

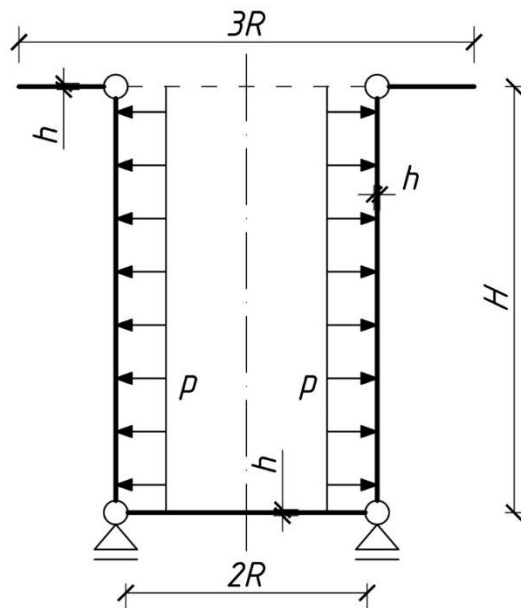
NAZWISKO Imię			
Nr albumu		Ocena z ćwiczeń projektowych	
Ocena – zadanie 1.	Ocena – zadanie 2.	Ocena z egzaminu po ustnym	
		Ocena łączna, data, podpis	

Zadanie 1.

W zbiorniku pokazanym na rysunku znaleźć wartości nadliczbowych i wyznaczyć funkcje opisujące:

- momenty zginające w powłoce (M_1, M_2)
- przemieszczenie w powłoce (w)
- siły w płycie dennej (N_1, N_2)

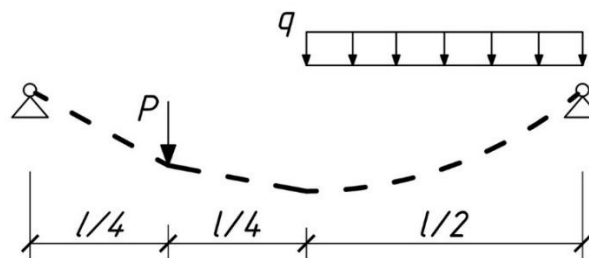
Dane:
 $E=30 \text{ GPa}$
 $\nu=0,2$
 $h=12 \text{ cm}$
 $H=4R$
 $R=5 \text{ m}$
 $p=1 \text{ kN/m}^2$



Zadanie 2.

W pokazanym na rysunku cięgnię znaleźć wartość siły naciągu H . Obciążenie q działa na jednostkę rzutu poziomego, podpory są na tych samych wysokościach, zakłada się mały zwis cięgna.

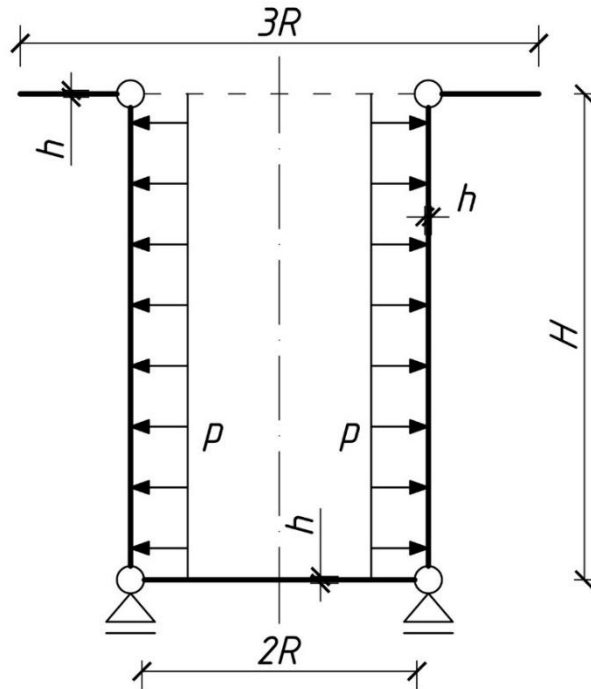
Dane:
 $q=1 \text{ kN/m}$
 $P=10 \text{ kN}$
 $l=40 \text{ m}$
 $L_0=42 \text{ m}$
 $EA=\infty$



Zadanie 1.

