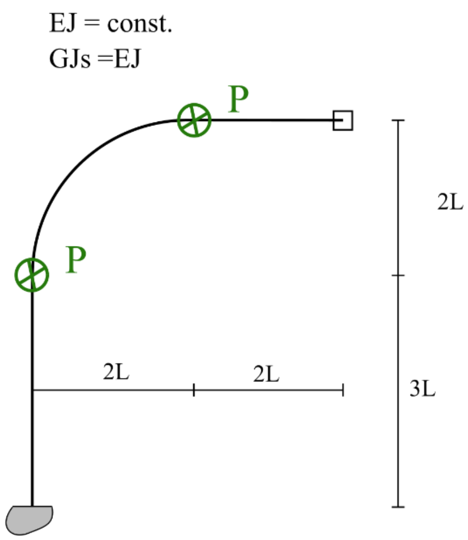
EGZAMIN Mechanika Konstrukcji (MK3) KB studia mgr niestacj. dnia 17 VI 2023

<table>
<tr><td colspan="3">NAZWISKO Imię</td></tr>
<tr><td colspan="2">Nr albumu</td><td>Oceny z ćwiczeń :</td></tr>
<tr><td rowspan="2">ocena
zadania 1</td><td rowspan="2">ocena
zadania 2</td><td>Ocena z egzaminu po ustnym</td></tr>
<tr><td>Ocena łączna, data, podpis</td></tr>
</table>

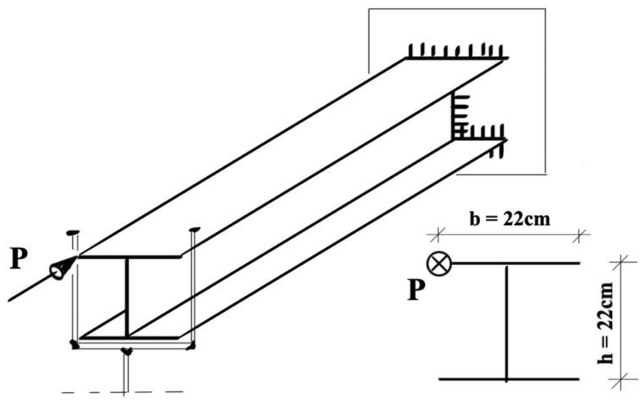
Zadanie 1. Dany jest pręt zakrzywiony w planie. Znaleźć rozkład momentów zginających i skręcających.



Zadanie 2. Dany jest pręt o profilu HEB 220 na jednym końcu w pełni utwierdzony, a na drugim podparty widełkowo. Na drugim końcu mimośrodowo przyłożona jest siła skierowana wzdłuż osi pręta, por. rysunek poniżej. Zakładając, że przekrój jest cienkościenny należy:

a) znaleźć funkcje: bimomentu B oraz całkowitego momentu skręcającego $\mathcal{M}_x$;
b) wskazać przekroje, które w wyniku deformacji pręta pozostaną płaskie (podpowiedź: są dwa takie przekroje).

Przyjąć następujące dane: L=200 cm, E = 20500 kN/cm^2, ν = 0.3, P = 200 kN.



Charakterystyki przekroju:

$A = 91.04\ cm^2$

$I_y = 8091.\ cm^4$

$I_z = 2843.\ cm^4$

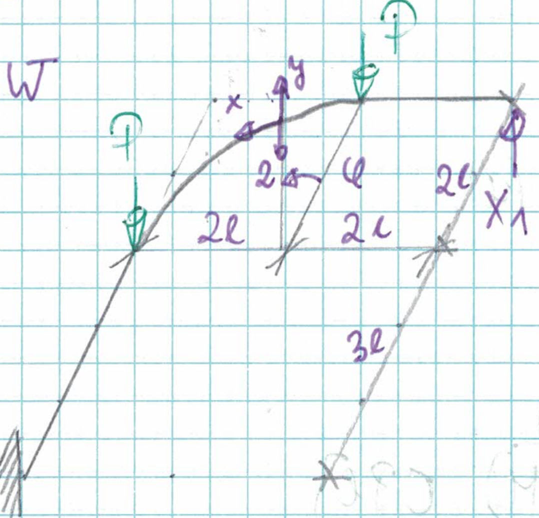
$I_\omega = 289\,510.\ cm^6$

$I_s = 77.02\ cm^4$

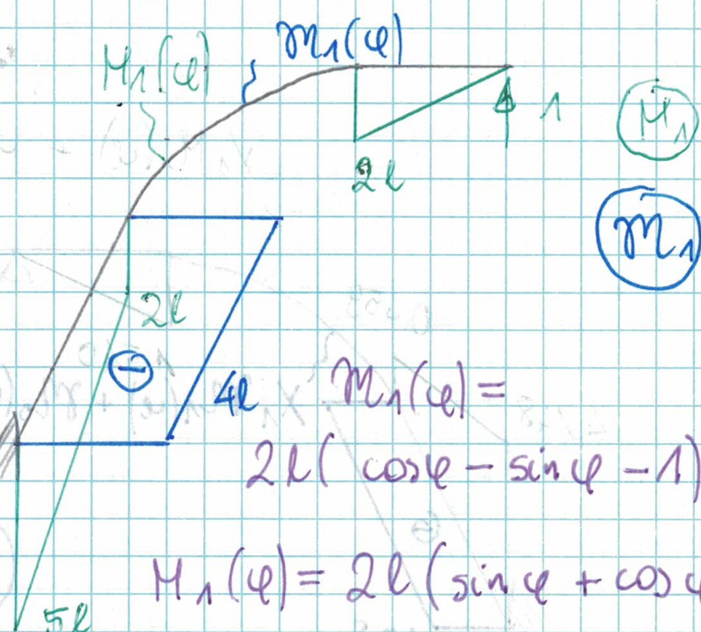
MK KB Egzamin 17 VI 2023

ZADANIE 1

USW



Stan $X_1 = 1$



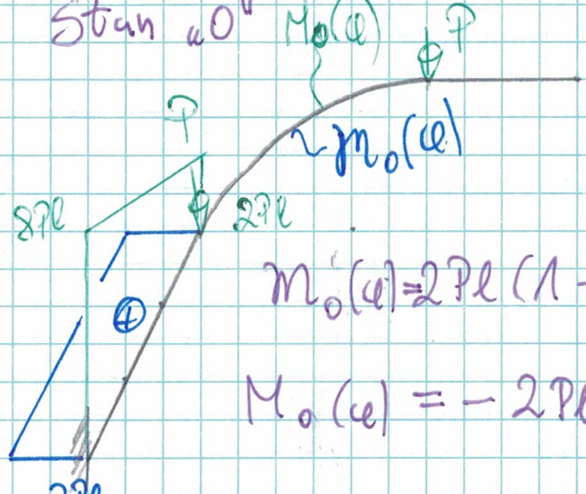
$m_1(\varphi) = 2l(\cos\varphi - \sin\varphi - 1)$

$M_1(\varphi) = 2l(\sin\varphi + \cos\varphi)$

$\delta_{11} X_1 + \delta_{10} = 0$

– r-nie zgodności

Stan „0"



