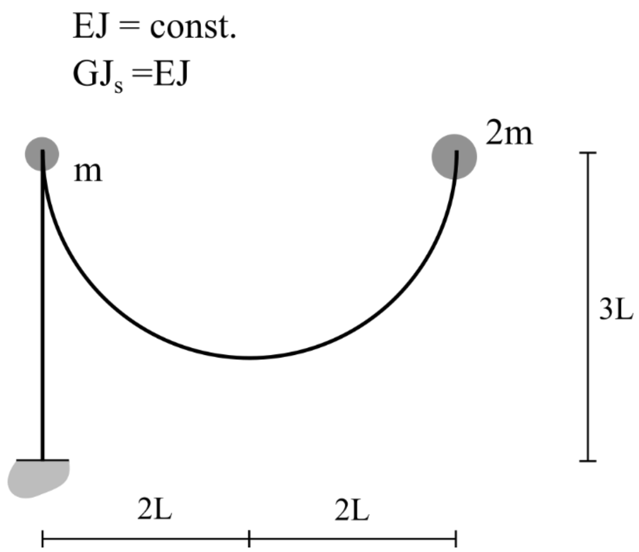
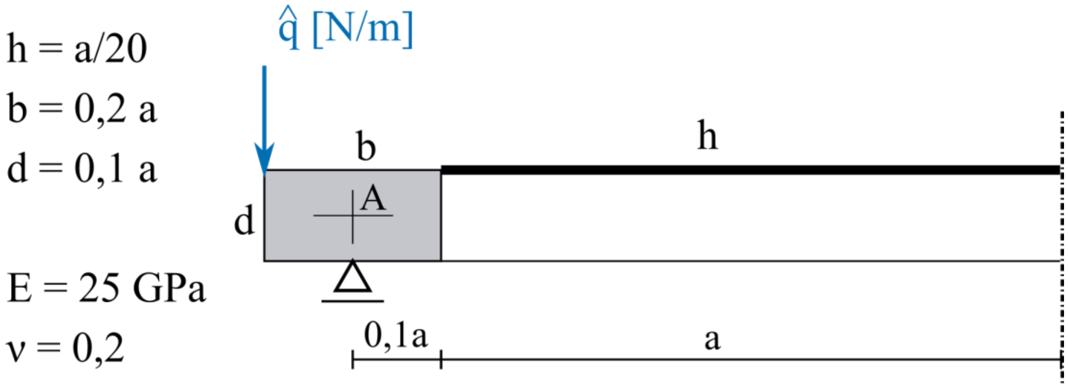
EGZAMIN Mechanika Konstrukcji (MK3) KB studia mgr niestacj. dnia 3 IX 2022

<table>
<tr><td colspan="3">NAZWISKO Imię</td></tr>
<tr><td colspan="2">Nr albumu</td><td>Ocena z ćwiczeń :</td></tr>
<tr><td rowspan="2">ocena
zadania 1</td><td rowspan="2">ocena
zadania 2</td><td>Ocena z egzaminu po ustnym</td></tr>
<tr><td>Ocena łączna, data, podpis</td></tr>
</table>

Zadanie 1. a) Dany jest nieważki pręt zakrzywiony w planie z masami skupionymi w węzłach. Znaleźć częstości i wektory drgań własnych. b) Omówić metodę transformacji modalnej.



Zadanie 2. Dana jest płyta kołowa wzmocniona wieńcem podporowym obciążona jak na rysunku. Sporządzić wykresy: ugięcia płyty, rozkładów momentów zginających w płycie oraz znaleźć kąt skręcenia pierścienia θ_A. Powierzchnia środkowa płyty jest przesunięta o 0,5 d względem osi wieńca.

