

NAZWISKO Imię		
Nr albumu		Oceny z ćwiczeń :
ocena zadania 1	ocena zadania 2	Ocena z egzaminu po ustnym
		Ocena łączna, data, podpis

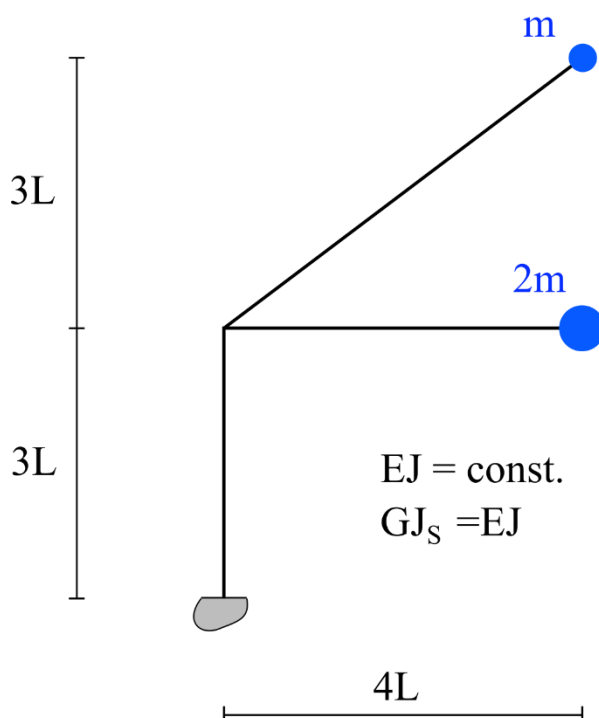
Początek: 10.00. Do 10.50 należy opracować to zadanie a do 11.00 przesłać rozwiązanie pod TEAMS Na Kartce z rozwiązaniem proszę wyraźnie napisać:

Oświadczam, że niniejsza praca stanowiąca podstawę do osiągnięcia efektów uczenia się z przedmiotu Mechanika Konstrukcji 3 KB została wykonana przeze mnie samodzielnie

Imię i nazwisko (czytelnie)

Nr albumu (czytelnie)

Zadanie 1. Dany jest ruszt o węzłach sztywnych z prętów nieważkich z masami skupionymi w węzłach, por. rysunek. Znaleźć częstotliwości drgań własnych i macierz transformacji Φ . Omówić metodę transformacji modalnej.



NAZWISKO Imię		
Nr albumu		Oceny z ćwiczeń :
ocena zadania 1	ocena zadania 2	Ocena z egzaminu po ustnym
		Ocena łączna, data, podpis

Początek: 11.00. Do 11.50 należy opracować to zadanie a do 12.00 przesłać rozwiązanie pod TEAMS
Na kartce z rozwiązaniem proszę wyraźnie napisać:

Oświadczam, że niniejsza praca stanowiąca podstawę do osiągnięcia efektów uczenia się z przedmiotu
Mechanika Konstrukcji 3 KB została wykonana przeze mnie samodzielnie

Imię i nazwisko (czytelnie)

Nr albumu (czytelnie)

Zadanie 2. Dana jest płyta pierścieniowa wzmocniona pierścieniem podporowym obciążona jak na rysunku. Powierzchnia środkowa płyty jest przesunięta względem osi pierścienia o 0,5 d.

Sporządzić wykresy:

momentów zginających w płycie

momentu zginającego w pierścieniu

oraz znaleźć kąt skręcenia pierścienia ϑ_A .