1) Dane:

Dane:
 $E=30 \text{ GPa}$
 $\nu=0,2$
 $h=12 \text{ cm}$
 $H=4R$
 $R=5 \text{ m}$
 $p=1 \text{ kN/m}^2$



2) Wielkości pomocnicze:

pg – indeks górny oznaczający płytę górną

pd – indeks górny oznaczający płytę denną

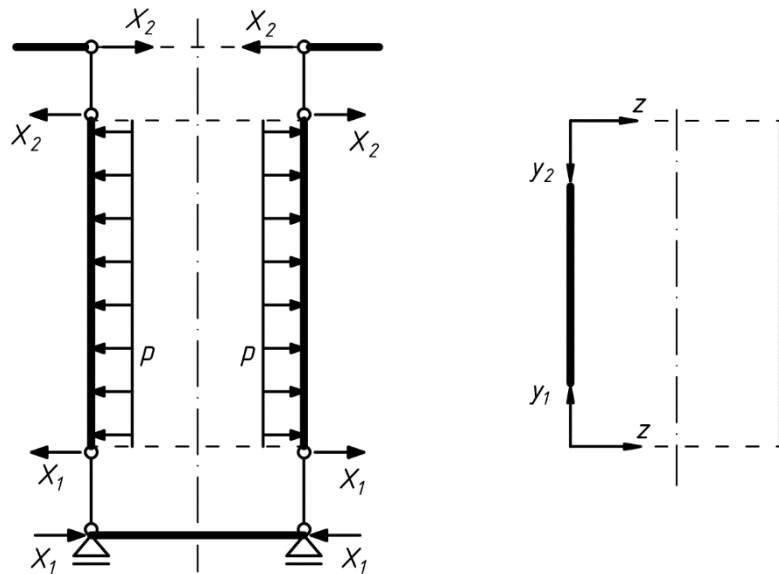
c – indeks górny oznaczający powłokę

$$\lambda^4 = 3(1 - \nu^2) \left(\frac{R}{h}\right)^2$$

$$C = \frac{Eh}{1 - \nu^2}$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}$$

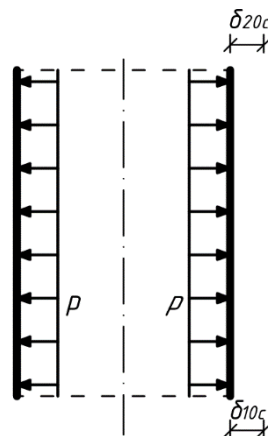
3) Układ zastępczy oraz układy współrzędnych:



$$y_1 = R\xi_1 \quad y_2 = R\xi_2 \quad \xi_2 = \frac{H}{R} - \xi_1 = 4 - \xi_1$$

4) Powłoka

- Stan „0” – bezmomentowy



Podatności:

$$\delta_{10c} = \frac{pR^2}{Eh}$$

$$\delta_{20c} = \frac{pR^2}{Eh}$$

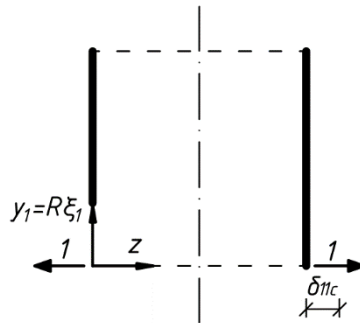
Momenty:

$$M_{10c} = M_{20c} = 0$$

Przemieszczenie:

$$w_{0c} = -\frac{pR^2}{Eh}$$

- Zaburzenie $X_1 = 1$



Podatność:

$$\delta_{11c} = -w(0) = \frac{2R\lambda}{Eh}$$

Momenty:

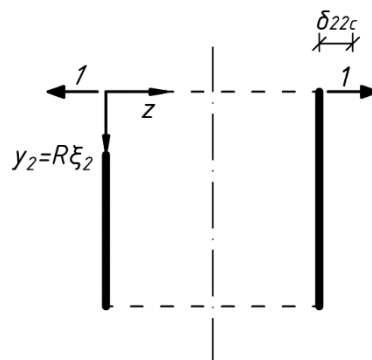
$$M_{11c} = \nu M_{21c}$$

$$M_{21c} = \frac{R}{\lambda} e^{-\lambda\xi_1} \sin(\lambda\xi_1)$$

Przemieszczenie:

$$w_{1c} = -\frac{2R\lambda}{Eh} e^{-\lambda\xi_1} \cos(\lambda\xi_1)$$

- Zaburzenie $X_2 = 1$



Podatność:

$$\delta_{22c} = -w(0) = \frac{2R\lambda}{Eh}$$

Momenty:

$$M_{12c} = \nu M_{22c}$$

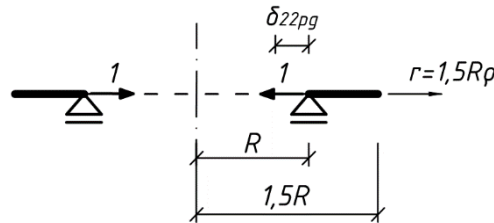
$$M_{22c} = \frac{R}{\lambda} e^{-\lambda\xi_2} \sin(\lambda\xi_2)$$

Przemieszczenie:

$$w_{2c} = -\frac{2R\lambda}{Eh} e^{-\lambda\xi_2} \cos(\lambda\xi_2)$$

5) Płyta górna

- Zaburzenie $X_2 = 1$

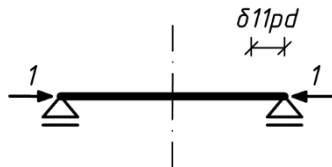


Podatność:

$$\delta_{22pg} = -u(\alpha) = \frac{1,5R\alpha[\alpha^2(1-\nu) + 1 + \nu]}{C(1-\nu^2)(1-\alpha^2)} \quad \text{gdzie: } \alpha = \frac{R}{1,5R} = \frac{2}{3}$$

6) Płyta denna

- Zaburzenie $X_2 = 1$



Podatność:

$$\delta_{11pd} = \frac{R}{C(1+\nu)}$$

Siły:

$$N_{11pd} = -1$$

$$N_{21pd} = -1$$

7) Znajdowanie nadliczbowych:

$$\begin{cases} (\delta_{11c} + \delta_{11pd})X_1 + \delta_{10c} = 0 \\ (\delta_{22c} + \delta_{22pg})X_2 + \delta_{20c} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\frac{2R\lambda}{Eh} + \frac{R}{C(1+\nu)} \right] X_1 + \frac{pR^2}{Eh} = 0 \\ \left\{ \frac{2R\lambda}{Eh} + \frac{1,5R\alpha[\alpha^2(1-\nu) + 1 + \nu]}{C(1-\nu^2)(1-\alpha^2)} \right\} X_2 + \frac{pR^2}{Eh} = 0 \end{cases}$$

$$X_1 \cong -0,284 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$X_2 \cong -0,255 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

8) Momenty zginające w powłoce:

$$\begin{aligned} M_{1c}(\xi_1) &= X_1 \cdot M_{11c} + X_2 \cdot M_{12c} + M_{10c} \\ &= X_1 \cdot \frac{\nu R}{\lambda} e^{-\lambda \xi_1} \sin(\lambda \xi_1) + X_2 \cdot \frac{\nu R}{\lambda} e^{-\lambda(4-\xi_1)} \sin[\lambda(4-\xi_1)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{2c}(\xi_1) &= X_1 \cdot M_{21c} + X_2 \cdot M_{22c} + M_{20c} \\ &= X_1 \cdot \frac{R}{\lambda} e^{-\lambda \xi_1} \sin(\lambda \xi_1) + X_2 \cdot \frac{R}{\lambda} e^{-\lambda(4-\xi_1)} \sin[\lambda(4-\xi_1)] \end{aligned}$$

9) Przemieszczenia w powłoce:

$$\begin{aligned} w_c(\xi_1) &= X_1 \cdot w_{1c} + X_2 \cdot w_{2c} + w_{0c} \\ &= -X_1 \cdot \frac{2R\lambda}{Eh} e^{-\lambda \xi_1} \cos(\lambda \xi_1) - X_2 \cdot \frac{2R\lambda}{Eh} e^{-\lambda(4-\xi_1)} \cos[\lambda(4-\xi_1)] - \frac{pR^2}{Eh} \end{aligned}$$

