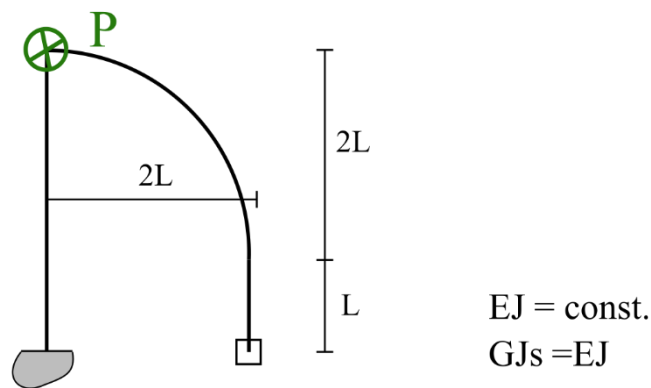


NAZWISKO Imię		
Nr albumu		Oceny z ćwiczeń :
ocena zadania 1	ocena zadania 2	Ocena z egzaminu po ustnym
		Ocena łączna, data, podpis

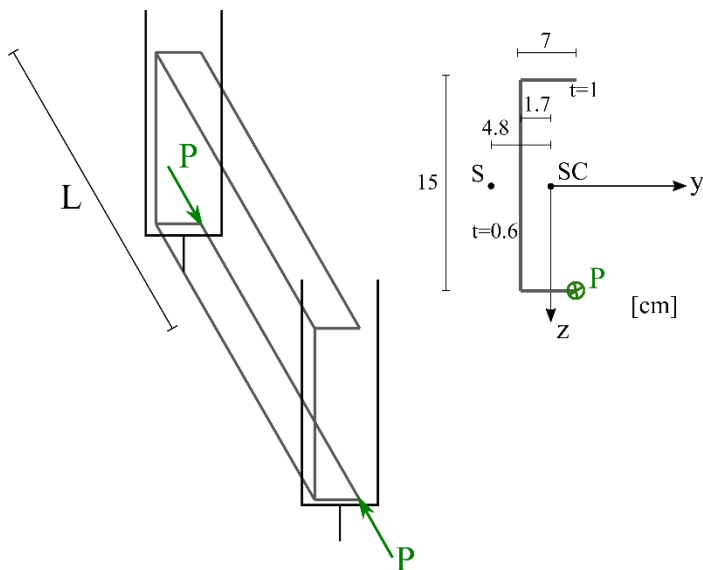
Zadanie 1. Dany jest pręt zakrzywiony w planie. Znaleźć rozkład momentów zginających i skręcających.



Zadanie 2. Dany jest pręt o profilu C160 na obu końcach podparty widełkowo. Na obu końcach mimośrodowo przyłożona jest siła równoległa do osi pręta, por. rysunek poniżej. Zakładając, że przekrój jest cienkościenny należy:

- znaleźć funkcje: kąta skręcenia θ i bimomentu B ;
- obliczyć największą absolutną wartość kąta skręcenia.

Przyjąć następujące dane: $L=500$ cm, $E = 21000$ kN/cm², $\nu = 0.3$, $P = 200$ kN.



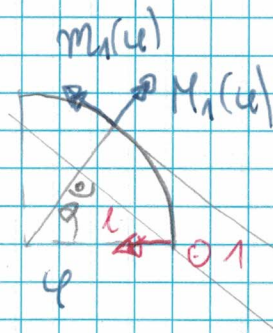
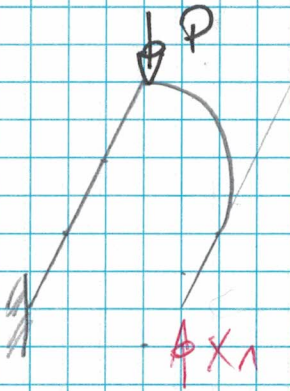
$$\begin{aligned}
 A &= 21.7 \text{ cm}^2 \\
 J_y &= 911 \text{ cm}^4 \\
 J_z &= 107 \text{ cm}^4 \\
 J_\omega &= 3960 \text{ cm}^6 \\
 J_s &= 5.2 \text{ cm}^4
 \end{aligned}$$

