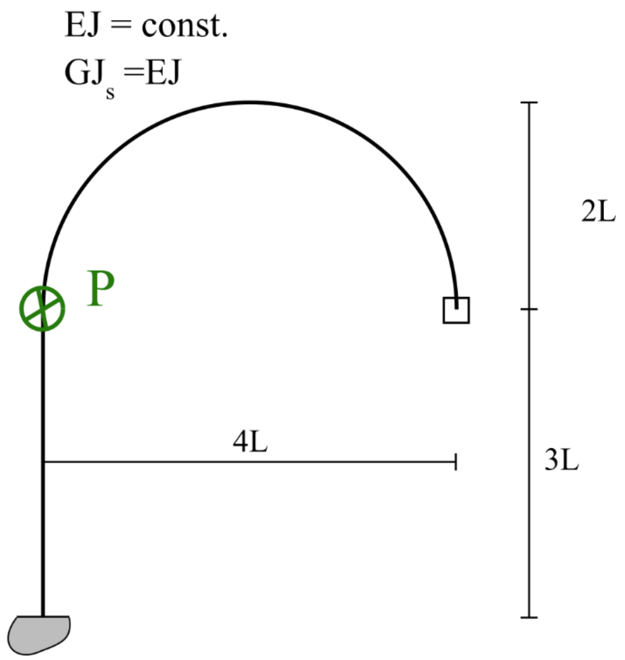
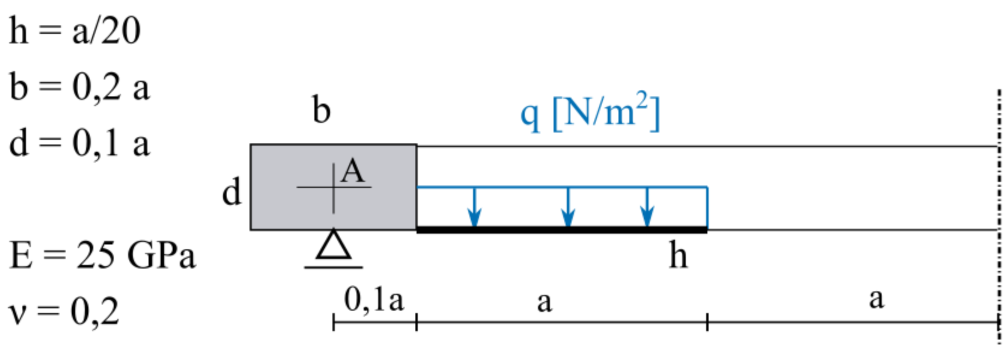
EGZAMIN Mechanika Konstrukcji (MK3) KB studia mgr niestacj. dnia 18 VI 2022

NAZWISKO Imię			
Nr albumu		Oceny z ćwiczeń :	
ocena zadania 1	ocena zadania 2	Ocena z egzaminu po ustnym	
		Ocena łączna, data, podpis	

Zadanie 1. Dany jest pręt zakrzywiony w planie. Znaleźć rozkład momentów zginających i skręcających.



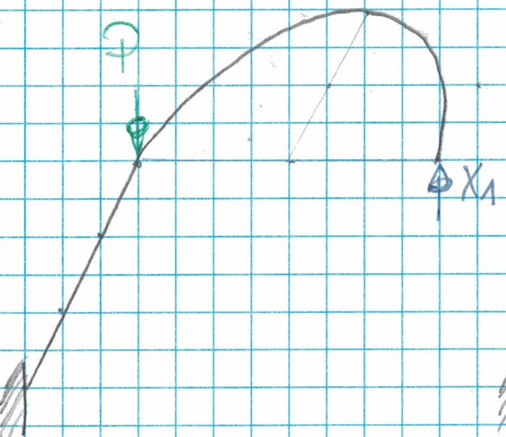
Zadanie 2. Dana jest płyta pierścieniowa wzmocniona wieńcem podporowym obciążona jak na rysunku. Omówić możliwie dokładnie kolejne kroki analizy statycznej. Powierzchnia środkowa płyty jest przesunięta o 0,5 d względem osi wieńca.

