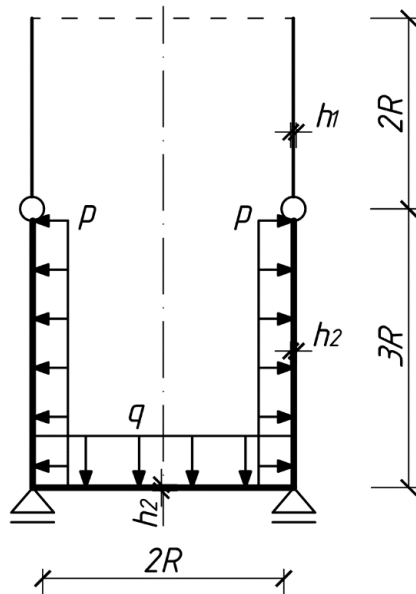


NAZWISKO Imię			
Nr albumu		Ocena z ćwiczeń projektowych	
Ocena – zadanie 1.	Ocena – zadanie 2.	Ocena z egzaminu po ustnym	
		Ocena łączna, data, podpis	

**Zadanie 1.**

Znaleźć maksymalną wartość ugięcia w płycie dennej pokazanego niżej zbiornika.

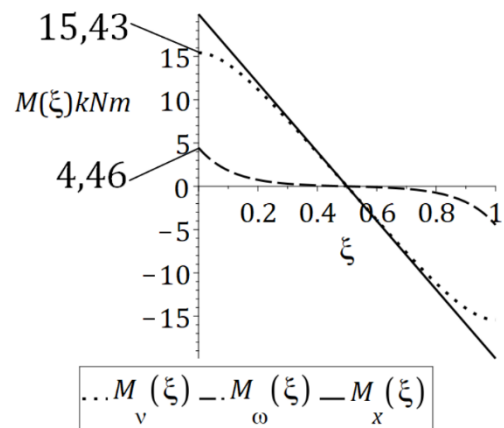
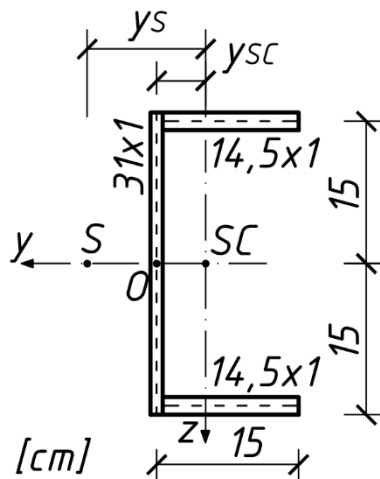
Dane:  
 $E=210 \text{ GPa}$   
 $\nu=0,3$   
 $h_1=0,01R$   
 $h_2=0,015R$   
 $R=6 \text{ m}$   
 $p=10 \text{ kN/m}^2$   
 $q=20 \text{ kN/m}^2$



**Zadanie 2.**

Sporządzić wykres współrzędnej wycinkowej oraz znaleźć wycinkowy moment bezwładności i moment bezwładności przy skręcaniu swobodnym przekroju pokazanego na rysunku. Mając wykresy momentów skręcających znaleźć maksymalną wartość naprężeń stycznych skręcania swobodnego i sporządzić wykres naprężeń skręcania skrępowanego w przekroju.

Dane:  
 $E=210 \text{ GPa}$   
 $\nu=0,3$   
 $G=8100 \text{ kN/cm}^2$   
 $y_{SC}=3,75 \text{ cm}$   
 $y_S=9,37 \text{ cm}$   
 $A=60 \text{ cm}^2$   
 $I_y=9010 \text{ cm}^4$   
 $I_z=1410,625 \text{ cm}^4$



**Zadanie 1.**

1) Dane:

*Dane:*

$$E=210 \text{ GPa}$$

$$\nu=0,3$$

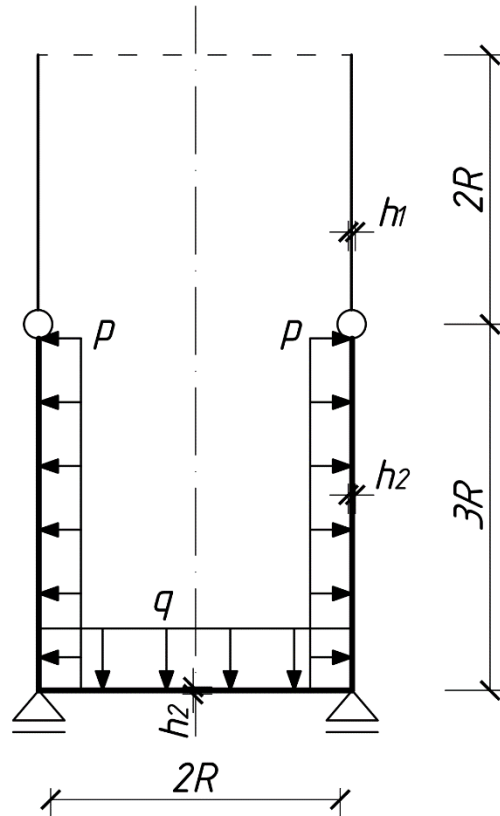
$$h_1=0,01R$$

$$h_2=0,015R$$

$$R=6 \text{ m}$$

$$p=10 \text{ kN/m}^2$$

$$q=20 \text{ kN/m}^2$$



2) Wielkości pomocnicze:

cg – indeks górny oznaczający powłokę górną

cd – indeks górny oznaczający powłokę dolną

p – indeks górny oznaczający płytę

$$(\lambda_1)^4 = 3(1 - \nu^2) \left( \frac{R}{h_1} \right)^2 = 27300,00$$

$$(\lambda_2)^4 = 3(1 - \nu^2) \left( \frac{R}{h_2} \right)^2 = 12133,33$$

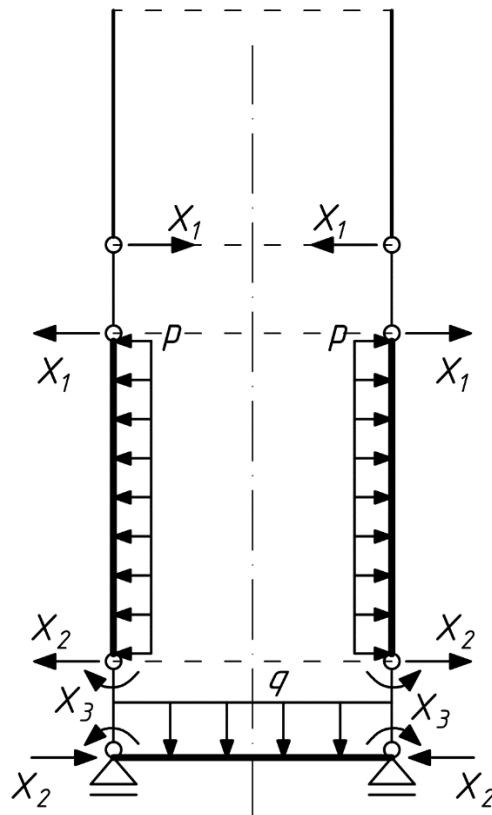
$$C_1 = \frac{Eh_1}{1 - \nu^2} = 13846153,85 \text{ kN/m}$$

$$C_2 = \frac{Eh_2}{1 - \nu^2} = 20769230,77 \text{ kN/m}$$

$$D_1 = \frac{Eh_1^3}{12(1 - \nu^2)} = 4153,85 \text{ kNm}$$

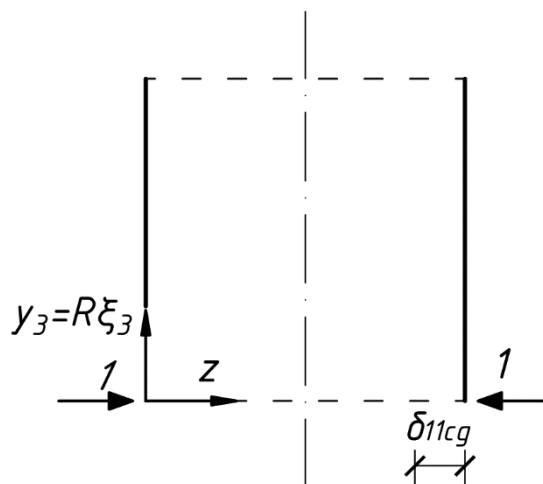
$$D_2 = \frac{Eh_2^3}{12(1 - \nu^2)} = 14019,23 \text{ kNm}$$