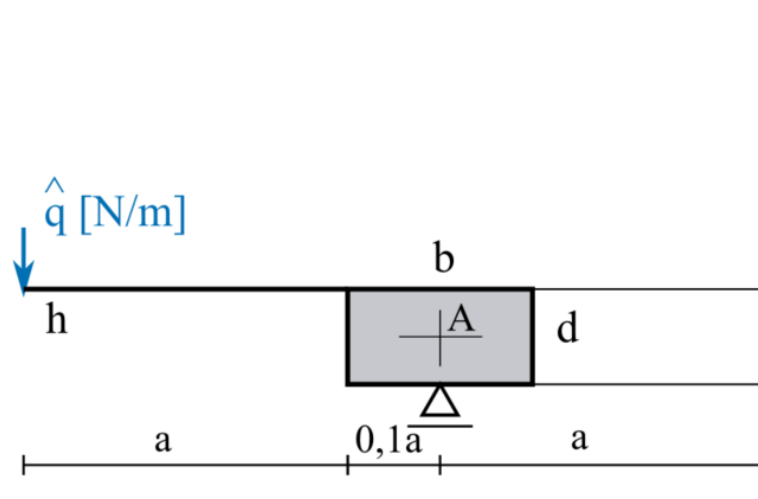
$$h = a/20$$

$$b = 0,2 a$$

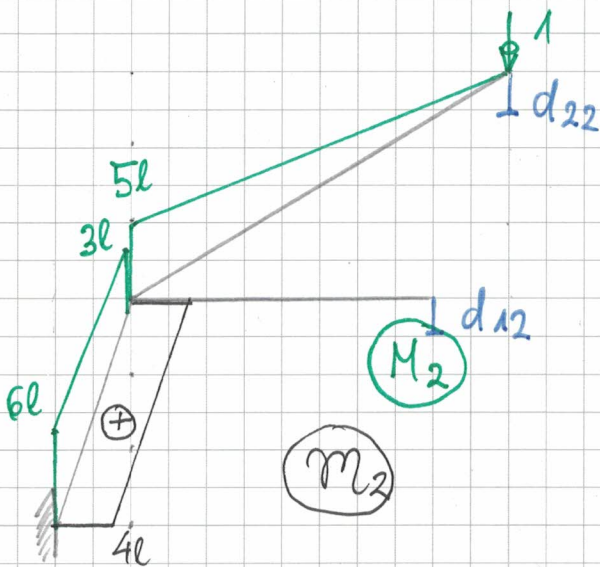
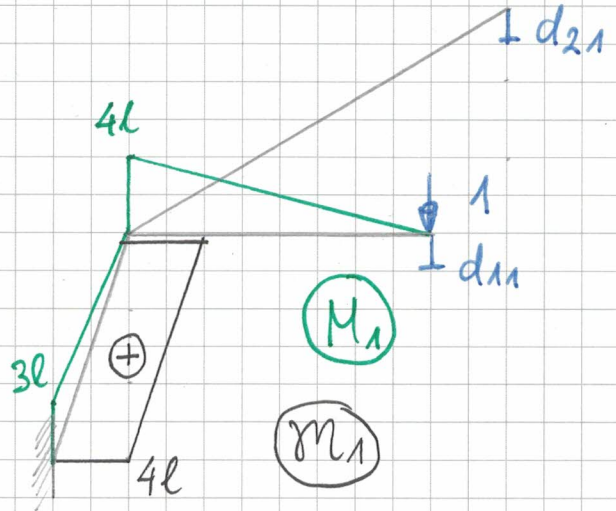
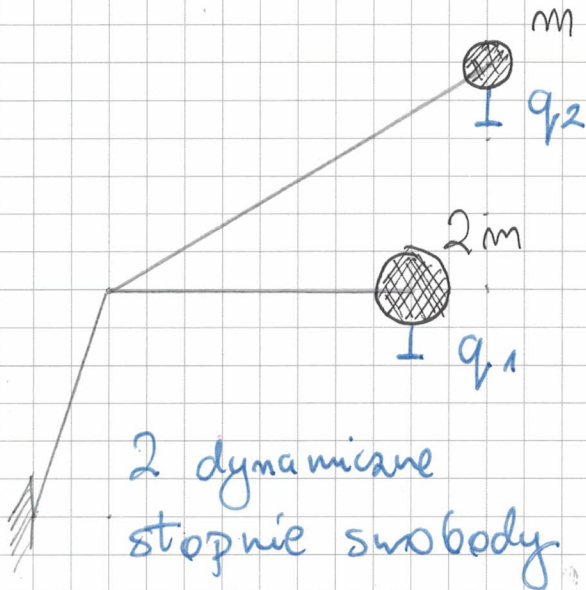
$$d = 0,1 a$$

