

NAZWISKO Imię			
Nr albumu		Ocena z ćwiczeń projektowych	
Ocena – zadanie 1.	Ocena – zadanie 2.	Ocena z egzaminu po ustnym	
		Ocena łączna, data, podpis	

Na kartce z rozwiązaniem proszę wyraźnie napisać:

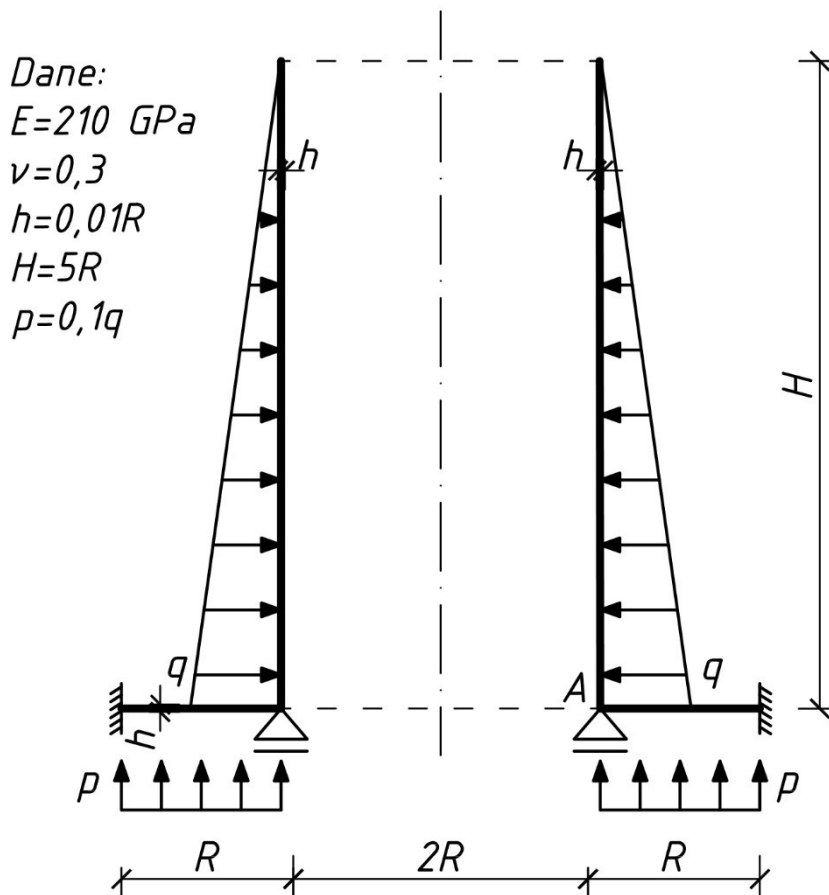
Oświadczam, że niniejsza praca stanowiąca podstawę do osiągnięcia efektów uczenia się z przedmiotu Mechanika Konstrukcji 3 KB została wykonana przeze mnie samodzielnie

Imię i nazwisko (czytelnie)

Nr albumu (czytelnie)

### Zadanie 1.

W zbiorniku pokazanym na rysunku wyznaczyć kąt obrotu w punkcie A ( $\chi_A$ ) oraz ugięcie powłoki w połowie jej wysokości.



Wzory i wartości pomocnicze do zadania:

	$u(\alpha) = -\frac{(a+b)\alpha(1-\alpha^2)}{C[\alpha^2(1+\nu) + (1-\nu)]}$ <p>gdzie: <math>\alpha = \frac{a}{a+b}</math></p>
	<p>Dla przyjętych w zadaniu danych:</p> $\chi_2(\alpha) = 137,853p$
	<p>Dla przyjętych w zadaniu danych:</p> $\chi_2(\alpha) = -\frac{15,753R(1-\nu^2)}{Eh^3(6,507 - 1,313\nu)}$

NAZWISKO Imię	
Nr albumu	

**Zadanie 2.**

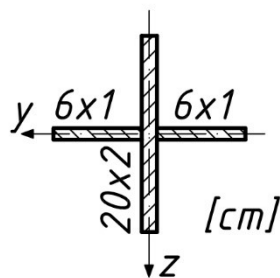
Znaleźć wycinkowy moment bezwładności i moment bezwładności przy skręcaniu swobodnym przekroju pokazanego na rysunku. Znaleźć siły krytyczne wyboczenia oraz postaci wyboczenia przy założeniu trzech różnych rozpiętości:  $l_1=1\text{m}$ ;  $l_2=2\text{m}$ ;  $l_3=3\text{m}$ . Pręt jest podparty widelkowo i obciążony osiową siłą ściskającą.

