve[Det[CC] == 0, P]
{{P -> 3729.59}, {P -> 3881.22}, {P -> 60 036.5}}
```

Najmniejsza siła krytyczna

```
P /. r[[1]] (*kN*)
3729.59
```

Postać wyboczenia

```
CC /. r[[1]] // MatrixForm

$$\begin{pmatrix} 39265.9 & 0 & -14545.4 \\ 0 & 151.631 & 0 \\ -14545.4 & 0 & 5388.09 \end{pmatrix}$$

```

```
w0 =  $\frac{14545.39 \text{ A}}{39265.94}$ 
0.370433 A
```

Postać wyboczenia

```
w0 = 0.37043274654828073` A;
v0 = 0;
theta = A;
```