10) Siły w płycie dennej:

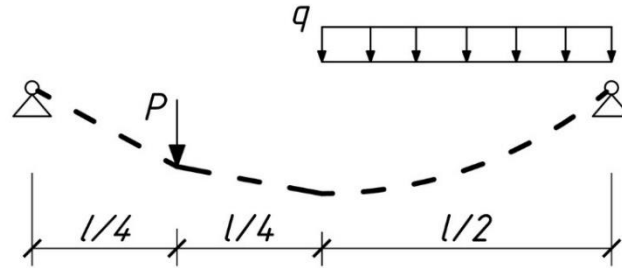
$$N_{1pd} = X_1 \cdot N_{11pd} = -X_1$$

$$N_{2pd} = X_1 \cdot N_{21pd} = -X_1$$

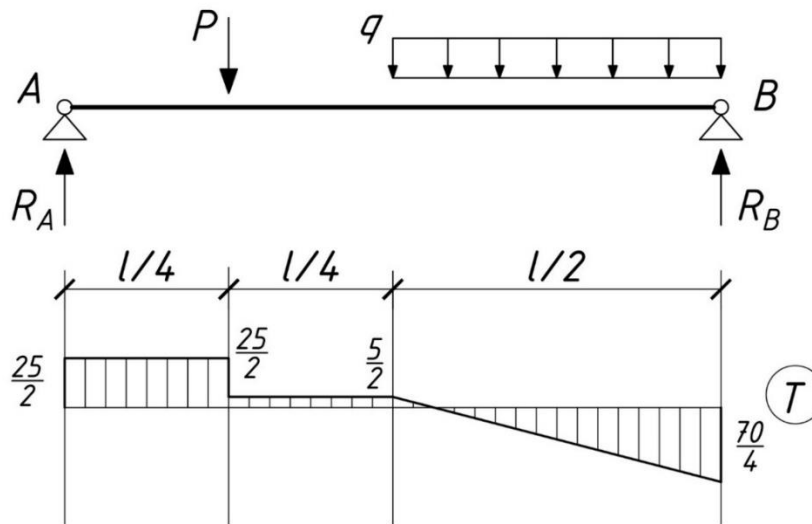
Zadanie 2.

1) Dane:

Dane:
 $q=1 \text{ kN/m}$
 $P=10 \text{ kN}$
 $l=40 \text{ m}$
 $L_0=42 \text{ m}$
 $EA=\infty$



2) Zastępcza belka swobodnie podparta



Obliczanie reakcji:

$$\Sigma M_A: \quad P \cdot \frac{l}{4} + q \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{3}{4}l - R_B \cdot l = 0 \quad \Rightarrow \quad R_B = \frac{P}{4} + \frac{3}{8}ql = \frac{70}{4}$$

$$\Sigma F_z: \quad R_A + R_B - P - q \cdot \frac{l}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_A = \frac{3}{4}P + \frac{ql}{8} = \frac{25}{2}$$

3) Znajdowanie siły naciągu:

Wzory dla cięgna nierozciągliwego o małym zwisie:

$$H = Q \sqrt{\frac{\lambda_0}{2(1 - \lambda_0)}} \quad \text{gdzie: } \lambda_0 = \frac{l}{L_0} = \frac{20}{21}$$

Wielkość Q^2 jest zdefiniowana następująco:

$$Q^2 = \int_0^1 T^2(\xi) d\xi$$
$$= \frac{25}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{25}{2} + \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{70}{4} \right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{70}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{70}{4} - \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} \right) = \frac{1025}{12} \text{ kN}^2$$

$$Q = \sqrt{\frac{1025}{12}} = \frac{5}{2} \sqrt{\frac{41}{3}} \cong 9,242 \text{ kN}$$

$$H = \frac{5}{2} \sqrt{\frac{41}{3}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{20}{21}}{2 \left(1 - \frac{20}{21} \right)}} \cong 29,226 \text{ kN}$$