*Dane:*

$$E=210 \text{ GPa}$$

$$\nu=0,3$$

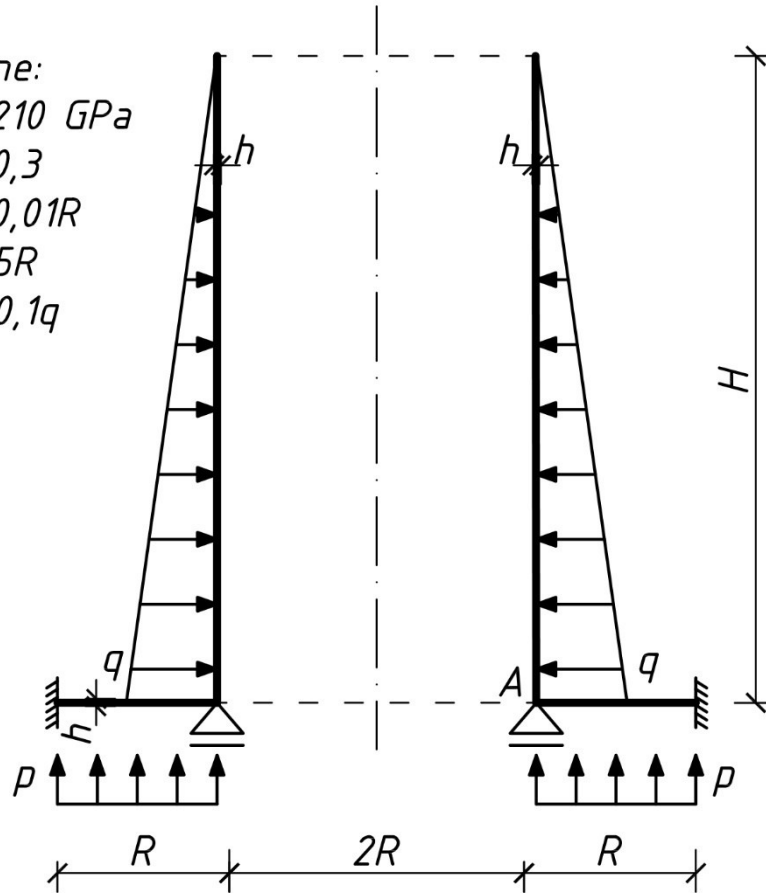
$$G=E/2(1+\nu)$$



**Zadanie 1.**

1) Dane:

Dane:  
 $E=210 \text{ GPa}$   
 $\nu=0,3$   
 $h=0,01R$   
 $H=5R$   
 $p=0,1q$



2) Wielkości pomocnicze:

$p$  – indeks dolny oznaczający płytę

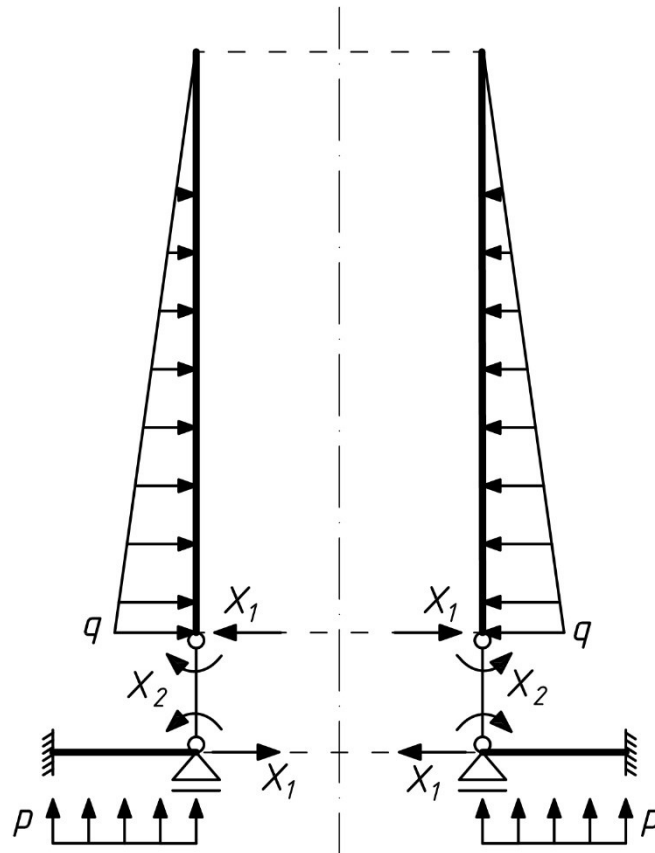
$c$  – indeks dolny oznaczający powłokę

$$\lambda^4 = 3(1 - \nu^2) \left(\frac{R}{h}\right)^2 = 27300 \Rightarrow \lambda \cong 12,854$$