$$E = 30 \text{ GPa}$$

$$\nu = 0,2$$



ZADANIE 1



Macierz mas

$$M = \begin{bmatrix} 2m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$$

Macierz podatności i sztywności

$$D = \frac{l^3}{EJ} \begin{bmatrix} 78,333 & 70,5 \\ 70,5 & 152,667 \end{bmatrix} \quad K = D^{-1} = \frac{EJ}{l^3} \begin{bmatrix} 0,0218 & -0,010 \\ -0,010 & 0,0112 \end{bmatrix}$$

Uogólnione zagadnienie własne

$$(K - \omega^2 M) a_1 = 0$$

$$\text{Det}(K - \omega^2 M) = 0$$

$$\omega_1 = 0,063 \sqrt{\frac{EY}{m l^3}}$$

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1,386 \end{bmatrix} a_1^1$$

$$\omega_2 = 0,135 \sqrt{\frac{EY}{m l^3}}$$

$$a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1,443 \end{bmatrix} a_2^2$$

Macierz transformacji

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1,386 & -1,443 \end{bmatrix}$$

Zadanie 2

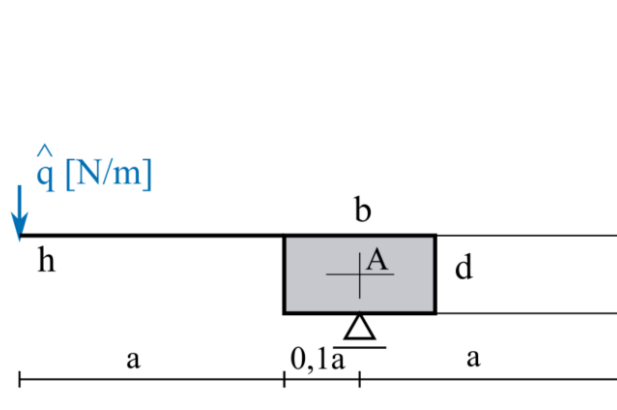
$$h = a/20$$

$$b = 0,2 a$$

$$d = 0,1 a$$

$$E = 30 \text{ GPa}$$

$$\nu = 0,2$$



$$b \rightarrow 0.2 a$$

$$d \rightarrow 0.1 a$$

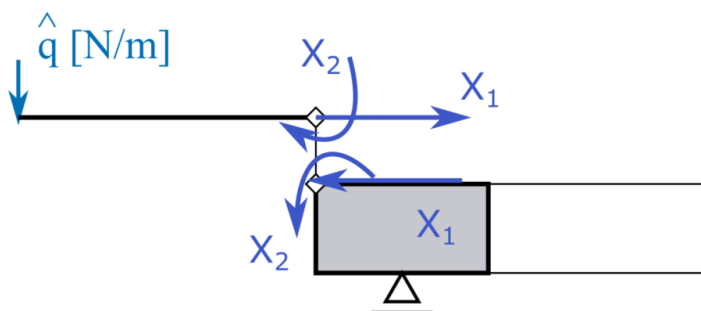
$$E \rightarrow 30\,000\,000$$

$$\nu \rightarrow 0.2$$

$$h \rightarrow \frac{a}{20}$$

$$R \rightarrow 2.1 a$$

Schemat zastępczy



Równania nierozdzielności

$$\delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \delta_{10} = 0$$

$$\delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \delta_{20} = 0, \text{ gdzie:}$$

