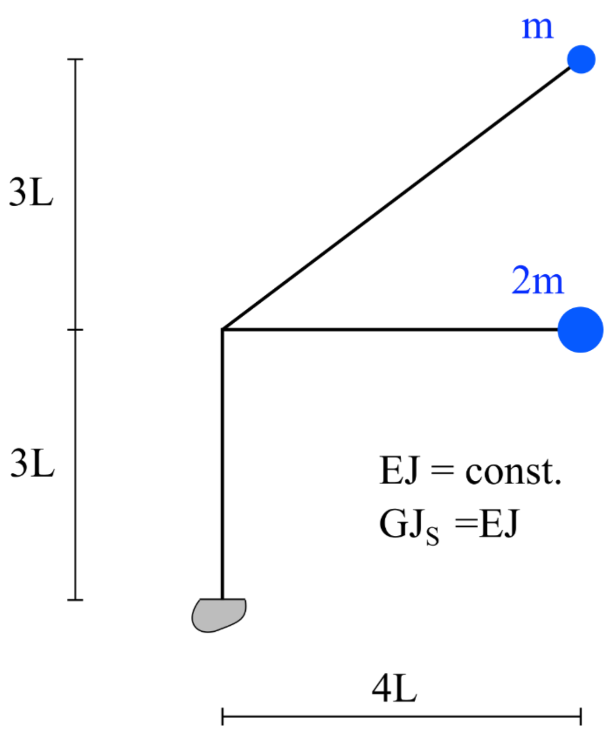
EGZAMIN Mechanika Konstrukcji (MK3) KB studia mgr niestacj. dnia 11 IX 2021 r.

<table>
<tr><td colspan="3">NAZWISKO Imię</td></tr>
<tr><td colspan="2">Nr albumu</td><td>Oceny z ćwiczeń :</td></tr>
<tr><td rowspan="2">ocena
zadania 1</td><td rowspan="2">ocena
zadania 2</td><td>Ocena z egzaminu po ustnym</td></tr>
<tr><td>Ocena łączna, data, podpis</td></tr>
</table>

Początek: 10.00. Do 10.50 należy opracować to zadanie a do 11.00 przesłać rozwiązanie pod TEAMS
Na Kartce z rozwiązaniem proszę wyraźnie napisać:

Oświadczam, że niniejsza praca stanowiąca podstawę do osiągnięcia efektów uczenia się z przedmiotu Mechanika Konstrukcji 3 KB   została wykonana przeze mnie samodzielnie
Imię i nazwisko (czytelnie)
Nr albumu (czytelnie)

Zadanie 1. Dany jest ruszt o węzłach sztywnych z prętów nieważkich z masami skupionymi w węzłach, por. rysunek. Znaleźć częstości drgań własnych i macierz transformacji Φ. Omówić metodę transformacji modalnej.



EGZAMIN Mechanika Konstrukcji (MK3) KB studia mgr niestacj. dnia 11 IX 2021 r.

<table>
<tr><td colspan="4">NAZWISKO Imię</td></tr>
<tr><td colspan="3">Nr albumu</td><td>Oceny z ćwiczeń :</td></tr>
<tr><td rowspan="2">ocena
zadania 1</td><td rowspan="2">ocena
zadania 2</td><td colspan="2">Ocena z egzaminu po ustnym</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ocena łączna, data, podpis</td></tr>
</table>

Początek: 11.00. Do 11.50 należy opracować to zadanie a do 12.00 przesłać rozwiązanie pod TEAMS
Na kartce z rozwiązaniem proszę wyraźnie napisać:

Oświadczam, że niniejsza praca stanowiąca podstawę do osiągnięcia efektów uczenia się z przedmiotu Mechanika Konstrukcji 3 KB została wykonana przeze mnie samodzielnie
Imię i nazwisko (czytelnie)
Nr albumu (czytelnie)

Zadanie 2. Dana jest płyta pierścieniowa wzmocniona pierścieniem podporowym obciążona jak na rysunku. Powierzchnia środkowa płyty jest przesunięta względem osi pierścienia o 0,5 d.