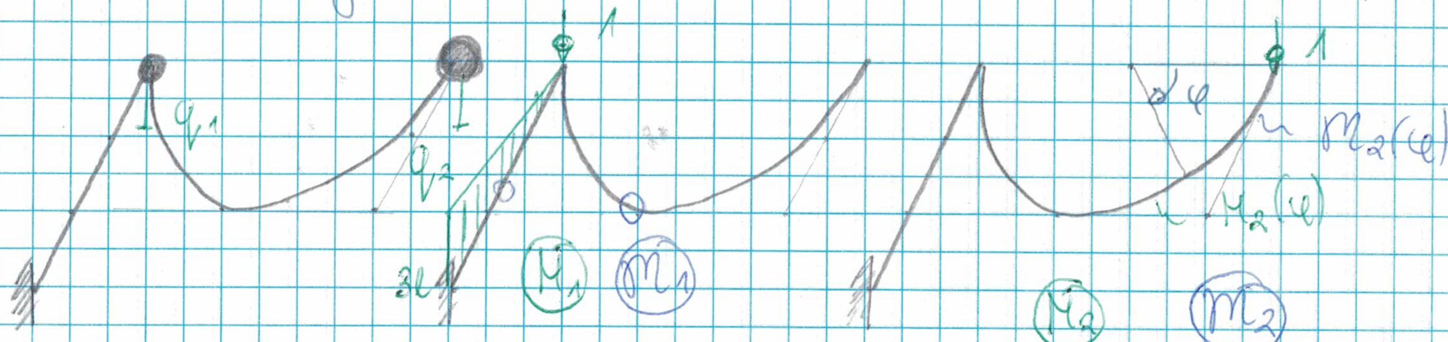


ZADANIE 1

2 st. sw. dyn.

$M_2(\varphi) = -2l \sin\varphi$

$m_2(\varphi) = -2l(1-\cos\varphi)$



$d_{11} = 9\frac{l^3}{EJ}$ $\quad d_{12} = d_{21} = 9\frac{l^3}{EJ}$

$$d_{22} = \frac{1}{EJ}\left[\int_0^{\pi} 4l^2(1-\cos\varphi)^2\, 2l\, d\varphi + \int_0^{2\pi}(4l^2\sin^2\varphi)\, 2l\, d\varphi + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2}\, 3l \cdot 3l \cdot \frac{2}{3}\, 3l + 4l \cdot 3l \cdot 4l\right] = 107{,}27\frac{l^3}{EJ}$$

Macierz podatności $\quad \mathbb{D} = \frac{l^3}{EJ}\begin{bmatrix} 9 & 9 \\ 9 & 107{,}27 \end{bmatrix}$

Macierz mas $\quad \mathbb{M} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & 2m \end{bmatrix}$

Zagadnienie własne drgań $\quad (\mathbb{1} - \omega^2 \mathbb{D}\mathbb{M})\, \mathbb{a} = 0$

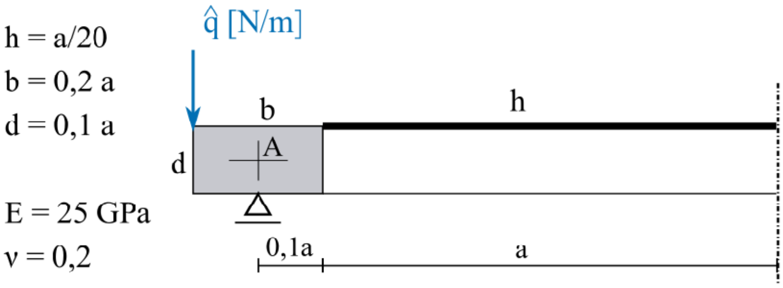
$\det(\mathbb{1} - \omega^2\mathbb{D}\mathbb{M}) = 0 \Rightarrow \quad \omega_1 = 0{,}068\sqrt{\frac{EJ}{ml^3}}$

$\overset{1}{\mathbb{a}} = [\overset{1}{a} \quad 11{,}462\,\overset{1}{a}]^T$

$\omega_2 = 0{,}349\sqrt{\frac{EJ}{ml^3}}$

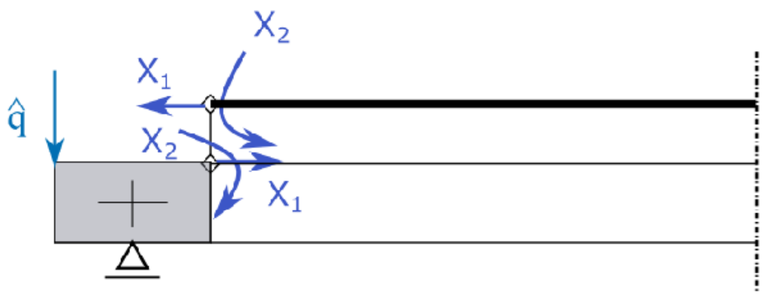
$\overset{2}{\mathbb{a}} = [\overset{2}{a} \quad -0{,}0436\,\overset{2}{a}]^T$