$$C = \frac{Eh}{1 - \nu^2} = 2,308R \text{ kN/mm}^2$$

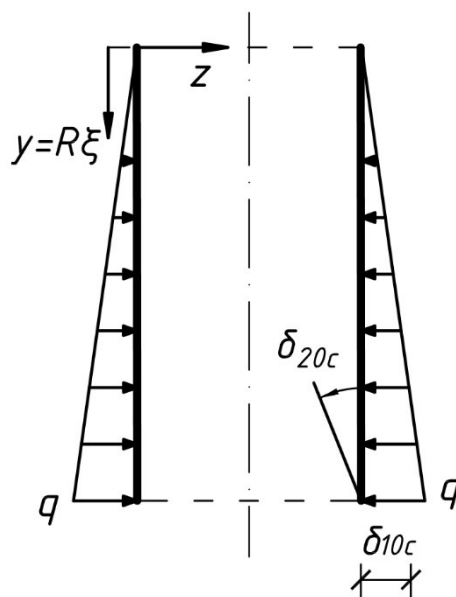
$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} = 1,923 \cdot 10^{-5}R^3 \text{ kN/mm}^2$$

3) Układ zastępczy:



4) Powłoka

- Stan „0” – bezmomentowy

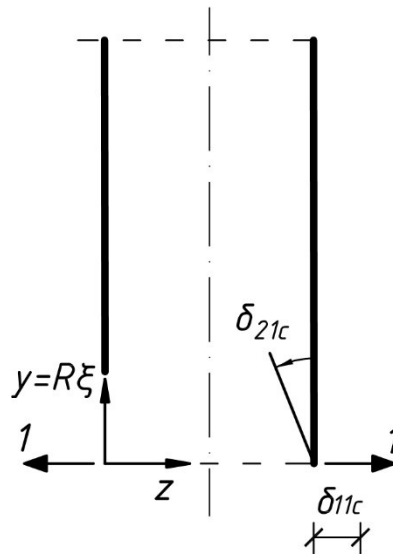


Podatności:

$$\delta_{10c} = -\frac{qR^2}{Eh} = -0,476qR$$

$$\delta_{20c} = -\frac{qR^2}{HEh} = -0,095q$$

- Zaburzenie  $X_1 = 1$

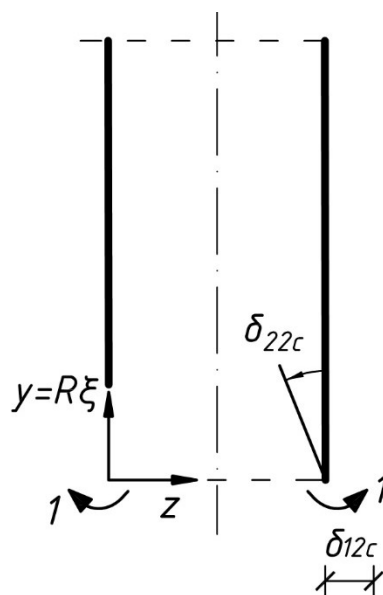


Podatności:

$$\delta_{11c} = -w(0) = \frac{2R\lambda}{Eh} = 12,242$$

$$\delta_{21c} = \chi_2(0) = \frac{2\lambda^2}{Eh} = 157,359 \frac{1}{R}$$

- Zaburzenie  $X_2 = 1$



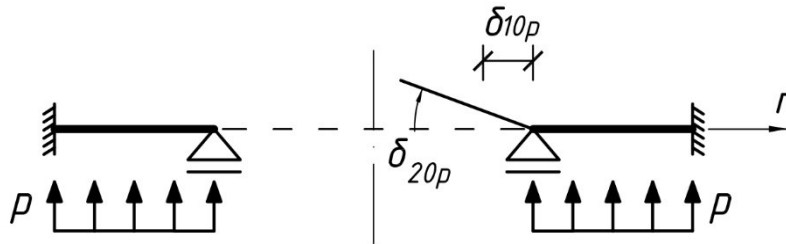
Podatności:

$$\delta_{12c} = -w(0) = \frac{2\lambda^2}{Eh} = 157,359 \frac{1}{R}$$

$$\delta_{22c} = \chi_2(0) = \frac{4\lambda^3}{ERh} = 4045,411 \frac{1}{R^2}$$

5) Płyta dolna

- Stan „0” – bezmomentowy

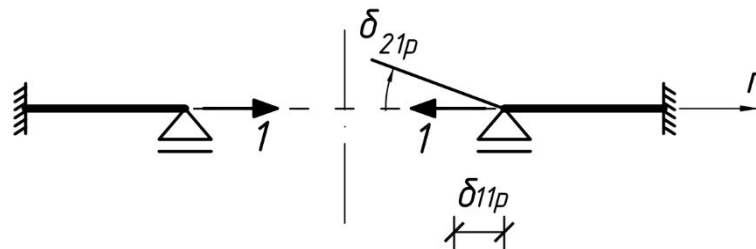


Podatności:

$$\delta_{10p} = 0$$

$$\delta_{20p} = -\chi_2(\alpha) = -137,853p$$

- Zaburzenie  $X_1 = 1$

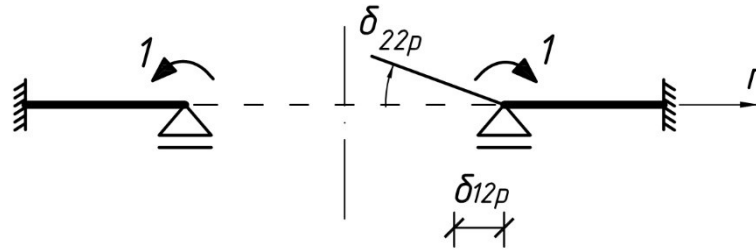


Podatności:

$$\delta_{11p} = -u(\alpha) = \frac{2R\alpha(1 - \alpha^2)}{C[\alpha^2(1 + \nu) + (1 - \nu)]} = 0,317 \quad \text{gdzie: } \alpha = \frac{R}{2R} = 0,5$$

$$\delta_{21p} = 0$$

- Zaburzenie  $X_2 = 1$



Podatności:

$$\delta_{12p} = 0$$

$$\delta_{22p} = -\chi_2(\alpha) = \frac{15,753R(1 - \nu^2)}{Eh^3(6,507 - 1,313\nu)} = 11166,675/R^2$$

6) Znajdowanie nadliczbowych:

$$\begin{cases} (\delta_{11c} + \delta_{11p})X_1 + (\delta_{12c} + \delta_{12p})X_2 + (\delta_{10c} + \delta_{10p}) = 0 \\ (\delta_{21c} + \delta_{21p})X_1 + (\delta_{22c} + \delta_{22p})X_2 + (\delta_{20c} + \delta_{20p}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12,559X_1 + \frac{1}{R}157,359X_2 - 0,476qR = 0 \\ \frac{1}{R}157,359X_1 + \frac{1}{R^2}152121,086X_2 - 13,880q = 0 \end{cases}$$

$$X_1 \cong 0,030qR \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$X_2 \cong 5,979 \cdot 10^{-4}qR^2 \frac{\text{kNmm}}{\text{mm}}$$

7) Kąt obrotu:

$$\begin{aligned} \chi_{2A} &= X_1 \cdot \chi_{21c}(0) + X_2 \cdot \chi_{22c}(0) + \chi_{20c}(0) = 7,045q \text{ rad} \quad \text{lub} \quad \chi_{2A} \\ &= X_1 \cdot \chi_{21p}(\alpha) + X_2 \cdot \chi_{22p}(\alpha) + \chi_{20p}(\alpha) = 7,109q \text{ rad} \end{aligned}$$

Powstała różnica wynika z zaokrążeń.

8) Ugięcie w połowie wysokości powłoki:

$$\begin{aligned} w_c(2,5) &= X_1 \cdot w_{1c}(2,5) + X_2 \cdot w_{2c}(2,5) + w_{0c}(2,5) \\ &= -3,441 \cdot 10^{-15}qR - 3,278 \cdot 10^{-16}qR + 0,238qR \end{aligned}$$

Stąd widać, że efekty brzegowe bardzo szybko zanikają, a dominuje składnik od obciążenia „0”.



