

NAZWISKO Imię		
Nr albumu		Oceny z ćwiczeń :
ocena zadania 1	ocena zadania 2	Ocena z egzaminu po ustnym
		Ocena łączna, data, podpis

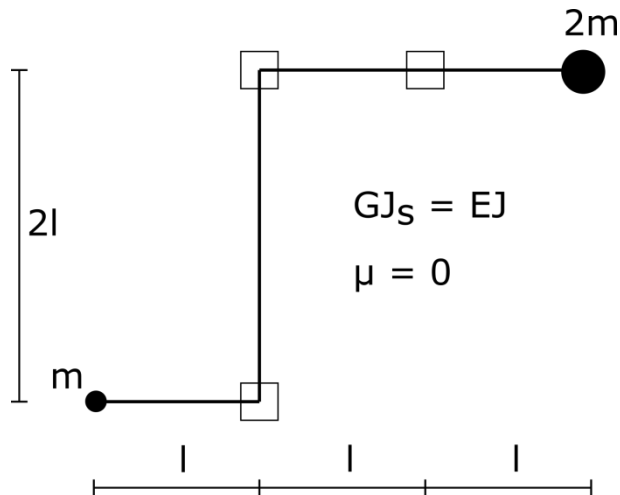
*Początek: 17.00. Do 17.50 należy opracować to zadanie a do 18.00 przesłać rozwiązanie pod TEAMS Na Kartce z rozwiązaniem proszę wyraźnie napisać:*

*Oświadczam, że niniejsza praca stanowiąca podstawę do osiągnięcia efektów uczenia się z przedmiotu Mechanika Konstrukcji 3 KB została wykonana przeze mnie samodzielnie*

*Imię i nazwisko (czytelnie)*

*Nr albumu (czytelnie)*

**Zadanie 1.** Dany jest ruszt o węzłach sztywnych z prętów nieważkich z masami skupionymi w węzłach, por. rysunek. Znaleźć częstotści drgań własnych i macierz transformacji  $\Phi$ . Omówić metodę transformacji modalnej.



NAZWISKO Imię		
Nr albumu		Oceny z ćwiczeń :
ocena zadania 1	ocena zadania 2	Ocena z egzaminu po ustnym
		Ocena łączna, data, podpis

*Początek: 18.00. Do 18.50 należy opracować to zadanie a do 19.00 przesłać rozwiązanie pod TEAMS Na Kartce z rozwiązaniem proszę wyraźnie napisać:*

*Oświadczam, że niniejsza praca stanowiąca podstawę do osiągnięcia efektów uczenia się z przedmiotu Mechanika Konstrukcji 3 KB została wykonana przeze mnie samodzielnie*

*Imię i nazwisko (czytelnie)*

*Nr albumu (czytelnie)*

**Zadanie 2.** Dany jest zbiornik walcowy wzmocniony pierścieniem obciążony jak na rysunku ( $q$  – obciążenie obwodowe o jednostce N/m).

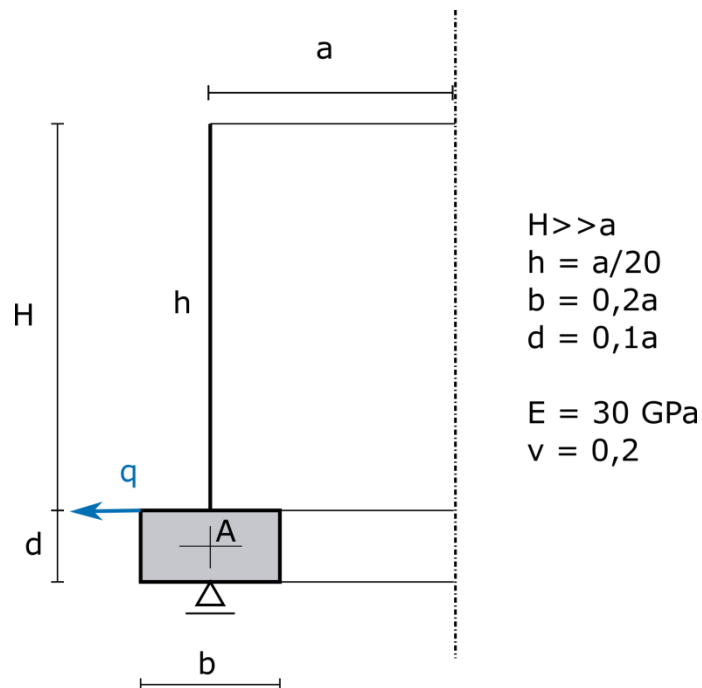
Sporządzić wykresy:

momentu zginającego wzdłuż tworzącej walca

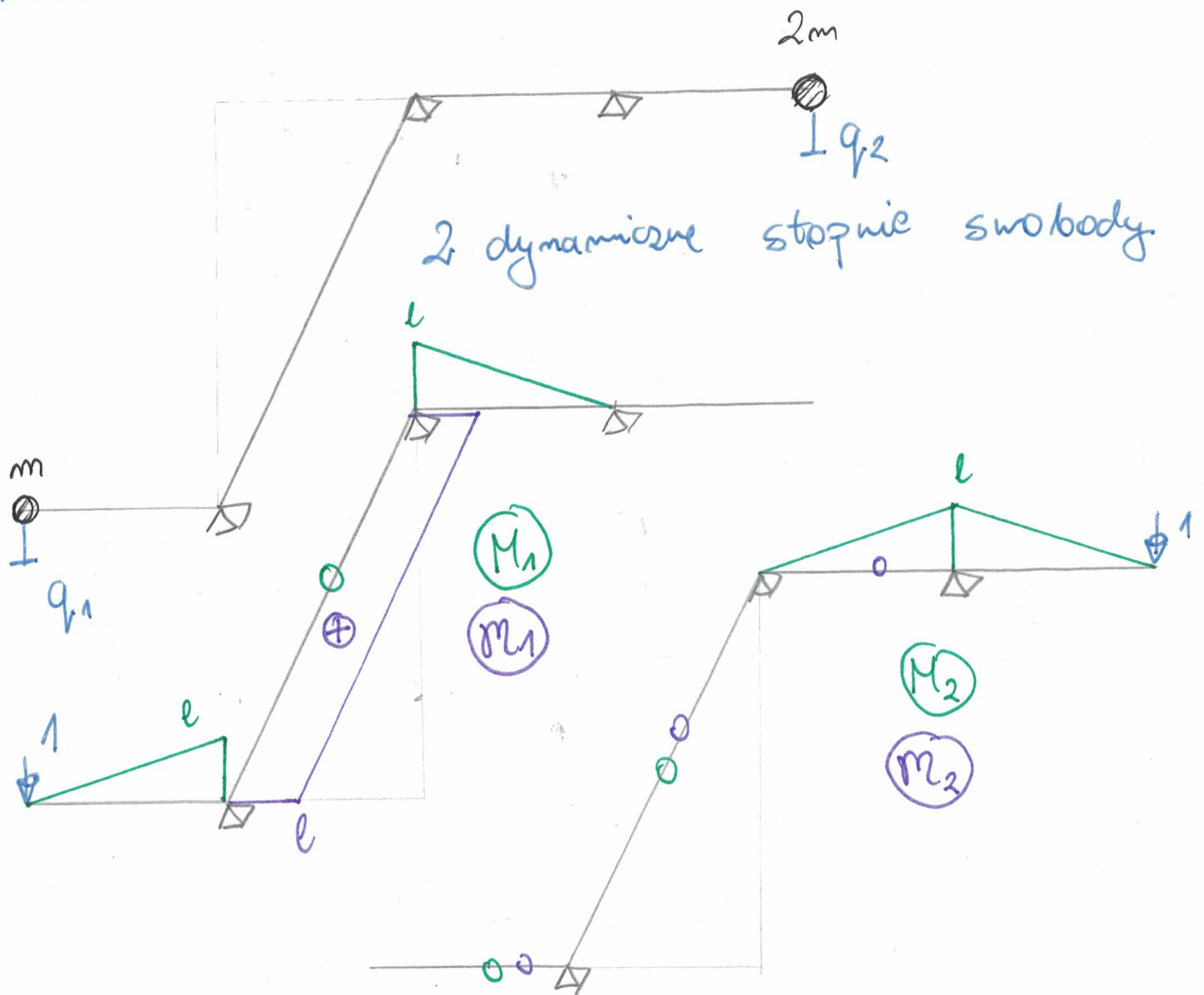
siły obwodowej w powłoce walcowej

momentu zginającego w pierścieniu

oraz znaleźć kąt skręcenia pierścienia  $\vartheta_A$ .



# ZADANIE 1



$$d_{11} = \frac{1}{EY} \left[ 2 \cdot \frac{1}{2} l \cdot l \cdot \frac{2}{3} l + l \cdot 2l \cdot l \right] = \frac{8}{3} \frac{l^3}{EY}$$

$$d_{12} = \frac{1}{EY} \left[ \frac{1}{2} l \cdot l \cdot \frac{1}{3} l \right] = \frac{1}{6} \frac{l^3}{EY}$$

$$d_{22} = \frac{1}{EY} \left[ 2 \cdot \frac{1}{2} l \cdot l \cdot \frac{2}{3} l \right] = \frac{2}{3} \frac{l^3}{EY}$$

Macierz podatności

$$D = \frac{l^3}{EY} \left[ \begin{array}{c|c} \frac{8}{3} & \frac{1}{6} \\ \hline \frac{1}{6} & \frac{2}{3} \end{array} \right]$$