Zadanie 2



$b \to 0.2\,a$
$d \to 0.1\,a$
$E \to 25\,000\,000$
$\nu \to 0.2$
$h \to \frac{a}{20}$
$R \to a$
$R_p \to 1.1\,a$

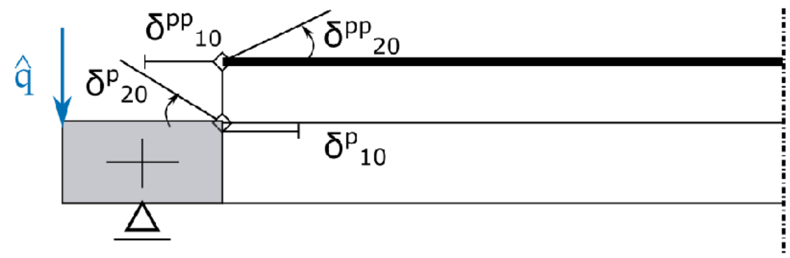
Schemat zastępczy



Równania nierozdzielności

$\delta_{11}\ X_1 + \delta_{12}\ X_2 + \delta_{10} = 0$
$\delta_{21}\ X_1 + \delta_{22}\ X_2 + \delta_{20} = 0$, gdzie:
$\delta_{11} = \delta_{11\,pp} + \delta_{11\,p}$
$\delta_{12} = \delta_{12\,p}$
$\delta_{22} = \delta_{22\,pp} + \delta_{22\,p}$
$\delta_{10} = \delta_{10\,p}$
$\delta_{20} = \delta_{20\,p}$
'p' - oznacza przemieszczenia pierścienia,'pp' - oznacza przemieszczenia płyty kołowej.

Stan "0"



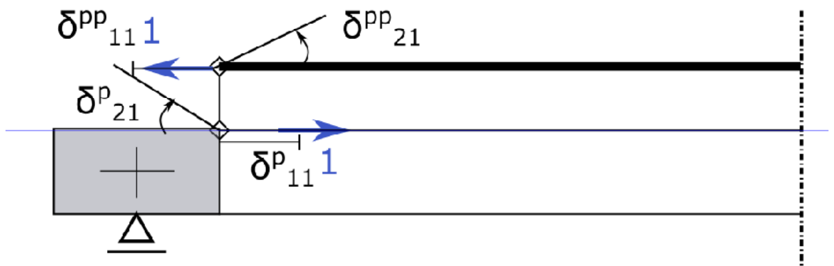
- **Pierścień**

Skorzystamy z notatek ze zjazdu nr 4 lub [1]

$$\delta_{12\,p} = -\frac{6\,R_p{}^2}{E\,b\,d^2} q\ \frac{1}{2}\ b = \delta 12p$$

$$\delta_{22\,p} = -\frac{12\,R_p{}^2}{E\,b\,d^2} q\ \frac{1}{2}\ b = \delta 22p$$

Stan X_1 = 1



- **Płyta kołowa**

Płyta denna pracuje w stanie tarczowym. Skorzystamy z rozwiązania tarczy kołowej w PSN znanego z Teorii Sprężystości.

$$u = A\,r$$

$$\epsilon_{rr} = \frac{du}{dr} = A$$

$$\epsilon_{\varphi\varphi} = \frac{u}{r} = A$$

$$\sigma_{rr} = \frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_{rr} + \nu\ \epsilon_{\varphi\varphi}) = \frac{A\,E}{1-\nu}$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \frac{E}{1-\nu^2}(\nu\ \epsilon_{rr} + \ \epsilon_{\varphi\varphi}) = \frac{A\,E}{1-\nu}$$