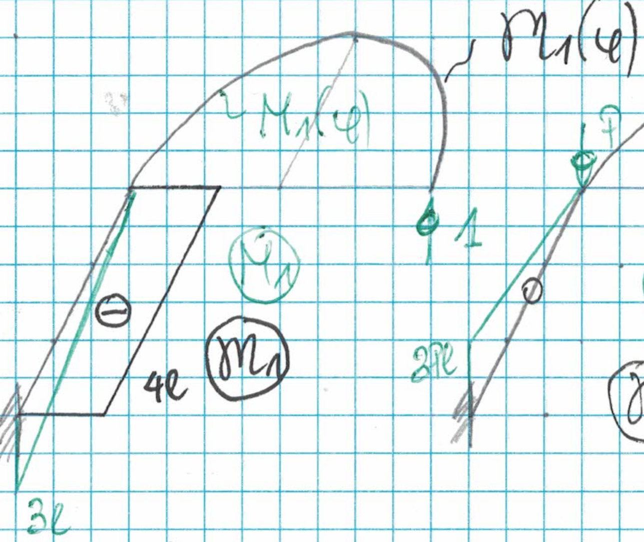


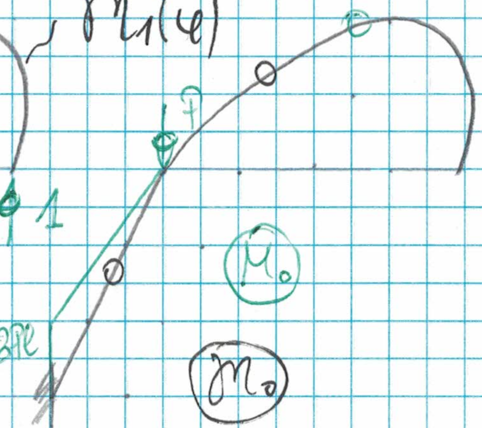
ZADANIE 1

USW

Stan $X_1 = 1$







r-nie zgodności

$$\delta_{11} X_1 + \delta_{10} = 0$$

$$\mathcal{M}_1(\varphi) = -2l(1-\cos\varphi)$$

$$M_1(\varphi) = 2l \sin\varphi$$

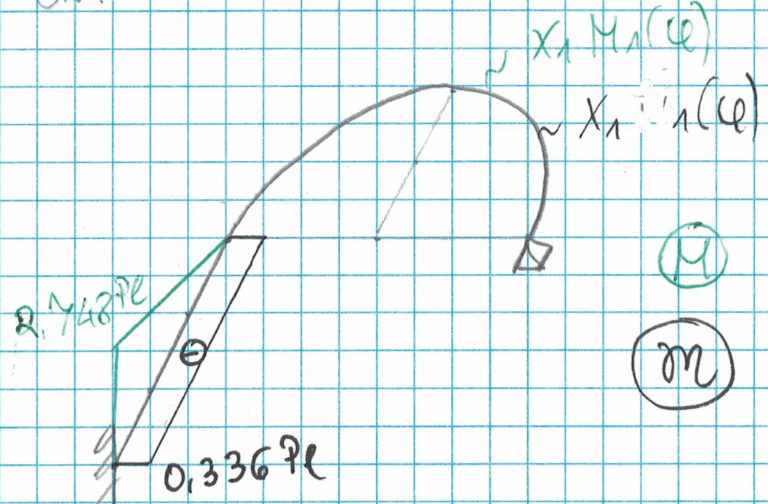
$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ}\left[\frac{1}{2} 3l \cdot 3l \cdot \frac{2}{3} 3l + 4l \cdot 3l \cdot 4l\right.$$

$$\left. + \int_0^{\pi} \left[(2l\sin\varphi)^2 + (2l(1-\cos\varphi))^2\right] 2l\, d\varphi \right] =$$