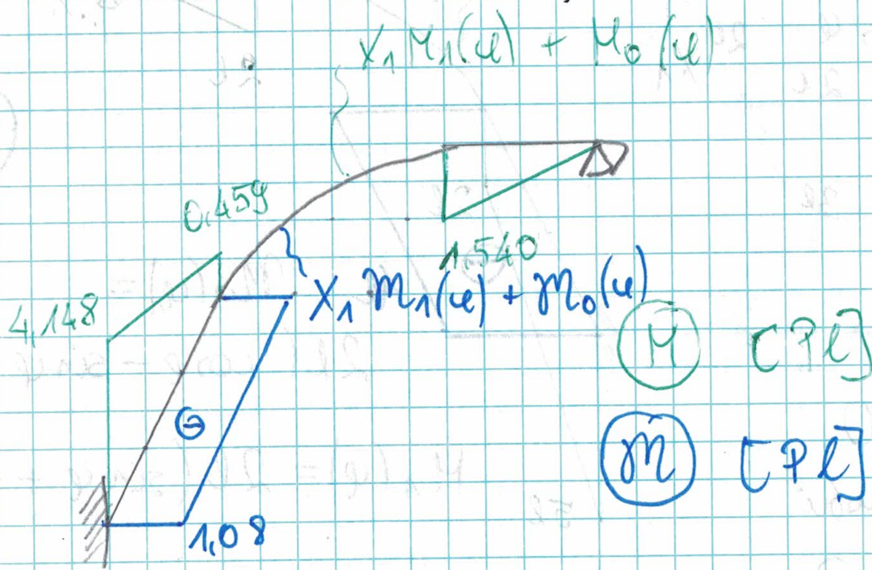
$m_0(\varphi) = 2Pl(1 - \cos\varphi)$

$M_0(\varphi) = -2Pl\sin\varphi$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ}\Big[\frac{1}{2}2l\cdot 2l\cdot\frac{2}{3}2l + \frac{1}{2}2l\cdot 3l\left(\frac{2}{3}2l + \frac{1}{3}5l\right) + \frac{1}{2}5l\cdot 3l\left(\frac{2}{3}5l + \frac{1}{3}2l\right) + 4l\cdot 3l\cdot 4l + \int_0^{\frac{\pi}{2}}(-2l + 2l\cos\varphi - 2l\sin\varphi)^2\, 2l\, d\varphi\Big] = 127{,}37\frac{l^3}{EJ}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EJ}\Big[\frac{1}{2}8Pl\cdot 3l\left(-\frac{2}{3}5l - \frac{1}{3}2l\right) + \frac{1}{2}2Pl\, 3l\left(-\frac{2}{3}2l - \frac{1}{3}5l\right) + 2Pl\cdot 3l(-4l) + \int_0^{2\pi}(2Pl(1-\cos\varphi))(-2l + 2l\cos\varphi - 2l\sin\varphi)2l\,d\varphi + \int_0^{2\pi}(-2Pl\sin\varphi)(2l\sin\varphi + 2l\cos\varphi)2l\,d\varphi = -98{,}133\frac{Pl^3}{EJ}$$

$$X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = 0{,}770\,P$$



Egzamin MK KB s.nstac. 17.06.2023r. zadanie 2

Zagadnienie brzegowe skręcania pręta cienkościennego:

równanie różniczkowe:

$$\boxed{\frac{d^4\Theta}{d\xi^4}(\xi)-\lambda^2\frac{d^2\Theta}{d\xi^2}(\xi)=0}$$

$$\lambda=l\sqrt{\frac{GJ_s}{E_1J_\omega}}$$

Warunki brzegowe:

(pełne utwierdzenie)

1) $\Theta(0)=0$

2) $\frac{1}{l}\Theta'(0)=0$

(podparcie widełkowe)

3) $\Theta(1)=0$

4) $B(1)=-P\cdot\omega(s_P)$

$$\Theta(\xi)=C_0+\lambda C_1\xi+C_2\cosh(\lambda\xi)+C_3\sinh(\lambda\xi)$$

$$\frac{1}{l}\Theta'(\xi)=\frac{\lambda}{l}\left[C_1+C_2\sinh(\lambda\xi)+C_3\cosh(\lambda\xi)\right]$$

$$M_v(\xi)=\frac{GJ_s}{l}\Theta'(\xi)=\frac{\lambda GJ_s}{l}\left[C_1+C_2\sinh(\lambda\xi)+C_3\cosh(\lambda\xi)\right]$$

$$B(\xi)=-\frac{E_1J_\omega}{l^2}\Theta''(\xi)=-\frac{\lambda^2E_1J_\omega}{l^2}\left[C_2\cosh(\lambda\xi)+C_3\sinh(\lambda\xi)\right]=\left\{\lambda^2=l^2\frac{GJ_s}{E_1J_\omega}\right\}=-GJ_s\left[C_2\cosh(\lambda\xi)+C_3\sinh(\lambda\xi)\right]$$

$$M_\omega(\xi)=\frac{1}{l}B'(\xi)=-\frac{\lambda GJ_s}{l}\left[C_2\sinh(\lambda\xi)+C_3\cosh(\lambda\xi)\right]$$

$$M_x(\xi)=M_v(\xi)+M_\omega(\xi)=\frac{\lambda GJ_s}{l}\cdot C_1$$

Parametry liczbowe:

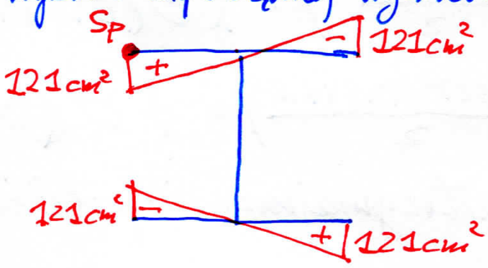
$$GJ_s=\frac{E}{2(1+\nu)}\cdot J_s=607\,273\ \text{kNcm}^2$$

$$E_1J_\omega=\frac{E}{1-\nu^2}\cdot J_\omega=6\,521\,928\,571\ \text{kNcm}^4$$

$$\lambda=l\sqrt{\frac{GJ_s}{E_1J_\omega}}=1.9299$$

$$P\cdot\omega(s_P)=200\text{kN}\cdot 121\text{cm}^2=24200\ \text{kNcm}^2$$

Wykres współrzędnej wycinkowej:



Warunki brzegowe:

1) $\Rightarrow C_0+C_2=0 \Rightarrow C_0=-C_2$

2) $\Rightarrow C_1+C_3=0 \Rightarrow C_1=-C_3$

3) $\Rightarrow C_0+\lambda C_1+C_2\cosh(\lambda)+C_3\sinh(\lambda)=0 \Rightarrow C_0+1.9299C_1+3.5170C_2+3.3718C_3=0$

4) $\Rightarrow C_2\cosh(\lambda)+C_3\sinh(\lambda)=\frac{-P\cdot\omega(s_P)}{-GJ_s} \Rightarrow 3.5170C_2+3.3718\cdot C_3=0.03985$

$\Rightarrow C_0=0.01680,\ C_1=-0.02937,\ C_2=-0.01680,\ C_3=0.02937$

Odpowiedź na zadanie a)

$$B(\xi)=-GJ_s\left[-0.01680\cdot\cosh(1.9299\xi)+0.02937\cdot\sinh(1.9299\xi)\right]$$

$$=10202.2\ \text{kNcm}^2\cdot\cosh(1.9299\xi)-17835.6\ \text{kNcm}^2\cdot\sinh(1.9299\xi)$$

$$M_x(\xi)=\frac{\lambda GJ_s}{l}(-0.02937)=-172.105\ \text{kNcm}^2.$$

Odpowiedź na pytanie 6)

Przekrój jest płaski w $\xi \Leftrightarrow$ brak deplanacji w $\xi \Leftrightarrow \frac{1}{\lambda}\Theta'(\xi)=0$

przy czym:

$$\frac{1}{\lambda}\Theta'(\xi) = -0.02937 - 0.01680 \cdot \sinh(1.9299\xi) + 0.02937 \cdot \cosh(1.9299\xi)$$

Ze względu na warunek brzegowy 2) jest oczywiste, że takim przekrojem jest przekrój $\xi = \xi_1 = 0$.

Drugi przekrój znajdziemy metodą bisekcji:

$\frac{1}{\lambda}\Theta'(0.5) = -0.004116$, $\frac{1}{\lambda}\Theta'(1) = 0.0712$

$\frac{1}{\lambda}\Theta'\left(\frac{0.5+1}{2}\right) = \frac{1}{\lambda}\Theta'(0.75) = \cancel{-0.01529}\ 0.002704$

$\frac{1}{\lambda}\Theta'\left(\frac{0.5+0.75}{2}\right) = \frac{1}{\lambda}\Theta'(0.625) = -0.01529$

$\frac{1}{\lambda}\Theta'\left(\frac{0.625+0.75}{2}\right) = \frac{1}{\lambda}\Theta'(0.6875) = 0.0003762$

$\frac{1}{\lambda}\Theta'\left(\frac{0.625+0.6875}{2}\right) = \frac{1}{\lambda}\Theta'(0.65625) = -0.0006235$

Tu się zatrzymajmy i połóżmy $\xi = \xi_2 = \frac{0.65625 + \cancel{0.65625}\ 0.6875}{2} \approx 0.672$

Ostatecznie przekrój pozostanie płaski w:

$$\xi_1 = 0 \quad , \quad \xi_2 \approx 0.672$$