Sporządzić wykresy:

momentów zginających w płycie

momentu zginającego w pierścieniu

oraz znaleźć kąt skręcenia pierścienia ϑ_A.

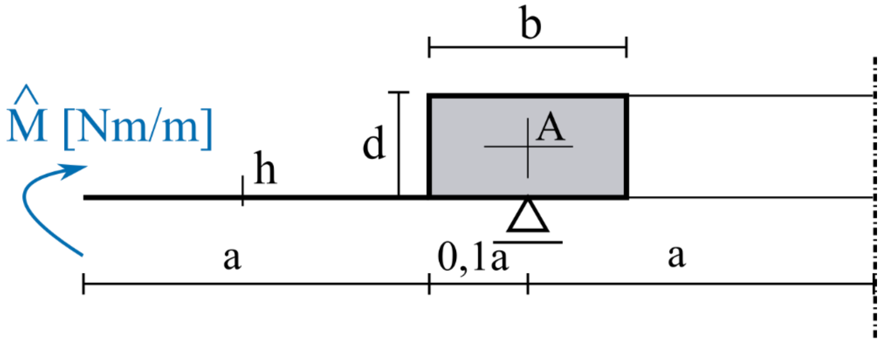
$h = a/20$

$b = 0{,}2\ a$

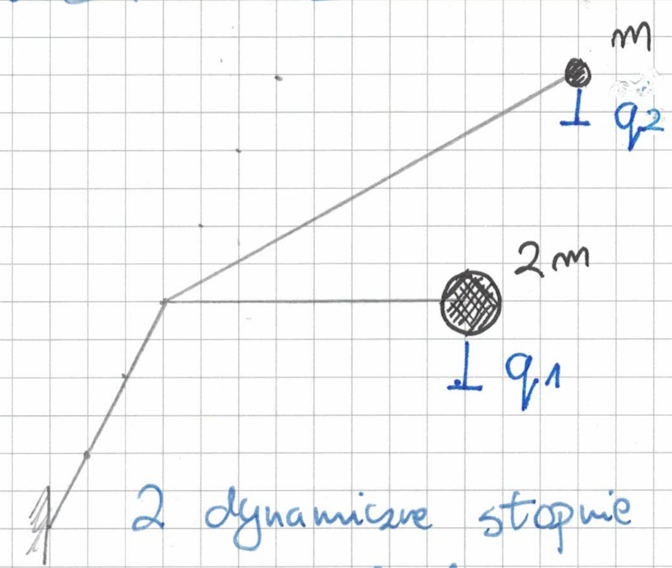
$d = 0{,}1\ a$

$E = 30$ GPa

$\nu = 0{,}2$



ZADANIE 1

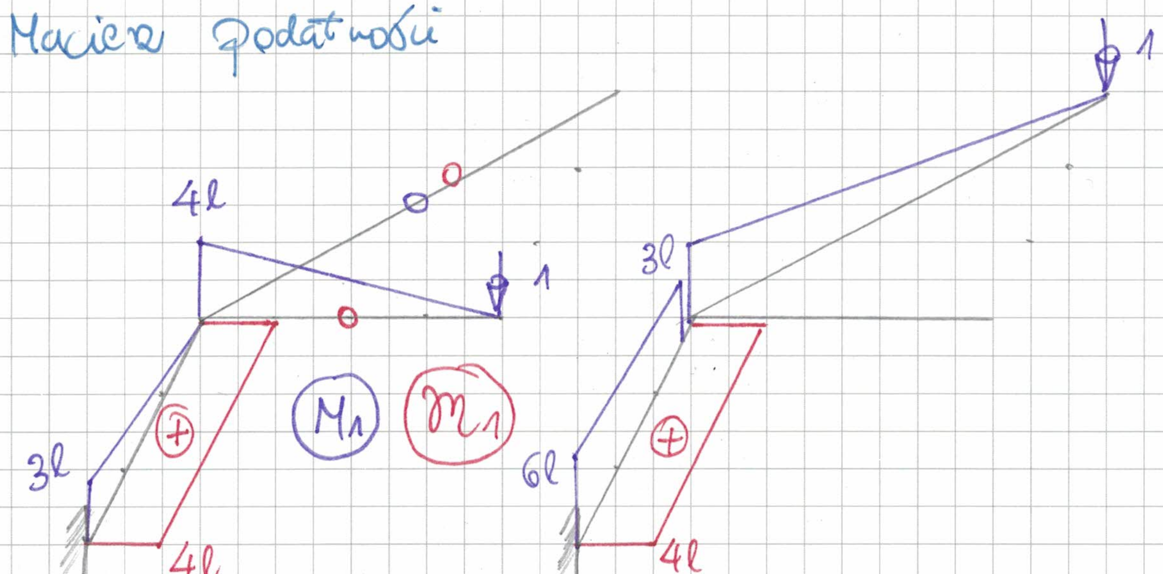


Macierz mas

$$\mathbb{M} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} m$$

2 dynamiczne stopnie swobody

Macierz podatności



$$\mathbb{D} = \begin{bmatrix} 78,333 & 70,5 \\ 70,5 & 152,667 \end{bmatrix} \frac{l^3}{EJ}$$

Uogólnione zagadnienie własne