3) Układ zastępczy:



4) Powłoka górna

- Zaburzenie  $X_1 = 1$



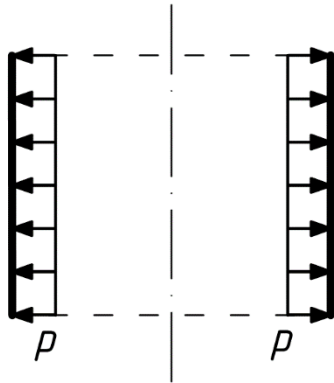
Podatność:

$$\delta_{11cg} = w(0) = \frac{2R\lambda_1}{Eh_1}$$

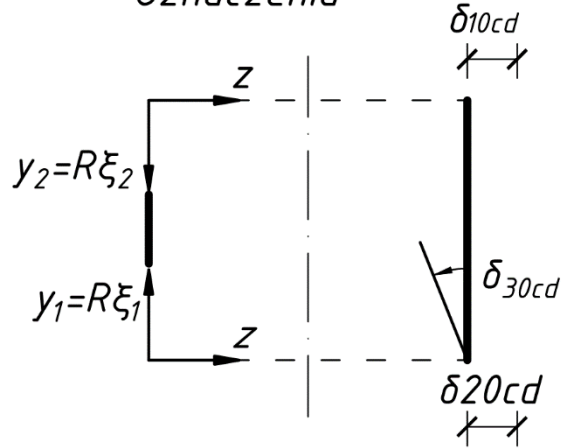
5) Powłoka dolna

- Stan „0” – bezmomentowy

*Obciążenie*



*Oznaczenia*



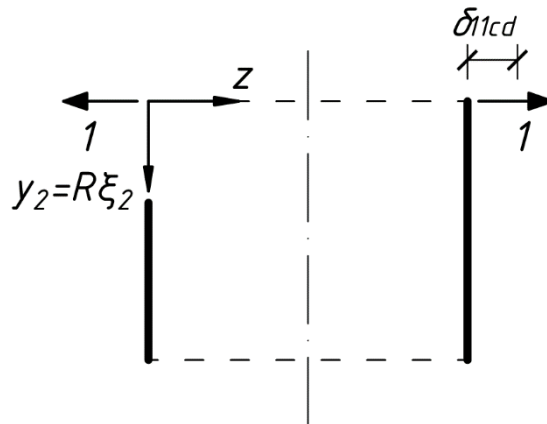
Podatności:

$$\delta_{10cd} = \frac{pR^2}{Eh_2}$$

$$\delta_{20cd} = \frac{pR^2}{Eh_2}$$

$$\delta_{30cd} = 0$$

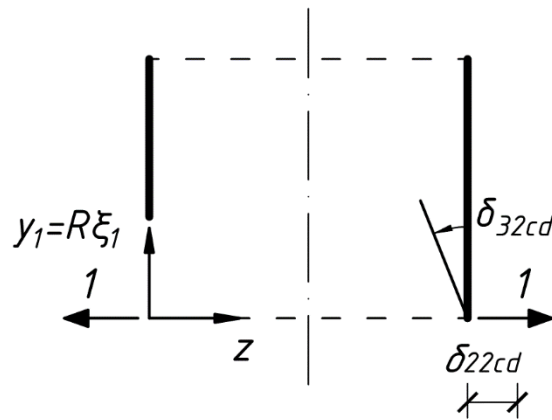
- Zaburzenie  $X_1 = 1$



Podatność:

$$\delta_{11cd} = -w(0) = \frac{2R\lambda_2}{Eh_2}$$

- Zaburzenie  $X_2 = 1$

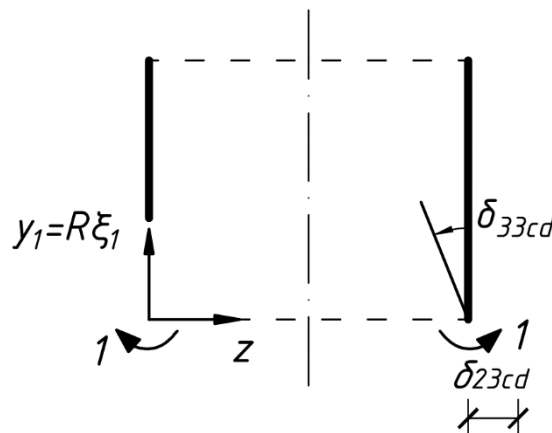


Podatności:

$$\delta_{22cd} = -w(0) = \frac{2R\lambda_2}{Eh_2}$$

$$\delta_{32cd} = \chi_2(0) = \frac{2\lambda_2^2}{Eh_2}$$

- Zaburzenie  $X_3 = 1$



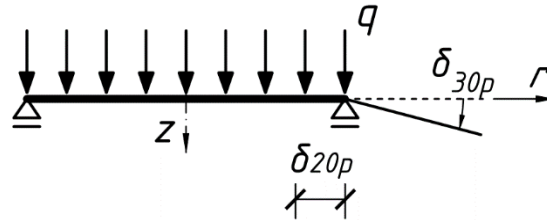
Podatności:

$$\delta_{23cd} = -w(0) = \frac{2\lambda_2^2}{Eh_2}$$

$$\delta_{33cd} = \chi_2(0) = \frac{4\lambda_2^3}{ERh_2}$$

6) Płyta górna

- Stan „0”



Podatności:

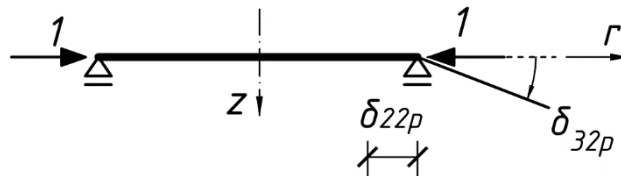
$$\delta_{20p} = 0$$

$$\delta_{30p} = -\frac{qR^3}{8D_2(1+\nu)}$$

Maksymalne ugięcie:

$$w_0(0) = \frac{1}{64} \frac{qR^4}{D_2} \frac{5+\nu}{1+\nu}$$

- Zaburzenie  $X_2 = 1$



Podatności:

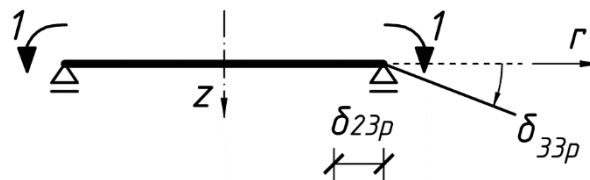
$$\delta_{22p} = \frac{R}{C_2(1+\nu)}$$

$$\delta_{32p} = 0$$

Maksymalne ugięcie:

$$w_2(0) = 0$$

- Zaburzenie  $X_3 = 1$



Podatności:

$$\delta_{23p} = 0$$

$$\delta_{33p} = \frac{R}{D_2(1 + \nu)}$$

Maksymalne ugięcie:

$$w_3(0) = -\frac{R^2}{2D_2(1 + \nu)}$$

7) Znajdowanie nadliczbowych:

$$(\delta_{11cg} + \delta_{11cd})X_1 + \delta_{10cd} = 0$$

$$\begin{cases} (\delta_{22cd} + \delta_{22p})X_2 + (\delta_{23cd} + \delta_{23p})X_3 + (\delta_{20cd} + \delta_{20p}) = 0 \\ (\delta_{32cd} + \delta_{32p})X_2 + (\delta_{33cd} + \delta_{33p})X_3 + (\delta_{30cd} + \delta_{30p}) = 0 \end{cases}$$

$$\left(\frac{2R\lambda_1}{Eh_1} + \frac{2R\lambda_2}{Eh_2}\right)X_1 + \frac{pR^2}{Eh_2} = 0 \quad \Rightarrow \quad X_1 \cong -1,01 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\begin{cases} \left[\frac{2R\lambda_2}{Eh_2} + \frac{R}{C_2(1 + \nu)}\right]X_2 + \left[\frac{2\lambda_2^2}{Eh_2} + 0\right]X_3 + \frac{pR^2}{Eh_2} + 0 = 0 \\ \left[\frac{2\lambda_2^2}{Eh_2} + 0\right]X_2 + \left[\frac{4\lambda_2^3}{ERh_2} + \frac{R}{D_2(1 + \nu)}\right]X_3 + 0 - \frac{qR^3}{8D_2(1 + \nu)} = 0 \end{cases}$$

$$X_2 \cong -146,12 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$X_3 \cong 84,68 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