ZADANIE 1

USW

n - wie zgodności

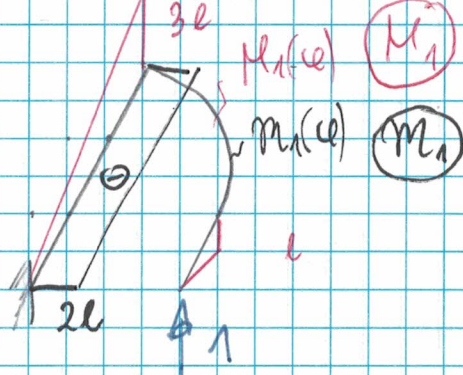
$$\delta_{11} X_1 + \delta_{10} = 0$$



$$M_n(\varphi) + l \sin \varphi + 1 \cdot 2l (1 - \cos \varphi) = 0$$

$$M_n(\varphi) = -l \sin \varphi - 2l \cos \varphi + 2l$$

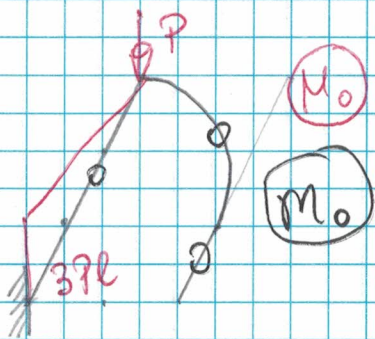
Stan $X_1 = 1$



$$M_n(\varphi) - l \cos \varphi - 2l \sin \varphi = 0$$

$$M_n(\varphi) = l \cos \varphi + 2l \sin \varphi$$

Stan "0"



$$\delta_{11} = \frac{1}{EY} \left[\frac{1}{2} 3l \cdot 3l \cdot \frac{2}{3} 3l + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} l \cdot l \cdot \frac{2}{3} l + (-2l) \cdot 3l \cdot (-2l) \right.$$

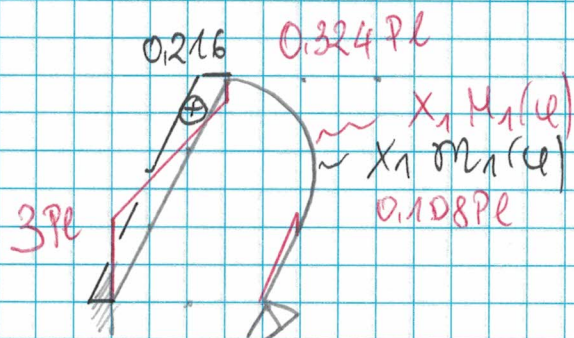
$$\left. + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (-l \sin \varphi + 2l \cos \varphi - 2l)^2 2l d\varphi \right.$$

$$\left. + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (l \cos \varphi + 2l \sin \varphi)^2 2l d\varphi \right] =$$

$$= 41,6 \frac{l^3}{EY}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EY} \left[\frac{1}{2} 3l \cdot 3l \cdot \frac{1}{3} 3l \right] = \frac{9}{2} \frac{l^3}{EY} = 4,5 \frac{l^3}{EY}$$

$$X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = -0,108 P$$



Zadanie 2

Dane

$$pdane = \left\{ E1 \rightarrow \frac{21\,000}{1 - 0.3^2} (*kN/cm^2*), G \rightarrow \frac{21\,000}{2 * (1 + 0.3)} (*kN/cm^2*), \right. \\ \left. J\omega \rightarrow 3960 (*cm^6*), J_s \rightarrow 5.20 (*cm^4*), I \rightarrow 500 (*cm^4*), P \rightarrow 200 (*kN*) \right\}$$

$$\{E1 \rightarrow 23\,076.9, G \rightarrow 8076.92, J\omega \rightarrow 3960, J_s \rightarrow 5.2, I \rightarrow 500, P \rightarrow 200\}$$

$$p\psi = \left\{ \psi \rightarrow 1 * \sqrt{\frac{G * J_s}{E1 * J\omega}} /. pdane \right\}$$