$$(\mathbb{I} - \omega^2 \mathbb{D} \mathbb{M})\, a = 0 \Rightarrow$$

$$\omega_1 = 0,0627 \sqrt{\frac{EJ}{ml^3}}$$

$$\omega_2 = 0,135 \sqrt{\frac{EJ}{ml^3}}$$

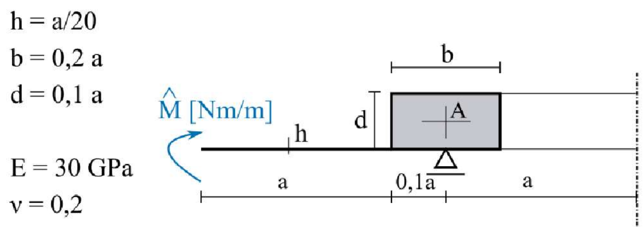
Wektory własne

$$\overset{1}{a}_i = \begin{bmatrix} 1 \\ 1{,}138 \end{bmatrix} \overset{1}{a} \qquad \overset{2}{a}_i = \begin{bmatrix} 1 \\ -1{,}44 \end{bmatrix} \overset{2}{a}$$

Macierz transformacji Φ

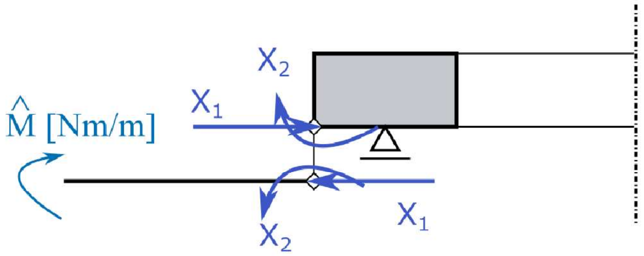
$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1{,}138 & -1{,}44 \end{bmatrix}$$

Zadanie 2



$b \to 0.2\,a$
$d \to 0.1\,a$
$E \to 30\,000\,000$
$\nu \to 0.2$
$h \to \frac{a}{20}$
$R \to 2.1\,a$