Macierz mas

$$M1 = \left[ \begin{array}{c|c} m & 0 \\ \hline 0 & 2m \end{array} \right]$$

Zagadnienie drgań własnych

$$(\underline{\mathbb{I}} - \omega^2 \underline{\mathbb{D}} \underline{\mathbb{M}}) a_i = 0$$

$$\det(\underline{\mathbb{I}} - \omega^2 \underline{\mathbb{D}} \underline{\mathbb{M}}) = 0 \Rightarrow$$

$$\omega_1 = 0,608 \sqrt{\frac{EY}{ml^3}}$$

$$\hat{a}_1 = [\hat{a}_1; 0,121 \hat{a}_1]^T$$

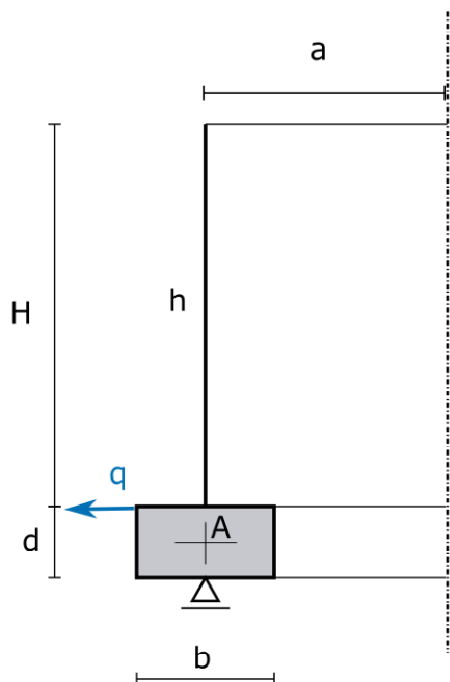
$$\omega_2 = 0,879 \sqrt{\frac{EY}{ml^3}}$$

$$\hat{a}_2 = [\hat{a}_2; -4,121 \hat{a}_2]^T$$

Macierz transformacji

$$\underline{\Phi} = \left[ \begin{array}{c|c} 1 & 1 \\ \hline 0,121 & -4,121 \end{array} \right]$$