$$= 107{,}265 \frac{l^3}{EJ}$$

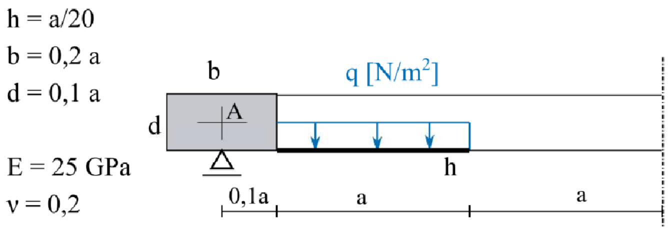
$$\delta_{10} = \frac{1}{EJ}\left[\frac{1}{2} 2Pl \cdot 3l \cdot \left(-\frac{2}{3} 3l\right)\right] = -\frac{9Pl^3}{EJ}$$

$$X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = 0{,}0839 P$$



Zadanie 2

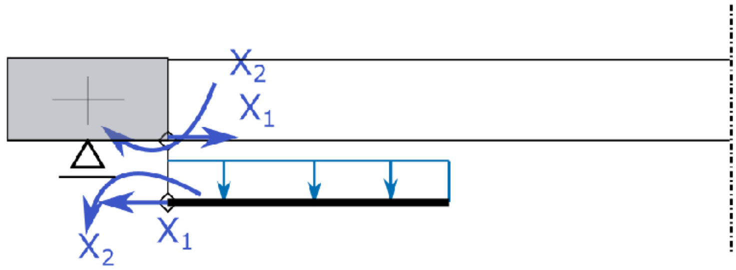
In[136]:=



$b \to 0.2\,a$
$d \to 0.1\,a$
$E \to 25\,000\,000$
$\nu \to 0.2$
$h \to \frac{a}{20}$
$R \to 2.\,a$
$R_p \to 2.1\,a$

Schemat zastępczy

In[141]:=

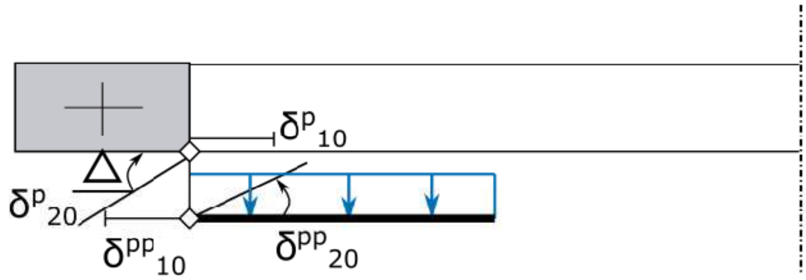


Równania nierozdzielności

$\delta_{11}\ X_1\ +\ \delta_{12}\ X_2\ +\ \delta_{10}\ =\ 0$
$\delta_{21}\ X_1\ +\ \delta_{22}\ X_2\ +\ \delta_{20}\ =\ 0$, gdzie:
$\delta_{11}\ =\ \delta_{11\,pp}\ +\ \delta_{11\,p}$
$\delta_{12}\ =\ \delta_{12\,p}$
$\delta_{22}\ =\ \delta_{22\,pp}\ +\ \delta_{22\,p}$
$\delta_{10}\ =\ 0$
$\delta_{20}\ =\ \delta_{20\,pp}$
'p' - oznacza przemieszczenia pierścienia,'pp' - oznacza przemieszczenia płyty pierścieniowej.