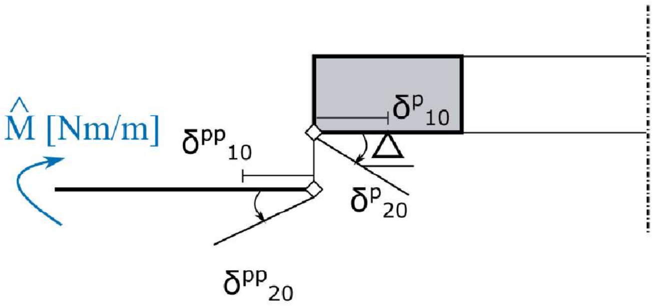
Schemat zastępczy



Równania nierozdzielności

$\delta_{11}\ X_1 + \delta_{12}\ X_2 + \delta_{10} = 0$
$\delta_{21}\ X_1 + \delta_{22}\ X_2 + \delta_{20} = 0$, gdzie:
$\delta_{11} = \delta_{11\,pp} + \delta_{11\,p}$
$\delta_{12} = \delta_{12\,p}$
$\delta_{22} = \delta_{22\,pp} + \delta_{22\,p}$
$\delta_{10} = 0$
$\delta_{20} = \delta_{10\,pp}$
'p' - oznacza przemieszczenia
pierścienia,'pp' - oznacza przemieszczenia płyty pierścieniowej.

Stan "0"



■ Płyta pierścieniowa

Całka ogólna równania różniczkowego ugięcia płyty (R- zewnętrzny promień płyty pierścieniowej) i zależności między ugięciem, a: kątem obrotu przekrojów, siłami wewnętrznymi.

$$w = C_4 + C_2\,\rho^2 + C_3\,\mathrm{Log}[\rho] + C_1\,\rho^2\,\mathrm{Log}[\rho]$$

$$\varphi = \frac{1}{R}\frac{d w}{d\rho} = \frac{\frac{C_3}{\rho} + C_1\,\rho + 2\,C_2\,\rho + 2\,C_1\,\rho\,\mathrm{Log}[\rho]}{R}$$

$$M_1 = \frac{D}{R^2}\left(-\frac{1}{\rho}\frac{d w}{d\rho} - \nu\,\frac{d^2 w}{d^2\rho}\right) =$$

$$-\frac{1}{R^2\,\rho^2} D\left(C_3 - C_3\,\nu + (C_1 + 3\,C_1\,\nu + 2\,C_2\,(1+\nu))\,\rho^2 + 2\,C_1\,(1+\nu)\,\rho^2\,\mathrm{Log}[\rho]\right)$$

$$M_2 = \frac{D}{R^2}\left(-\frac{d^2 w}{d^2\rho} - \frac{1}{\rho}\,\frac{d w}{d\rho}\right) =$$

$$-\frac{1}{R^2\,\rho^2} D\left(C_3\,(-1+\nu) + (2\,C_2\,(1+\nu) + C_1\,(3+\nu))\,\rho^2 + 2\,C_1\,(1+\nu)\,\rho^2\,\mathrm{Log}[\rho]\right)$$

$$Q_2 = -\frac{D}{R^3}\frac{d}{d\rho}\left(\frac{1}{\rho}\,\frac{d}{d\rho}\left(\rho\,\frac{d w}{d\rho}\right)\right) = -\frac{4\,D\,C_1}{R^3\,\rho}$$

Warunki brzegowe

$$Q_2(1) = 0$$

$$M_2(1) = 0$$

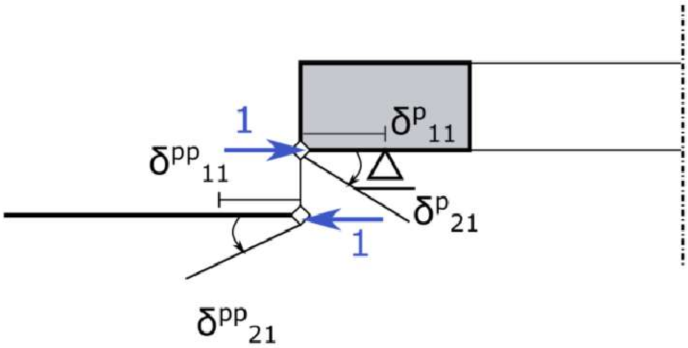
$$w\left(\frac{11}{21}\right) = 0$$

$$M_2\left(\frac{11}{21}\right) = 0$$

Poszukiwane przemieszczenie.

$$\delta_{20\,pp} = \varphi\left(\frac{11}{21}\right) = -\frac{3.1582\,M_b\,a}{D}$$