Uwzględniamy warunki brzegowe.

$$\sigma_{rr}(a) = \frac{1}{h_2}$$

$$A = \frac{1-\nu}{E\,h}$$

Ostatecznie.

$$u = \frac{r\,(1-\nu)}{E\,h}$$

$$\delta_{11\,pp} = u(a) = \frac{16.}{E}$$

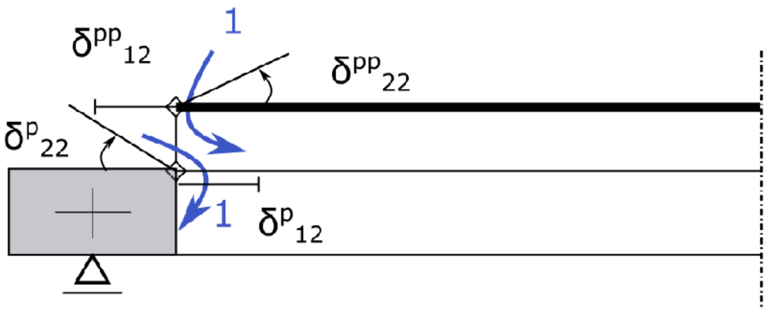
- **Pierścień**

Skorzystamy z notatek ze zjazdu nr 4 lub [1]

$$\delta_{11\,p} = \frac{4\,R_p{}^2}{E\,b\,d} = \frac{4.84\,a^2}{E\,b\,d}$$

$$\delta_{21\,p} = \frac{6\,R_p{}^2}{E\,b\,d^2} = \frac{7.26\,a^2}{E\,b\,d^2}$$

Stan X_2 = 1



- **Płyta kołowa**

Warunki brzegowe.

$$w = C_2 + C_1\,\rho^2$$

$$\varphi = \frac{1}{R}\frac{d\,w}{d\,\rho} = \frac{2\,C_1\,\rho}{R}$$

$$M_1 = \frac{D}{R^2}\left(-\frac{1}{\rho}\frac{d\,w}{d\,\rho} - \nu\,\frac{d^2\,w}{d^2\,\rho}\right) = -\frac{2\,D\,C_1\,(1+\nu)}{R^2}$$

$$M_2 = \frac{D}{R^2}\left(-\frac{d^2\,w}{d^2\,\rho} - \frac{1}{\rho}\frac{d\,w}{d\,\rho}\right) = -\frac{2\,D\,C_1\,(1+\nu)}{R^2}$$

$$Q_2 = -\frac{D}{R^3}\frac{d}{d\,\rho}\left(\frac{1}{\rho}\frac{d}{d\,\rho}\left(\rho\,\frac{d\,w}{d\,\rho}\right)\right) = 0$$

$$w(1) = 0$$

$$M_2(1) = -1$$

Poszukiwane przemieszczenie.

$$\delta_{22\,pp} = \varphi(1) = \frac{0.833333\,a}{D}$$

■ Pierścień

Skorzystamy z notatek ze zjazdu nr 4 lub [1]

$$\delta_{12\,p} = \frac{6\,R_p{}^2}{E\,b\,d^2} = \frac{7.26\,a^2}{b\,d^2\,EE}$$

$$\delta_{22\,p} = \frac{12\,R_p{}^2}{E\,b\,d^2} = \frac{14.52\,a^2}{b\,d^3\,EE}$$

Rozwiązanie układu równań

Z przyjętych danych wynika następująca wartość współczynnika λ i sztywności płytowej D.

$$D = \frac{E\,h^3}{12\,(1-\nu^2)} = 271.267\,a^3$$

Po rozwiązaniu układu równań metody zaburzeń brzegowych otrzymujemy najstępujące wartości nadliczbowych

$X_1 = 1.09895\,q$

$X_2 = 0.0218931\,a\,q$

Przyjmujemy długość a i intensywność obciążenia q.

$a = 1\ m$

$q = 10\ \frac{kN}{m^2}$

Czyli poszukiwane siły mają następujące wartości (kN/m i kN).