$$\delta_{11} = \delta_{11 pp} + \delta_{11 p}$$

$$\delta_{12} = \delta_{12 p}$$

$$\delta_{22} = \delta_{22 pp} + \delta_{22 p}$$

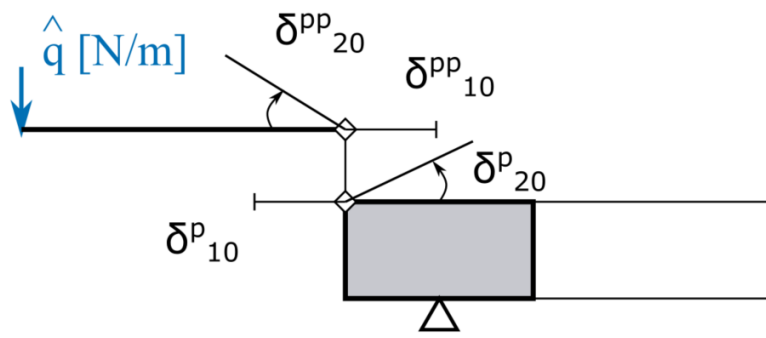
$$\delta_{10} = 0$$

$$\delta_{20} = \delta_{10 pp}$$

'p' - oznacza przemieszczenia

pierścienia, 'pp' - oznacza przemieszczenia płyty pierścieniowej.

Stan "0"



■ Płyta pierścieniowa

Całka ogólna równania różniczkowego ugięcia płyty (R - zewnętrzny promień płyty pierścieniowej) i zależności między ugięciem, α : kątem obrotu przekrojów, siłami wewnętrznymi.

$$w = C_4 + C_2 \rho^2 + C_3 \text{Log}[\rho] + C_1 \rho^2 \text{Log}[\rho]$$

$$\varphi = \frac{1}{R} \frac{dw}{d\rho} = \frac{\frac{C_3}{\rho} + C_1 \rho + 2 C_2 \rho + 2 C_1 \rho \text{Log}[\rho]}{R}$$

$$M_1 = \frac{D}{R^2} \left(-\frac{1}{\rho} \frac{dw}{d\rho} - \nu \frac{d^2 w}{d\rho^2} \right) =$$

$$-\frac{1}{R^2 \rho^2} D \left(C_3 - C_3 \nu + (C_1 + 3 C_1 \nu + 2 C_2 (1 + \nu)) \rho^2 + 2 C_1 (1 + \nu) \rho^2 \text{Log}[\rho] \right)$$

$$M_2 = \frac{D}{R^2} \left(-\frac{d^2 w}{d\rho^2} - \frac{1}{\rho} \frac{dw}{d\rho} \right) =$$

$$-\frac{1}{R^2 \rho^2} D \left(C_3 (-1 + \nu) + (2 C_2 (1 + \nu) + C_1 (3 + \nu)) \rho^2 + 2 C_1 (1 + \nu) \rho^2 \text{Log}[\rho] \right)$$

$$Q_2 = -\frac{D}{R^3} \frac{d}{d\rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{dw}{d\rho} \right) = -\frac{4 D C_1}{R^3 \rho}$$

Warunki brzegowe

$$Q_2(1) = q$$

$$M_2(1) = 0$$

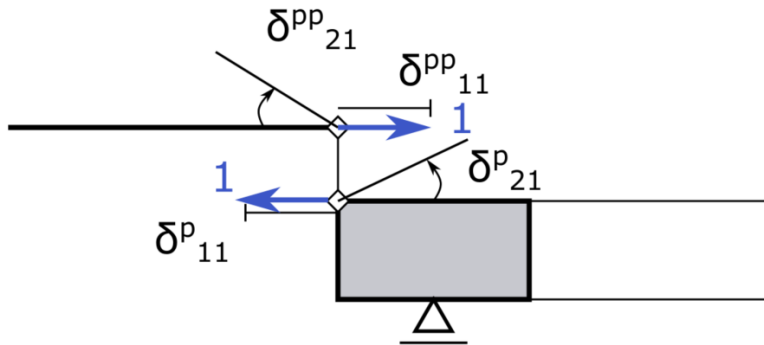
$$w\left(\frac{11}{21}\right) = 0$$

$$M_2\left(\frac{11}{21}\right) = 0$$

Poszukiwane przemieszczenie.

$$\delta_{20 \text{ pp}} = -\varphi\left(\frac{11}{21}\right) = -\frac{3.53565 a^2 q}{D}$$