8) Maksymalne ugięcie płyty:

$$w_p(0) = X_2 \cdot w_2(0) + X_3 \cdot w_3(0) + w_0(0) = 0 - X_3 \cdot \frac{R^2}{2D_2(1 + \nu)} + \frac{1}{64} \frac{qR^4}{D_2} \frac{5 + \nu}{1 + \nu} \cong 3,41 \text{ cm}$$

**Zadanie 2.**

1) Dane:

Dane:

$$E=210 \text{ GPa}$$

$$\nu=0,3$$

$$G=8100 \text{ kN/cm}^2$$

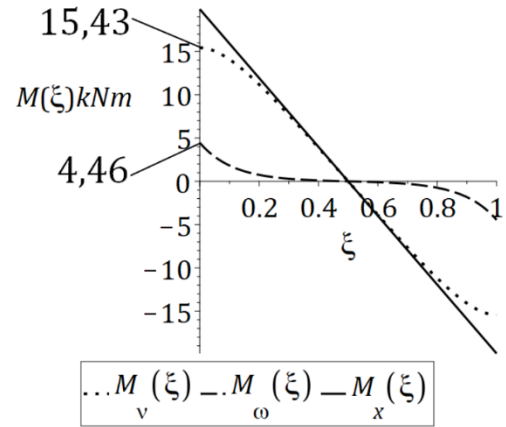
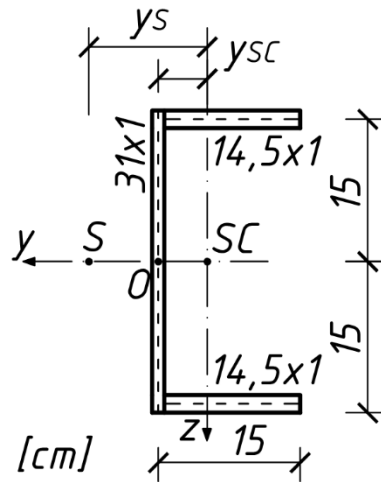
$$y_{SC}=3,75 \text{ cm}$$

$$y_S=9,37 \text{ cm}$$

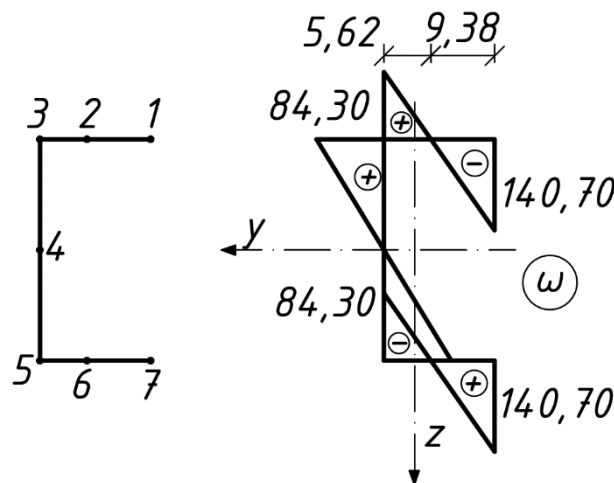
$$A=60 \text{ cm}^2$$

$$I_y=9010 \text{ cm}^4$$

$$I_z=1410,625 \text{ cm}^4 \quad [\text{cm}]$$



2) Współrzędne wycinkowe



Wartości:

$$\omega_3 = -\omega_5 = 15 \cdot 5,62 = 84,30 \text{ cm}^2$$

$$\omega_1 = -\omega_7 = 15 \cdot 5,62 - 15 \cdot 15 = -140,70 \text{ cm}^2$$

3) Momenty bezwładności

Na podstawie mnożenia wykresu współrzędnej wycinkowej mamy:

$$I_\omega = 2 \cdot 1 \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot 84,30 \cdot 15 \cdot \frac{2}{3} \cdot 84,30 + \frac{1}{2} \cdot 84,30 \cdot 5,62 \cdot \frac{2}{3} \cdot 84,30 + \frac{1}{2} \cdot 140,70 \cdot 9,38 \cdot \frac{2}{3} \cdot 140,70 \right] = 221484,60 \text{ cm}^6$$

