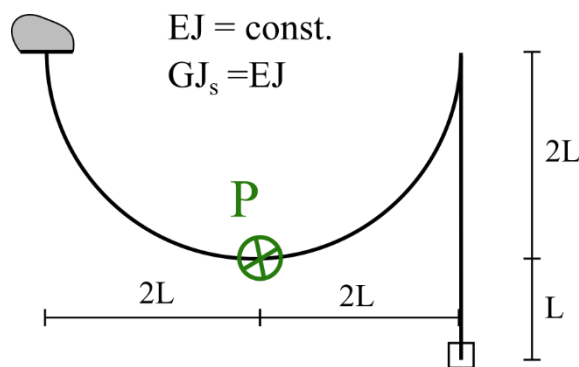


NAZWISKO Imię		
Nr albumu		Ocena z ćwiczeń :
ocena zadania 1	ocena zadania 2	Ocena z egzaminu po ustnym
		Ocena łączna, data, podpis

**Zadanie 1.**

Dany jest pręt zakrzywiony w planie. Znaleźć rozkład momentów zginających i skręcających.

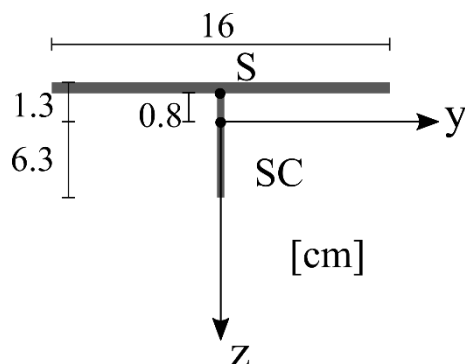


**Zadanie 2.**

Dany jest pręt o profilu teowym 1/2 HEA 160, o długości  $L = 500$  cm oraz podparty widełkowo na obu końcach.

- Założyć, że do obu przekrojów brzegowych przyłożone jest równomiernie rozłożone obciążenie powierzchniowe normalne tak, że naprężenia ściskające równe  $\sigma_x = -P/A$  na tych licach. Obliczyć najmniejszą siłę krytyczną  $P_{kr}$ .
- Założyć, że pręt poddany jest czystemu zginaniu w płaszczyźnie xz. Obliczyć moment krytyczny  $M_{kr}$ .

Przyjąć następujące stałe materiałowe:  $E = 21000$  kN/cm<sup>2</sup>,  $\nu = 0.3$  oraz charakterystyki geometryczne przekroju jak poniżej:

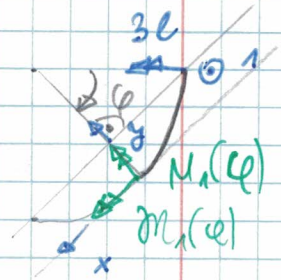
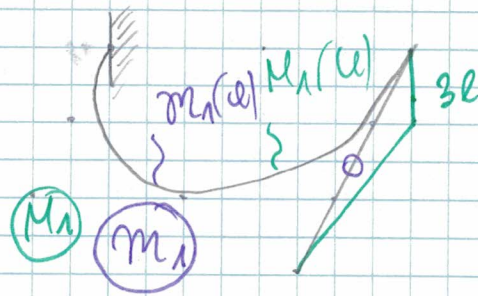
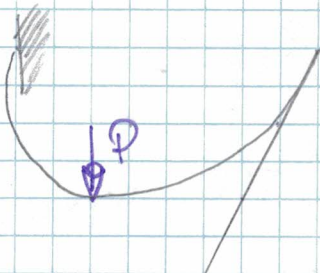


$$\begin{aligned}
 A &= 19.4 \text{ cm}^2 \\
 J_y &= 61.5 \text{ cm}^4 \\
 J_z &= 308 \text{ cm}^4 \\
 J_{\omega} &= 0 \text{ cm}^6 \\
 J_s &= 6.1 \text{ cm}^4
 \end{aligned}$$

# ZADANIE 1

UGW

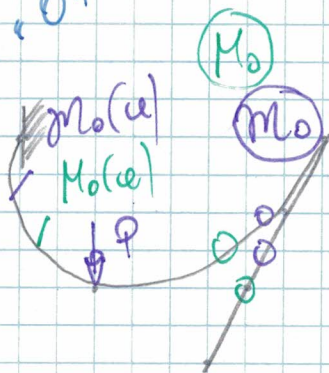
Stam  $X_1=1$



r-nie zgodności  $X_1$

$$\delta_{11} X_1 + \delta_{10} = 0$$

Stam  $\epsilon_{01}$



$$\sum M_x = 0$$

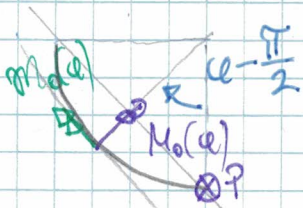
$$M_n(u) + 3l \sin \varphi + 1 \cdot 2l(1 - \cos \varphi) = 0$$

$$M_n(u) = 2l(1 - \cos \varphi) - 3l \sin \varphi$$

$$\sum M_y = 0$$

$$M_n(u) + 3l \cos \varphi - 1 \cdot 2l \sin \varphi = 0$$

$$M_n(u) = 2l \sin \varphi - 3l \cos \varphi$$



$$M_0(u) = -P \cdot 2l (1 - \cos(\varphi - \frac{\pi}{2}))$$

$$M_0(u) = -P \cdot 2l \sin(\varphi - \frac{\pi}{2})$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \int_0^{\pi} \frac{1}{2} 3l \cdot 3l \cdot \frac{2}{3} 3l + \int_0^{\pi} [M_n^2(u) + M_n^2(u)] 2l du = 67,814 \frac{l^3}{EI}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \int_0^{\pi} (M_n(u) M_0(u) + M_n(u) M_0(u)) 2l du = -19,416 \frac{Pl^3}{EI}$$

$$X_1 = - \frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = 0,286 P$$

Koncowe wykreśy momentów

$$\bar{M} = \bar{M}_0 + X_1 \bar{M}_1$$

$$\bar{m} = \bar{m}_0 + X_1 \bar{m}_0$$

## ZADANIE 2 a) Uogólnione zagadnienie w basie

$$E_1 = \frac{E}{1-\nu^2} = 23017 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 8017 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\begin{bmatrix} P_{xy}^{kr} - P & 0 & P \cdot y_s \\ 0 & P_{xz}^{kr} - P & -P \cdot z_s \\ P \cdot y_s & -P \cdot z_s & (P_s^{kr} - P) r_o^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_o \\ v_o \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\det(P) = 0$$

$$y_s = 0 \quad z_s = 0,8 \text{ cm} \quad r_o^2 = \frac{y_s^2 + y_e^2}{A} + y_s^2 + z_s^2 = 19,7 \text{ cm}^2$$

$$P_{xy}^{kr} = \frac{\pi^2 E_1 y_s}{l^2} = 56,0 \text{ kN}$$

$$P_{xz}^{kr} = \frac{\pi^2 E_1 y_e}{l^2} = 280,6 \text{ kN}$$

$$P_s^{kr} = \frac{1}{r_o^2} \left( \frac{\pi^2 E_1 y_e}{l^2} + G y_s \right) = 2502,7 \text{ kN}$$

$$\det(P) = 0 \Rightarrow P_I = 56,0 \text{ kN} = P_{xy}^{kr}$$

$$P_{II} = 279,5 \text{ kN}$$

$$P_{III} = 2597,4 \text{ kN}$$

## b) Moment krytyczny

$$M_{kr} = \frac{\pi}{l} \sqrt{E_1 y_e G y_s} = 3718,2 \text{ kN cm}$$