Stan $X_1 = 1$



- **Płyta pierścieniowa**

Płyta denna pracuje w stanie tarczowym. Skorzystamy z rozwiązania tarczy kołowej w PSN znanego z Teorii Sprężystości.

$$u = \frac{B}{r} + A\,r$$

$$\epsilon_{rr} = \frac{du}{dr} = A - \frac{B}{r^2}$$

$$\epsilon_{\varphi\varphi} = \frac{u}{r} = A + \frac{B}{r^2}$$

$$\sigma_{rr} = \frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_{rr} + \nu\,\epsilon_{\varphi\varphi}) = -\frac{A\,E}{-1+\nu} - \frac{B\,E}{r^2\,(1+\nu)}$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \frac{E}{1-\nu^2}(\nu\,\epsilon_{rr} + \epsilon_{\varphi\varphi}) = -\frac{A\,E}{-1+\nu} + \frac{B\,E}{r^2\,(1+\nu)}$$

Uwzględniamy warunki brzegowe.

$$\sigma_{rr}(1.1\,a) = \frac{-1}{h_2},\ \sigma_{rr}(2.1a) = 0$$

$$A = -\frac{0.378125\left(-1.+1.\,\nu^2\right)}{E\,h\,(1.+\nu)}$$

$$B = \frac{1.66753\left(-1.\,a^2 - 1.\,a^2\,\nu + 1.\,a^2\,\nu^2 + 1.\,a^2\,\nu^3\right)}{E\,h\,(-1.+\nu)\,(1.+\nu)}$$

Ostatecznie.

$$u = -\frac{0.378125\,r\left(-1.+1.\,\nu^2\right)}{E\,h\,(1.+\nu)} + \frac{1.66753\left(-1.\,a^2 - 1.\,a^2\,\nu + 1.\,a^2\,\nu^2 + 1.\,a^2\,\nu^3\right)}{E\,h\,r\,(-1.+\nu)\,(1.+\nu)}$$

$$\delta_{11\,pp} = u(1.1a) = \frac{43.0375}{E}$$

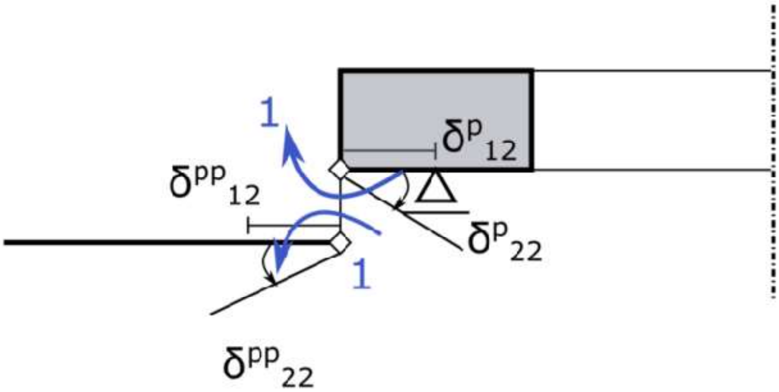
- **Pierścień**

Skorzystamy z notatek ze zjazdu nr 4 lub [1]

$$\delta_{11\,p} = \frac{4\,a^2}{E\,b\,d}$$

$$\delta_{21\,p} = -\frac{6\,a^2}{E\,b\,d^2}$$

Stan X_2 = 1



- **Płyta pierścieniowa**

Warunki brzegowe.

$$Q_2(1) = 0$$
$$M_2(1) = 0$$
$$w\left(\frac{11}{21}\right) = 0$$
$$M_2\left(\frac{11}{21}\right) = 1$$

Poszukiwane przemieszczenie.

$$\delta_{22\,pp} = \varphi\left(\frac{11}{21}\right) = \frac{2.24154\,a}{D}$$

- **Pierścień**

Skorzystamy z notatek ze zjazdu nr 4 lub [1]

$$\delta_{12\,p} = -\frac{6\,a^2}{E\,b\,d^2}$$
$$\delta_{22\,p} = \frac{12\,a^2}{E\,b\,d^3}$$