$X_1 = 10.9895$

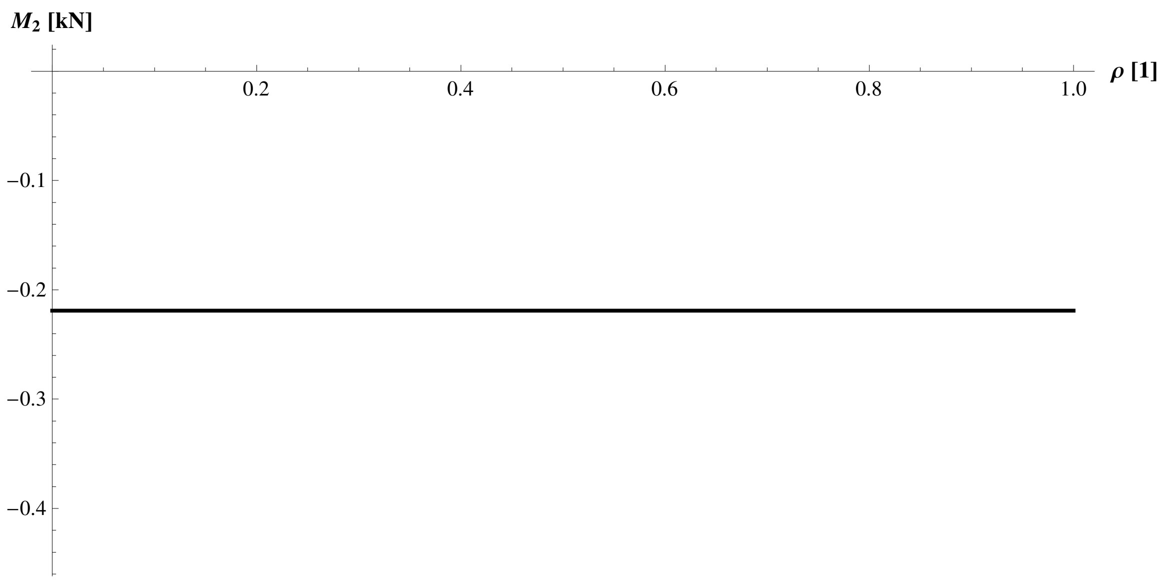
$X_2 = 0.218931$

Wykresy sił wewnętrznych

■ Moment radialny

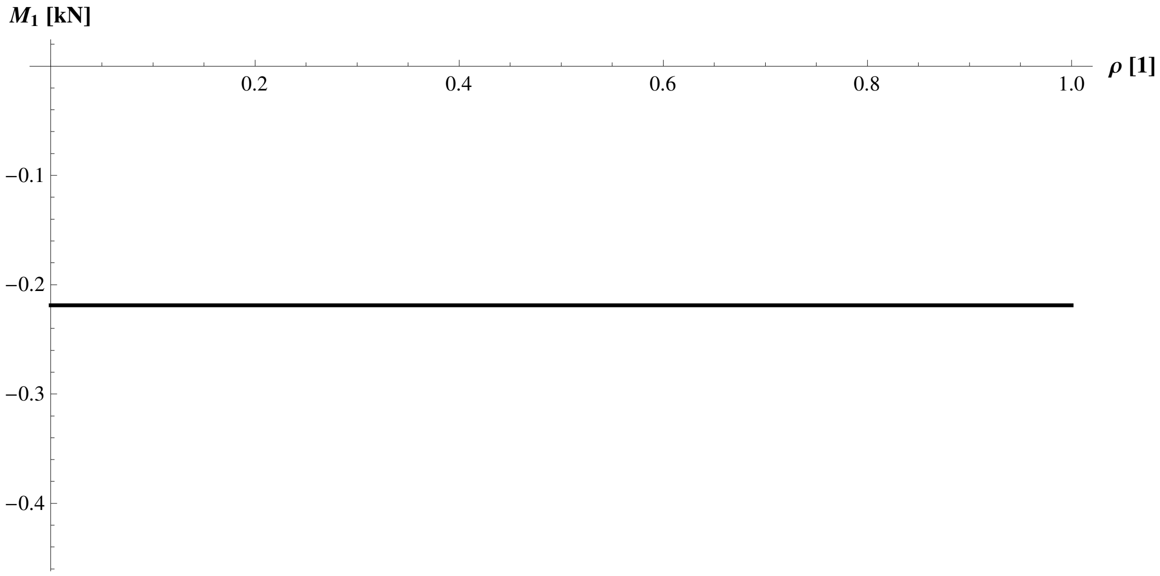
-0.218931

$M_2 = X_2\ M_2(X_2)$



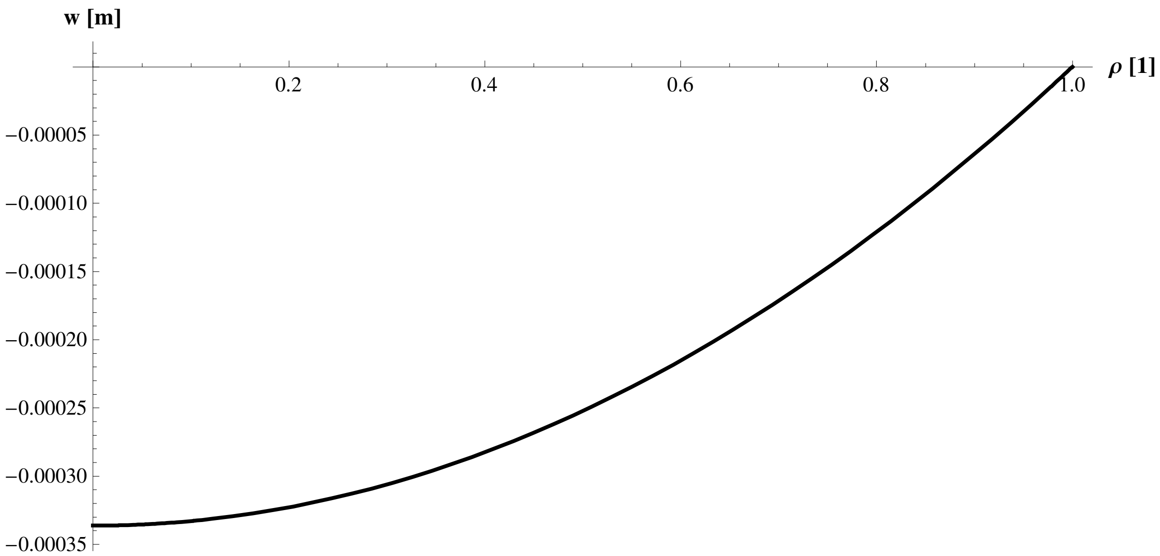
- **Moment obwodowy**

$M_1 = X_2\ M_1(X_2)$



Wykres przemieszczenia normalnego

- **Płyty dennej**



Moment zginający w pierścieniu

$$M_p = \left(X_2 + X_1 \frac{d}{2} - q \frac{b}{2}\right) a = -0.0231596\, a^2 q$$

Sprawdzenie zgodności przemieszczeń i kątów obrotu w miejscu połączenia pierścienia z płytą

- **Zgodność przemieszczeń**

Płyta pierścieniowa

$\delta_{\mathrm{pp}} = X_1 \ \delta_{11\,\mathrm{pp}} = 7.03326\times10^{-6}$

Pierścień

$\delta_{\mathrm{p}} = \delta_{10\,\mathrm{p}} + X_1 \ \delta_{11\,\mathrm{p2}} + X_2 \ \delta_{12\,\mathrm{p}} = -7.03326\times10^{-6}$

- **Zgodność kątów obrotu**

Płyta pierścieniowa

$\chi_{\mathrm{pp}} = X_2 \ \delta_{22\,\mathrm{pp}} = 0.000672555$

Pierścień

$\chi_{\mathrm{p}} = \delta_{20\,\mathrm{p}} + X_1 \ \delta_{21\,\mathrm{p}} + X_2 \ \delta_{22\,\mathrm{p}} = -0.000672555$

Bibliografia

[1] Z.Mazurkiewicz, Cienkie powłoki sprężyste, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1995