$$\{\psi \rightarrow 10.7191\}$$

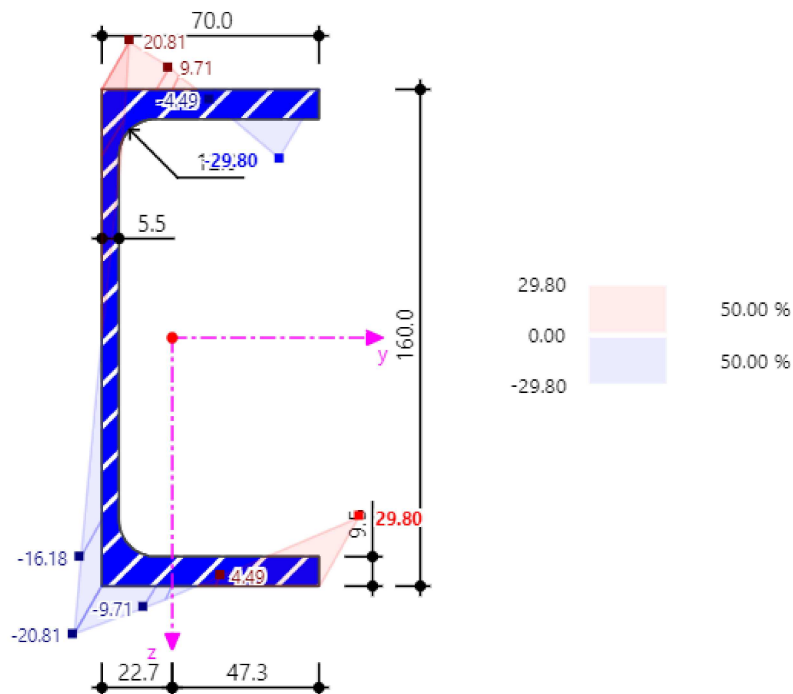
$$p\omega z = \{\omega z \rightarrow - (4.8 - 1.7) * 7.5 + 7 * 7.5\} (*cm^2*)$$

$$\{\omega z \rightarrow 29.25\}$$

UPE 160

- EN 10365:2017
- ArcelorMittal (2018)

ω | Rzędne deplancji | TWA



Min. : -29.80 cm² (1)

Maks. : 29.80 cm² (13)

ω | Rzędne deplancji | TWA

Funkcja kąta skręcenia i Bimomentu

$$\theta = C_0 + C_1 \xi \psi + C_2 \operatorname{Cosh}[\xi \psi] + C_3 \operatorname{Sinh}[\xi \psi]$$

$$\theta' = C_1 \psi + C_3 \psi \operatorname{Cosh}[\xi \psi] + C_2 \psi \operatorname{Sinh}[\xi \psi]$$

$$\theta'' = C_2 \psi^2 \operatorname{Cosh}[\xi \psi] + C_3 \psi^2 \operatorname{Sinh}[\xi \psi]$$