**Zadanie 2.**

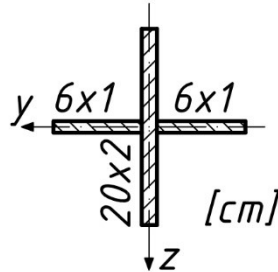
1) Dane:

Dane:

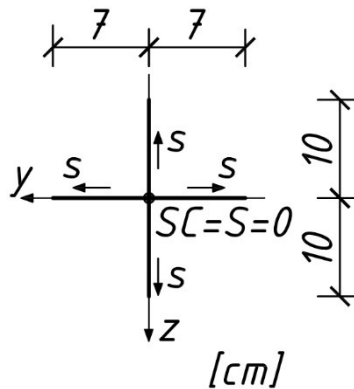
$$E = 210 \text{ GPa}$$

$$\nu = 0,3$$

$$G = E/2(1+\nu)$$



2) Układ współrzędnych, środek ciężkości, środek ścinania



3) Charakterystyki geometryczne:

$$I_y = \frac{2 \cdot 20^3}{12} + 2 \cdot \frac{6 \cdot 1^3}{12} = 1334,33 \text{ cm}^4$$

$$I_z = \frac{1 \cdot 14^3}{12} + 2 \cdot \frac{\frac{19}{2} \cdot 2^3}{12} = 241,33 \text{ cm}^4$$

$$A = 20 \cdot 2 + 2 \cdot 6 \cdot 1 = 52 \text{ cm}^2$$

Współrzędne wycinkowe w całym przekroju są równe zero, a zatem:

$$\omega = 0 \quad \Rightarrow \quad S_\omega = I_{\omega z} = I_{\omega y} = I_\omega = 0$$

Moment przy skręcaniu swobodnym:

$$I_s \cong \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 b_i \cdot g_i^3 = \frac{1}{3} \cdot [20 \cdot 2^3 + 2 \cdot 6 \cdot 1^3] = 57,33 \text{ cm}^4$$

4) Wielkości pomocnicze:

$$E_1 = \frac{E}{1 - \nu^2} = 23076,92 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} = 8076,92 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$(r_0)^2 = \frac{I_y + I_z}{A} + (z_s)^2 + (y_s)^2 = 30,301 \text{ cm}^2$$

$$\beta_z = \beta_y = 0$$

5) Siły Eulera i siła krytyczna przy skręcaniu swobodnym:

Siła [kN]	$l = 100 \text{ cm}$	$l = 200 \text{ cm}$	$l = 300 \text{ cm}$
$P_z = \frac{\pi^2 E_1 I_z}{l^2}$	5496,534	1374,133	610,726
$P_y = \frac{\pi^2 E_1 I_y}{l^2}$	30390,710	7597,677	3376,746
$P_s = \frac{1}{(r_0)^2} (GI_s + \frac{\pi^2 E_1 I_\omega}{l^2})$	15281,558	15281,558	15281,558

6) Siły krytyczne:

Siły krytyczne znajduje się po przyrównaniu wyznacznika układu równań do zera:

$$\det \mathbf{A} = (P - P_z)(P - P_y)(P - P_s) = 0$$

Stąd dla  $l = 100 \text{ cm}$  mamy:

$$P_1 = P_z = 5496,534 \text{ kN} \quad P_2 = P_s = 15281,558 \text{ kN} \quad P_3 = P_y = 30390,710 \text{ kN}$$

Dla  $l = 200 \text{ cm}$  mamy:

$$P_1 = P_z = 1374,133 \text{ kN} \quad P_2 = P_y = 7597,677 \text{ kN} \quad P_3 = P_s = 15281,558 \text{ kN}$$

Dla  $l = 300 \text{ cm}$  mamy:

$$P_1 = P_z = 610,726 \text{ kN} \quad P_2 = P_y = 3376,746 \text{ kN} \quad P_3 = P_s = 15281,558 \text{ kN}$$

7) Postaci wyboczenia:

Podstawiając do układu równań kolejno siły krytyczne  $P_1$  otrzymujemy nietrywialne (niezerowe) wektory własne opisujące postaci wyboczenia.

Stąd dla każdej z trzech rozpiętości pręta mamy:

$$\mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$