Stan “0”

In[144]:=



■ Płyta pierścieniowa

Całka ogólna równania różniczkowego ugięcia płyty (R- zewnętrzny promień płyty pierścieniowej) i zależności między ugięciem, a: kątem obrotu przekrojów, siłami wewnętrznymi.

$$w = C_4 + C_2\,\rho^2 + \frac{q\,R^4\,\rho^4}{64\,D} + C_3\,\mathrm{Log}[\rho] + C_1\,\rho^2\,\mathrm{Log}[\rho]$$

$$\varphi = \frac{1}{R}\frac{dw}{d\rho} = \frac{\frac{C_3}{\rho} + C_1\,\rho + 2\,C_2\,\rho + \frac{q\,R^4\,\rho^3}{16\,D} + 2\,C_1\,\rho\,\mathrm{Log}[\rho]}{R}$$

$$M_1 = \frac{D}{R^2}\left(-\frac{1}{\rho}\frac{dw}{d\rho} - \nu\,\frac{d^2 w}{d^2\rho}\right) =$$

$$-\frac{-16\,D\,C_3\,(-1+\nu) + 16\,D\,(C_1 + 3\,C_1\,\nu + 2\,C_2\,(1+\nu))\,\rho^2 + q\,R^4\,(1+3\,\nu)\,\rho^4 + 32\,D\,C_1\,(1+\nu)\,\rho^2\,\mathrm{Log}[\rho]}{16\,R^2\,\rho^2}$$

$$M_2 = \frac{D}{R^2}\left(-\frac{d^2 w}{d^2\rho} - \frac{1}{\rho}\,\frac{dw}{d\rho}\right) =$$

$$-\frac{16\,D\,C_3\,(-1+\nu) + 16\,D\,(2\,C_2\,(1+\nu) + C_1\,(3+\nu))\,\rho^2 + q\,R^4\,(3+\nu)\,\rho^4 + 32\,D\,C_1\,(1+\nu)\,\rho^2\,\mathrm{Log}[\rho]}{16\,R^2\,\rho^2}$$

$$Q_2 = -\frac{D}{R^3}\frac{d}{d\rho}\left(\frac{1}{\rho}\,\frac{d}{d\rho}\left(\rho\,\frac{dw}{d\rho}\right)\right) = -\frac{4\,D\,C_1}{R^3\,\rho} - \frac{q\,R\,\rho}{2}$$

Warunki brzegowe

$$Q_2\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$M_2\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$w(1) = 0$$

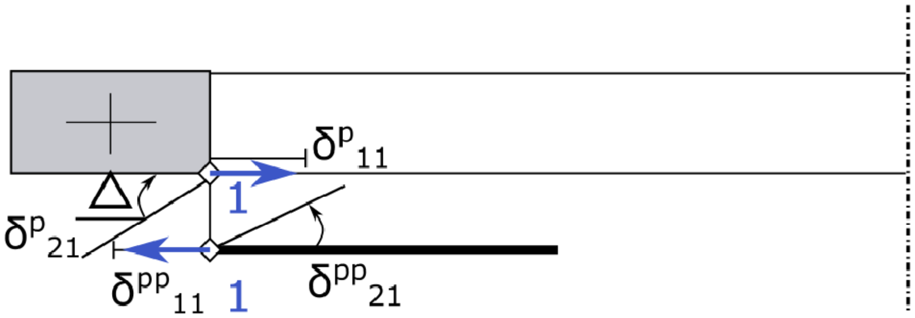
$$M_2(1) = 0$$

Poszukiwane przemieszczenie.

$$\delta_{20\,pp} = \varphi(1) = -\frac{0.961189\,a^3\,q}{D}$$

Stan X_1 = 1

In[159]:=



Płyta pierścieniowa

Płyta denna pracuje w stanie tarczowym. Skorzystamy z rozwiązania tarczy kołowej w PSN znanego z Teorii Sprężystości.

$$u = \frac{B}{r} + A\,r$$

$$\epsilon_{rr} = \frac{d u}{d r} = A - \frac{B}{r^2}$$

$$\epsilon_{\varphi\varphi} = \frac{u}{r} = A + \frac{B}{r^2}$$

$$\sigma_{rr} = \frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_{rr} + \nu\,\epsilon_{\varphi\varphi}) = -\frac{A\,E}{-1+\nu} - \frac{B\,E}{r^2\,(1+\nu)}$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \frac{E}{1-\nu^2}(\nu\,\epsilon_{rr} + \epsilon_{\varphi\varphi}) = -\frac{A\,E}{-1+\nu} + \frac{B\,E}{r^2\,(1+\nu)}$$