$$B = -\frac{E_1 J \omega}{l^2} \theta''$$

Warunki brzegowe i rozwiązanie

Warunki brzegowe

$$\theta(0) = 0$$

$$B(0) = -P \omega_z$$

$$\theta(1) = 0$$

$$B(1) = -P \omega_z$$

Rozwiązanie układu równań

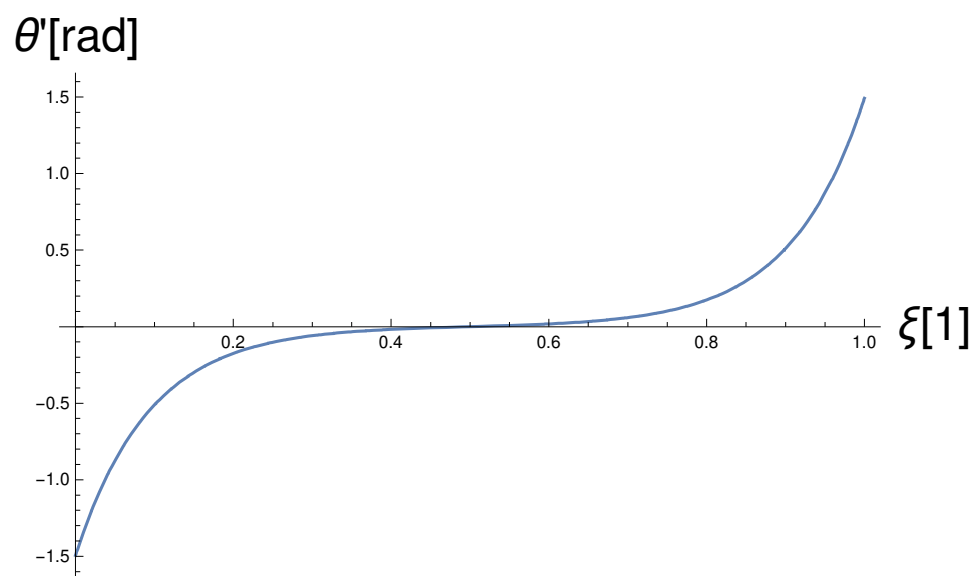
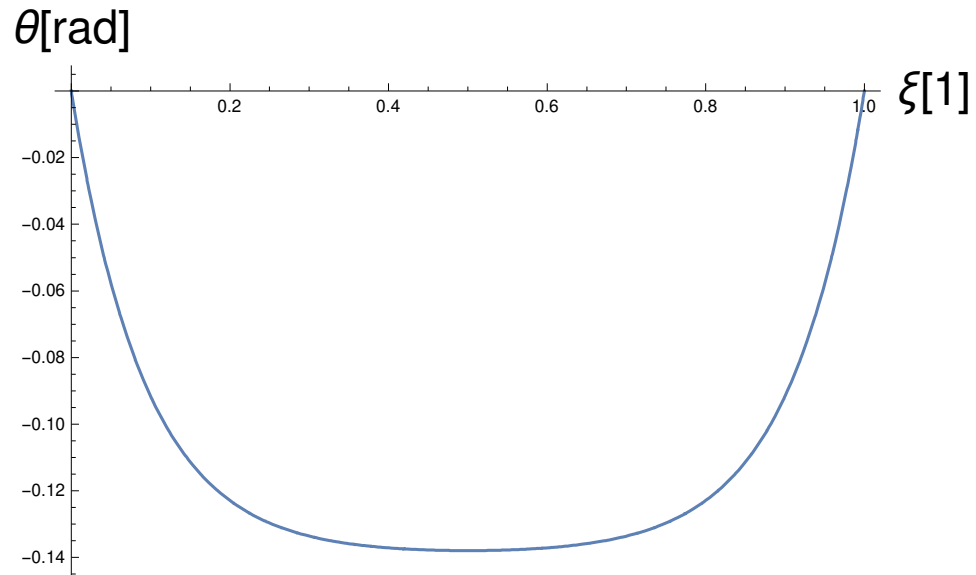
$$\left\{ C_0 \rightarrow -\frac{l^2 P \omega_z}{E_1 J \omega \psi^2}, C_1 \rightarrow 0, C_2 \rightarrow \frac{l^2 P \omega_z}{E_1 J \omega \psi^2}, C_3 \rightarrow -\frac{l^2 P \omega_z \operatorname{Coth}[\psi] - l^2 P \omega_z \operatorname{Csch}[\psi]}{E_1 J \omega \psi^2} \right\}$$

Wartości liczbowe

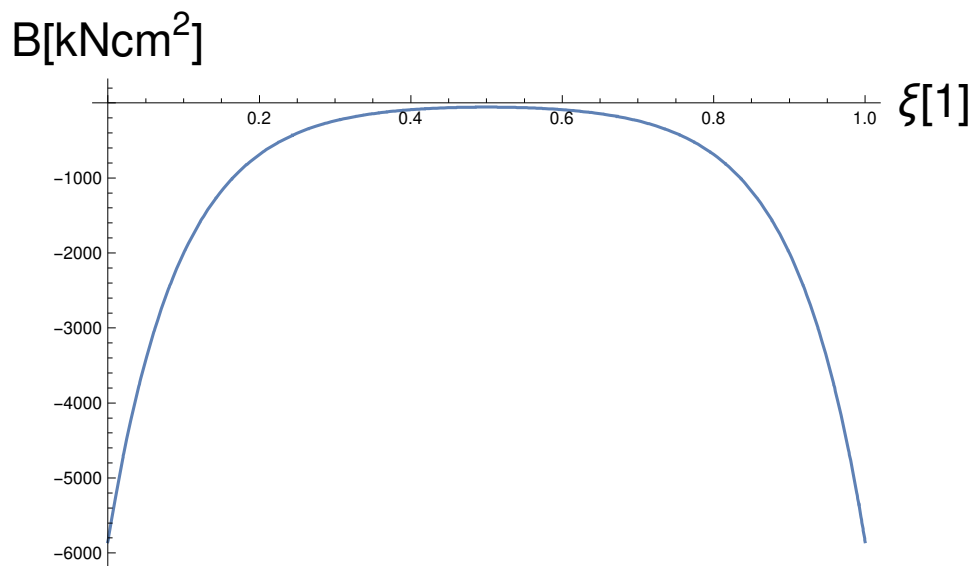
$$\{C_0 \rightarrow -0.139286, C_1 \rightarrow 0, C_2 \rightarrow 0.139286, C_3 \rightarrow -0.13928\}$$

Wykresy

Kąt skręcenia i jego pochodna



Bimoment



Moment skręcania skrępowanego