Stan $X_1 = 1$



■ Płyta pierścieniowa

Płyta denna pracuje w stanie tarczowym. Skorzystamy z rozwiązania tarczy kołowej w PSN znanego z Teorii Sprężystości.

$$u = \frac{B}{r} + A r$$

$$\epsilon_{rr} = \frac{du}{dr} = A - \frac{B}{r^2}$$

$$\epsilon_{\varphi\varphi} = \frac{u}{r} = A + \frac{B}{r^2}$$

$$\sigma_{rr} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{rr} + \nu \epsilon_{\varphi\varphi}) = -\frac{A E}{-1+\nu} - \frac{B E}{r^2 (1+\nu)}$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \frac{E}{1-\nu^2} (\nu \epsilon_{rr} + \epsilon_{\varphi\varphi}) = -\frac{A E}{-1+\nu} + \frac{B E}{r^2 (1+\nu)}$$

Uwzględniamy warunki brzegowe.

$$\sigma_{rr}(1.1 a) = \frac{1}{h_2}, \quad \sigma_{rr}(2.1a) = 0$$

$$A = -\frac{0.378125 (-1. + 1. \nu^2)}{E h (1. + \nu)}$$

$$B = \frac{1.66753 (-1. a^2 - 1. a^2 \nu + 1. a^2 \nu^2 + 1. a^2 \nu^3)}{E h (-1. + \nu) (1. + \nu)}$$

Ostatecznie.

$$u = -\frac{0.378125 r (-1. + 1. \nu^2)}{E h (1. + \nu)} + \frac{1.66753 (-1. a^2 - 1. a^2 \nu + 1. a^2 \nu^2 + 1. a^2 \nu^3)}{E h r (-1. + \nu) (1. + \nu)}$$

$$\delta_{11pp} = u(1.1a) = \frac{43.0375}{E}$$

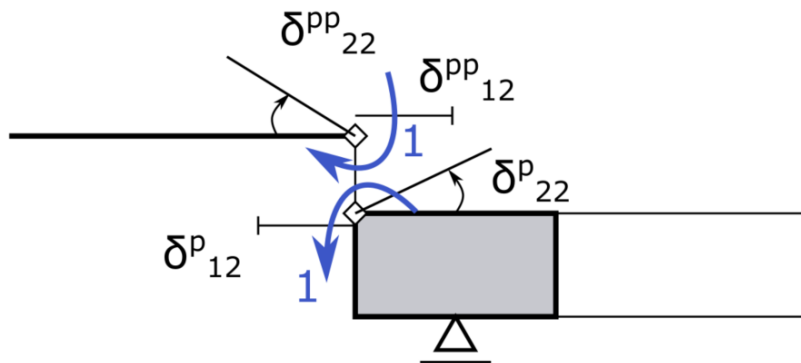
■ Pierścień

Skorzystamy z notatek ze zjazdu nr 4 lub [1]

$$\delta_{11p} = \frac{4 a^2}{E b d}$$

$$\delta_{21p} = \frac{6 a^2}{E b d^2}$$

Stan $X_2 = 1$



■ Płyta pierścieniowa

Warunki brzegowe.

$$Q_2(1) = 0$$

$$M_2(1) = 0$$

$$w\left(\frac{11}{21}\right) = 0$$

$$M_2\left(\frac{11}{21}\right) = -1$$

Poszukiwane przemieszczenie.

$$\delta_{22pp} = -\varphi\left(\frac{11}{21}\right) = \frac{2,24154 a}{D}$$

■ Pierścień

Skorzystamy z notatek ze zjazdu nr 4 lub [1]

$$\delta_{12p} = \frac{6 a^2}{E b d^2}$$

$$\delta_{22p} = \frac{12 a^2}{E b d^3}$$

Rozwiązanie układu równań

Z przyjętych danych wynika następująca wartość współczynnika λ i sztywności płytowej D .

$$D = \frac{E h^3}{12 (1 - \nu^2)} = 325.521 a^3$$

Po rozwiązaniu układu równań metody zaburzeń brzegowych otrzymujemy następujące wartości nadliczbowych

$$X_1 = -17.522 q$$

$$X_2 = 1.4195 a q$$

Przyjmujemy długość a i intensywność obciążenia q .