Uwzględniamy warunki brzegowe.

$$\sigma_{rr}(a) = 0,\ \sigma_{rr}(2\,a) = \frac{1}{h_2}$$

$$A = -\frac{4\,(-1+\nu)}{3\,E\,h}$$

$$B = \frac{4\left(a^2 + a^2\,\nu\right)}{3\,E\,h}$$

Ostatecznie.

$$u = \frac{4\left(-r^2\,(-1+\nu) + a^2\,(1+\nu)\right)}{3\,E\,h\,r}$$

$$\delta_{11\,pp} = u(2\,a) = \frac{58.6667}{E}$$

Pierścień

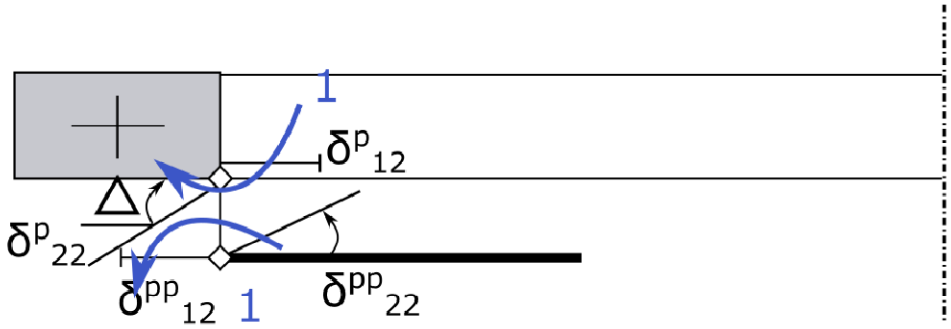
Skorzystamy z notatek ze zjazdu nr 4 lub [1]

$$\delta_{11\,p} = \frac{4\,{R_p}^2}{E\,b\,d} = \frac{17.64\,a^2}{E\,b\,d}$$

$$\delta_{21\,p} = -\frac{6\,{R_p}^2}{E\,b\,d^2} - \frac{26.46\,a^2}{E\,b\,d^2}$$

Stan X_2 = 1

In[179]:=



- **Płyta pierścieniowa**

Warunki brzegowe.

$$Q_2\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$M_2\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$w(1) = 0$$

$$M_2(1) = -1$$

Poszukiwane przemieszczenie.

$$\delta_{22\,pp} = \varphi(1) = \frac{3.05556\,a}{D}$$

- **Pierścień**

Skorzystamy z notatek ze zjazdu nr 4 lub [1]

$$\delta_{12\,p} = -\frac{6\,R_p{}^2}{E\,b\,d^2} = -\frac{26.46\,a^2}{E\,b\,d^2}$$

$$\delta_{22\,p} = \frac{12\,R_p{}^2}{E\,b\,d^2} = \frac{52.92\,a^2}{E\,b\,d^3}$$

Rozwiązanie układu równań

Z przyjętych danych wynika następująca wartość współczynnika λ i sztywności płytowej D.

$$D = \frac{E h^3}{12 \left(1 - \nu^2\right)} = 271.267 a^3$$

Po rozwiązaniu układu równań metody zaburzeń brzegowych otrzymujemy najstępujące wartości nadliczbowych

$X_1 = 3.45955 a q$

$X_2 = 0.245978 a^2 q$

Przyjmujemy długość a i intensywność obciążenia q.