Moment bezwładności przy skręcaniu swobodnym (wzór przybliżony):



$$I_s \cong \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 b_i \cdot g_i^3 = \frac{1}{3} \cdot [31 \cdot 1^3 + 2 \cdot 14,5 \cdot 1^3] = 20 \text{ cm}^4$$

4) Naprężenia styczne przy skręcaniu swobodnym

Zakłada się liniowy rozkład na grubości ścianek z ekstremalnymi wartościami na powierzchni zewnętrznej i wewnętrznej pręta. Naprężenia oblicza się dla maksymalnej wartości momentu skręcającego skręcania swobodnego:  $\mathfrak{M}_v = 15,43 \text{ kNm}$

$$\tau_{xs}^v = \frac{\mathfrak{M}_v \cdot g}{I_s} = \frac{1543 \cdot 1}{20} = 77,15 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

6) Naprężenia styczne przy skręcaniu skrępowanym

Zakłada się równomierny rozkład na grubości ścianek oraz zmienne wartości w przekroju.

Naprężenia oblicza się dla maksymalnej wartości momentu skręcającego skręcania skrępowanego:

$$\mathfrak{M}_\omega = 4,46 \text{ kNm}$$

$$\tau_{xs}^\omega = -\frac{\mathfrak{M}_\omega \cdot \bar{S}_\omega}{I_\omega \cdot g}$$

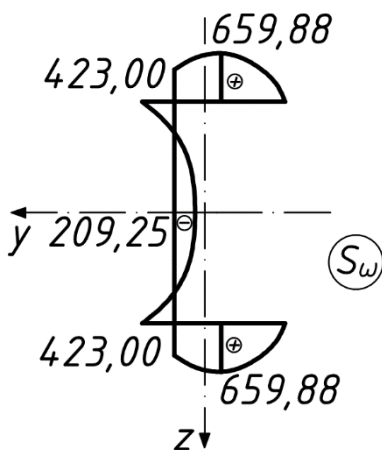
Należy wyznaczyć rozkład wycinkowych momentów statycznych w przekroju.

$$\bar{S}_{\omega 1} = \bar{S}_{\omega 7} = 0$$

$$\bar{S}_{\omega 2} = \bar{S}_{\omega 6} = -\frac{1}{2} \cdot (-140,70) \cdot 9,38 \cdot 1 = 659,88 \text{ cm}^4$$

$$\bar{S}_{\omega 3} = \bar{S}_{\omega 5} = \bar{S}_{\omega 2} - \frac{1}{2} \cdot 84,30 \cdot 5,62 \cdot 1 = 423,00 \text{ cm}^4$$

$$\bar{S}_{\omega 4} = \bar{S}_{\omega 3} - \frac{1}{2} \cdot 84,30 \cdot 15,00 \cdot 1 = -209,25 \text{ cm}^4$$



Wartości naprężeń stycznych w kolejnych punktach przekroju podano poniżej. Rozkład naprężeń jest analogiczny do rozkładu momentów statycznych:

$$\tau_{xs1}^{\omega} = \tau_{xs7}^{\omega} = -\frac{\mathfrak{M}_{\omega} \cdot \bar{S}_{\omega 1}}{I_{\omega} \cdot g} = 0$$

$$\tau_{xs2}^{\omega} = \tau_{xs6}^{\omega} = -\frac{\mathfrak{M}_{\omega} \cdot \bar{S}_{\omega 2}}{I_{\omega} \cdot g} = -\frac{446 \cdot 659,88}{221484,60 \cdot 1} = -1,33 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_{xs3}^{\omega} = \tau_{xs5}^{\omega} = -\frac{\mathfrak{M}_{\omega} \cdot \bar{S}_{\omega 3}}{I_{\omega} \cdot g} = -\frac{446 \cdot 423}{221484,60 \cdot 1} = -0,85 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_{xs4}^{\omega} = -\frac{\mathfrak{M}_{\omega} \cdot \bar{S}_{\omega 4}}{I_{\omega} \cdot g} = -\frac{446 \cdot (-209,25)}{221484,60 \cdot 1} = 0,42 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$