$$a \rightarrow 1$$

$$q \rightarrow 10$$

Czyli poszukiwane siły mają następujące wartości.

$$X_1 = -175.22$$

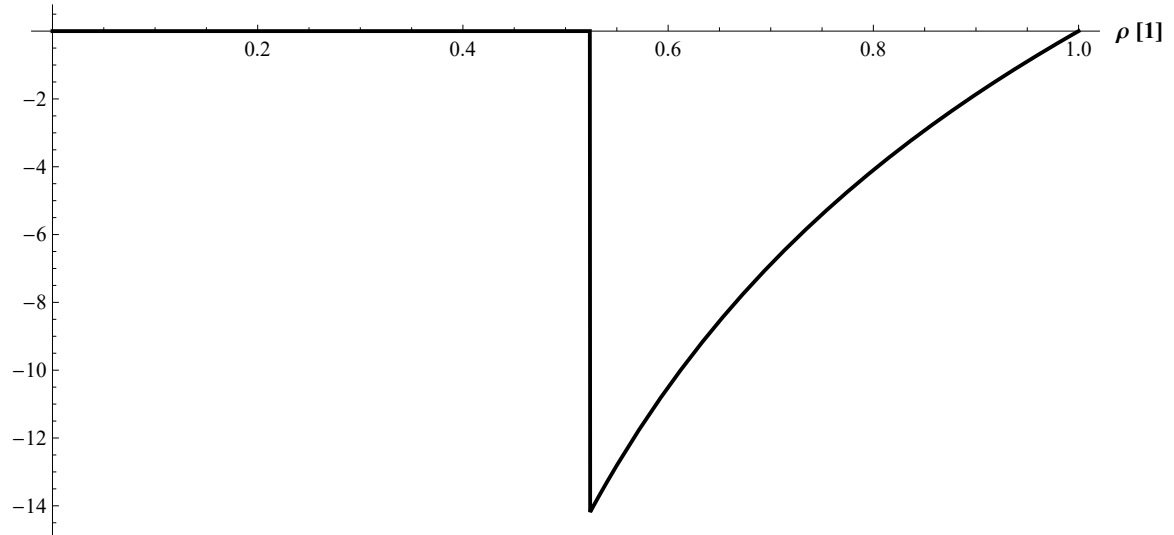
$$X_2 = 14.195$$

Wykresy sił wewnętrznych

■ Moment radialny

$$M_2 = M_2('0') + X_2 M_2(X_2)$$

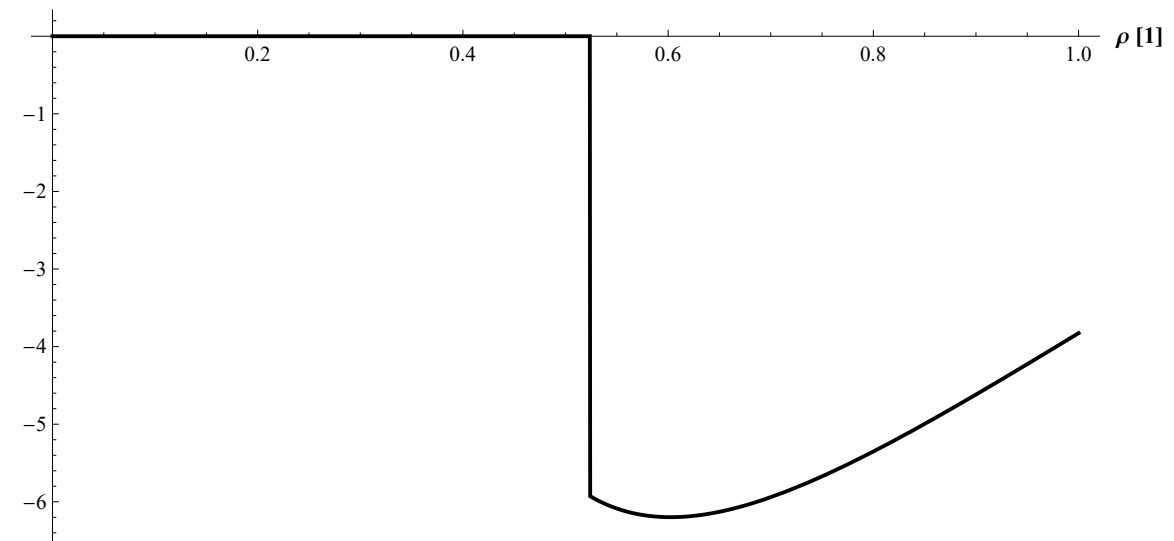
M_2 [kN]