$a = 1$ m

$q = 10 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Czyli poszukiwane siły mają następujące wartości (kN/m i kN):

$X_1 = 34.5955$

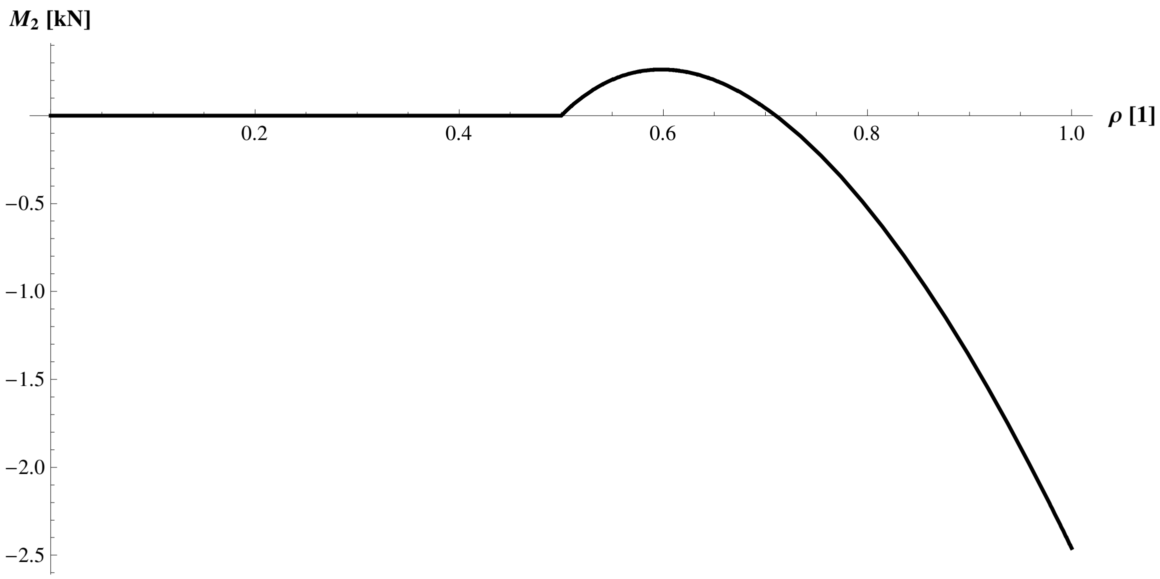
$X_2 = 2.45978$

Wykresy sił wewnętrznych

- **Moment radialny**

$M_2 = M_2('0') + X_2 M_2(X_2)$

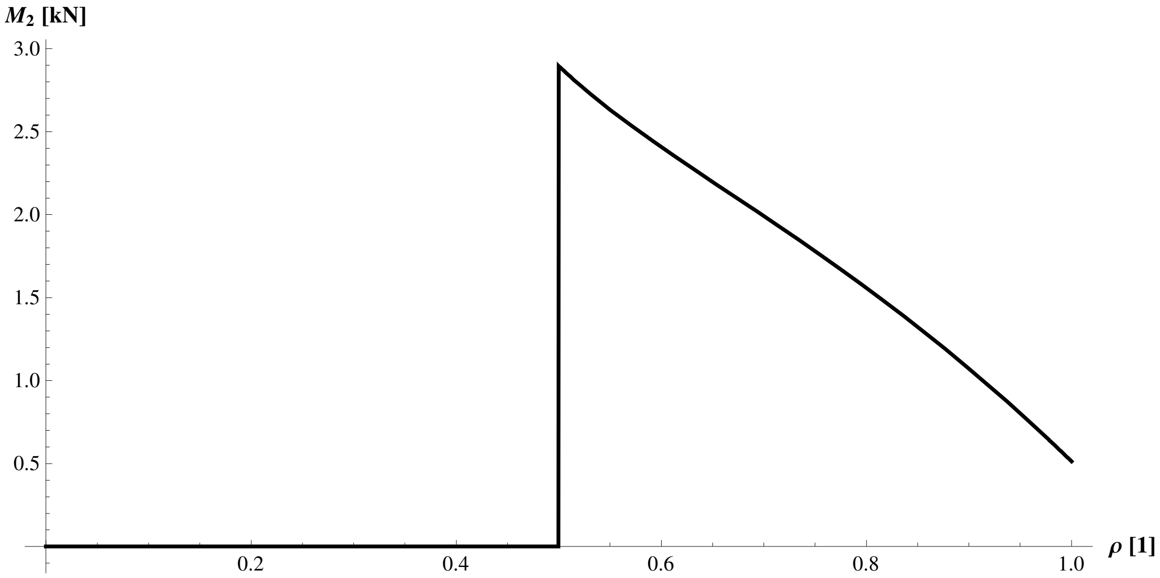
Out[214]=



- **Moment obwodowy**

$M_1 = M_1('0') + X_2 M_1(X_2)$

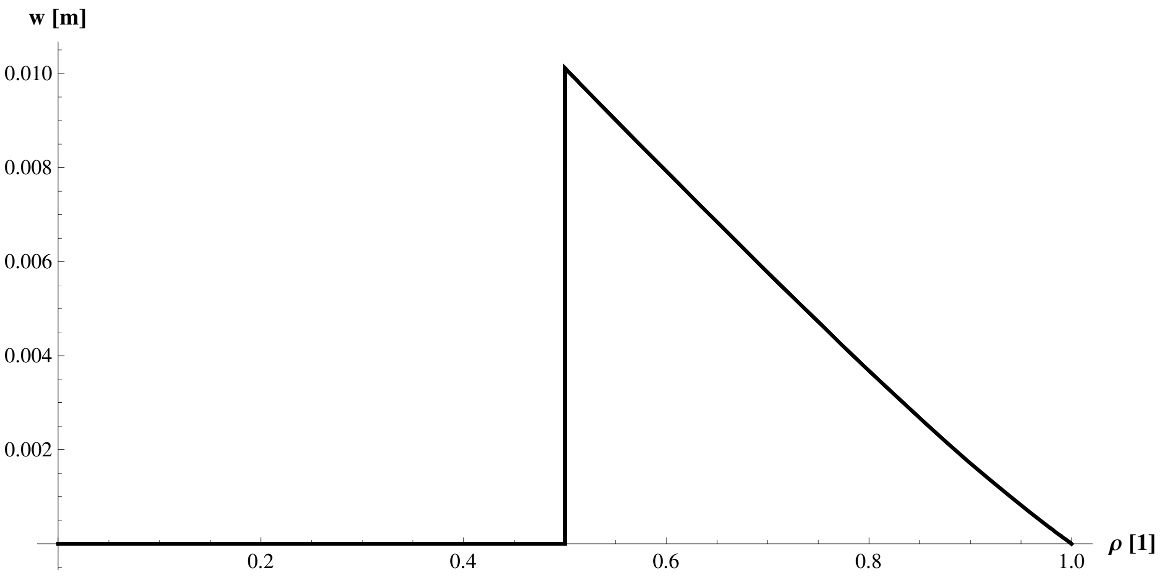
Out[220]=



Wykres przemieszczenia normalnego

- **Płyty dennej**

Out[224]=



Moment zginający w pierścieniu

$$M_p = (X_2 - X_1 \frac{d}{2})a = 0.0730001\, a^3\, q$$

Sprawdzenie zgodności przemieszczeń i kątów obrotu w miejscu połączenia pierścienia z płytą

- **Zgodność przemieszczeń**

  Płyta pierścieniowa

  $$\delta_{pp} = X_1\ \delta_{11\,pp} = 0.0000811841$$

  Pierścień

  $$\delta_p = X_1\ \delta_{11\,p2} + X_2\ \delta_{12\,p} = -0.0000811841$$

- **Zgodność kątów obrotu**

  Płyta pierścieniowa

  $$\chi_{pp} = \delta_{20\,pp} + X_2\ \delta_{22\,pp} = -0.00772633$$

  Pierścień

  $$\chi_p = X_1\ \delta_{21\,p} + X_2\ \delta_{22\,p} = 0.00772633$$

Bibliografia

[1] Z.Mazurkiewicz, Cienkie powłoki sprężyste, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1995