Rozwiązanie układu równań

Z przyjętych danych wynika następująca wartość współczynnika λ i sztywności płytowej D.

$$D = \frac{E\,h^3}{12\,(1-\nu^2)} = 325.521\,a^3$$

Po rozwiązaniu układu równań metody zaburzeń brzegowych otrzymujemy najstępujące wartości nadliczbowych

$$X_1 = \frac{15.6515\,M_b}{a}$$
$$X_2 = 1.26797\,M_b$$

Przyjmujemy długość a i intensywność obciążenia q.

$$a \to 1$$
$$Mb \to 10$$

Czyli poszukiwane siły mają następujące wartości.

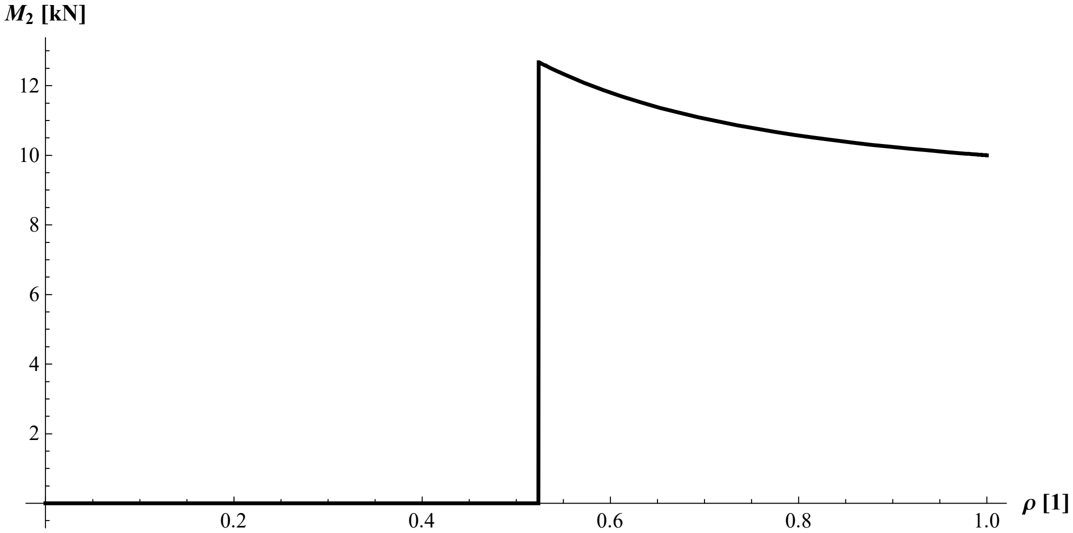
$X_1 = 156.515$
$X_2 = 12.6797$

Wykresy sił wewnętrznych

■ Moment radialny

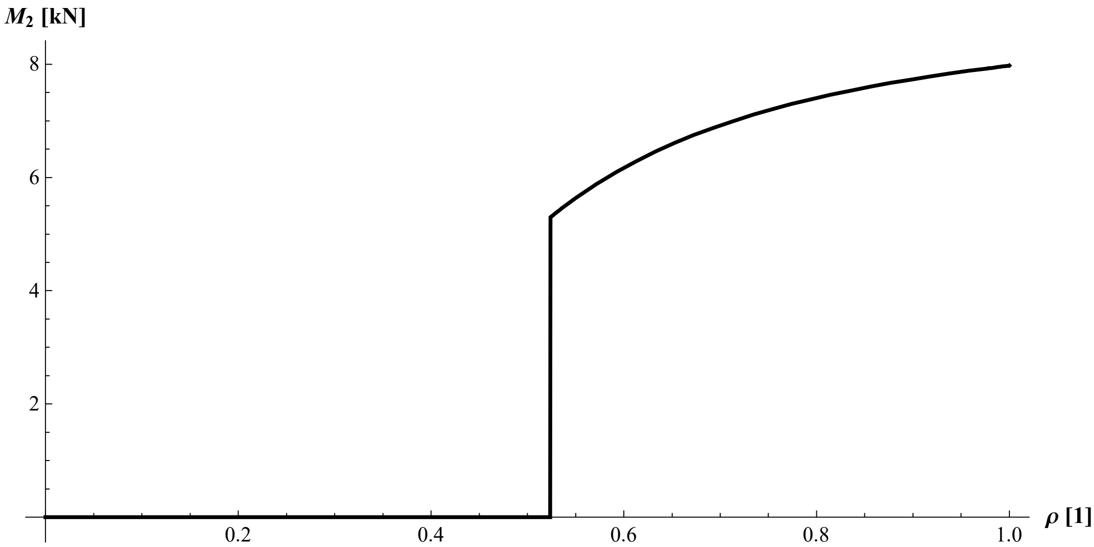
10.