■ Moment obwodowy

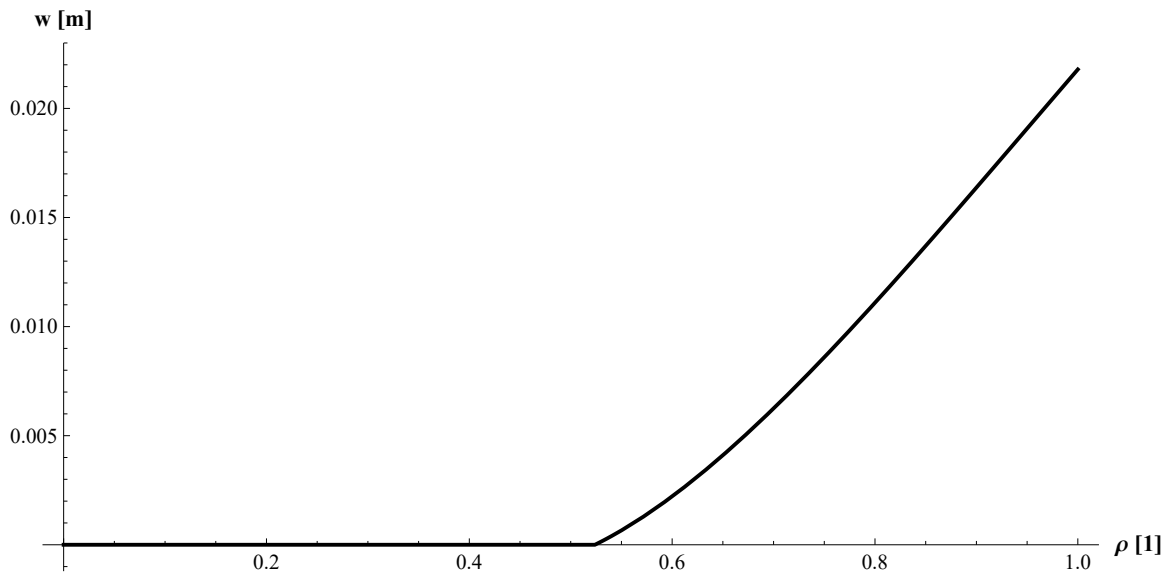
$$M_1 = M_1('0') + X_2 M_1(X_2)$$

M_2 [kN]



Wykres przemieszczenia normalnego

■ Płyty dennej



Moment zginający w pierścieniu

$$M_p = (-X_2 - X_1 \frac{d}{2}) a = -0.543402 a^2 q$$

Sprawdzenie zgodności przemieszczeń i kątów obrotu w miejscu połączenia pierścienia z płytą

■ Zgodność przemieszczeń

Płyta pierścieniowa

$$\delta_{pp} = X_1 \delta_{11pp} = -0.000251368$$

Pierścień

$$\delta_p = X_1 \delta_{11p2} + X_2 \delta_{12p} = 0.000251368$$

■ Zgodność kątów obrotu

Płyta pierścieniowa

$$\chi_{pp} = \delta_{20pp} + X_2 \delta_{22pp} = -0.010868$$

Pierścień

$$\chi_p = X_1 \delta_{21p} + X_2 \delta_{22p} = 0.010868$$

Bibliografia

- [1] Z.Mazurkiewicz, Cienkie powłoki sprężyste, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1995