$M_2 = M_2('0') + X_2\ M_2(X_2)$



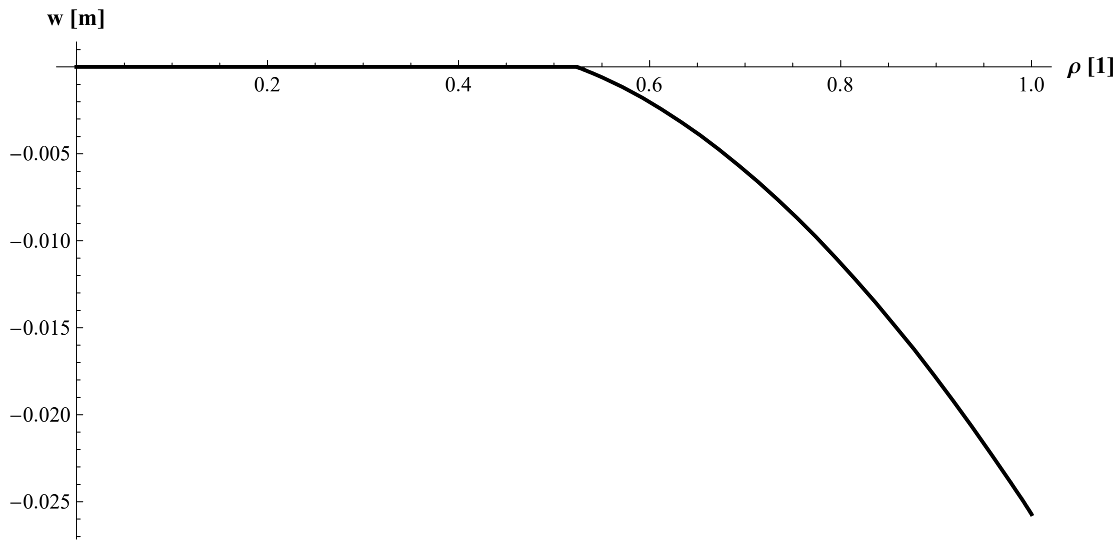
■ Moment obwodowy

$M_1 = M_1('0') + X_2\ M_1(X_2)$



Wykres przemieszczenia normalnego

- **Płyty dennej**



Moment zginający w pierścieniu

$$M_p = (X_2 - X_1 \frac{d}{2}) a = 0.485392\, M_b\, a$$

Sprawdzenie zgodności przemieszczeń i kątów obrotu w miejscu połączenia pierścienia z płytą

- **Zgodność przemieszczeń**

Płyta pierścieniowa

$$\delta_{pp} = X_1\ \delta_{11\,pp} = 0.000224534$$

Pierścień

$$\delta_p = X_1\ \delta_{11\,p2} + X_2\ \delta_{12\,p} = -0.000224534$$

- **Zgodność kątów obrotu**

Płyta pierścieniowa

$$\chi_{pp} = \delta_{20\,pp} + X_2\ \delta_{22\,pp} = -0.00970784$$

Pierścień

$$\chi_p = X_1\ \delta_{21\,p} + X_2\ \delta_{22\,p} = 0.00970784$$

Bibliografia

[1] Z.Mazurkiewicz, Cienkie powłoki sprężyste, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1995