## Zadanie 2



Dane

$$b \rightarrow 0.2 a$$

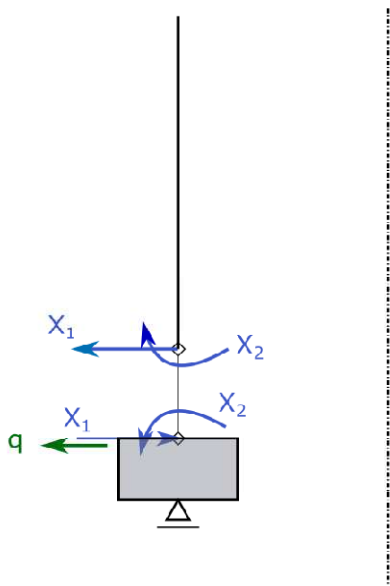
$$d \rightarrow 0.1 a$$

$$EE \rightarrow 30\,000\,000\,000$$

$$\nu \rightarrow 0.2$$

$$h \rightarrow \frac{a}{20}$$

### Schemat zastępczy



## Równania nierozdzielności

$$\delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \delta_{10} = 0$$

$$\delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \delta_{20} = 0, \text{ gdzie:}$$

$$\delta_{11} = \delta_{11w} + \delta_{11p}$$

$$\delta_{12} = \delta_{12w} + \delta_{12p}$$

$$\delta_{22} = \delta_{22w} + \delta_{22p}$$

$$\delta_{10} = \delta_{10p}$$

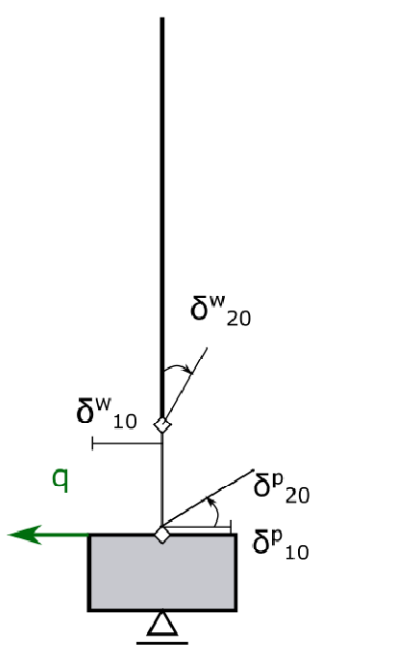
$$\delta_{20} = \delta_{20p}$$

'p' - oznacza przemieszczenia pierścienia, a 'w' walca.

Z przyjętych danych wynika następująca wartość współczynnika  $\lambda$ .

$$\lambda = \left( \frac{3(1-\nu^2)a^2}{h^2} \right)^{0.25} = 5.8259$$

## Stan "0"



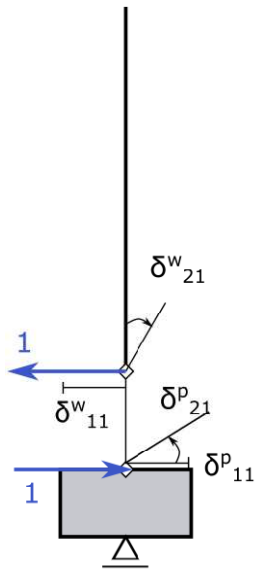
### ■ Pierścień

Skorzystamy z [1] (str. 254-256).

$$\delta_{10p} = -\frac{q 4 a^2}{E b d} = -6.66667 \times 10^{-9} q$$

$$\delta_{20p} = \frac{q 6 a^2}{E b d^2} = \frac{1. \times 10^{-7} q}{a}$$

## Stan $X_1 = 1$



### ■ Walec

Rozkład sił wewnętrznych.

$$\xi = \frac{y}{a}$$

$$N_1 = 2 e^{-\lambda \xi} \lambda \cos[\lambda \xi]$$

$$Q_2 = -e^{-\lambda \xi} (\cos[\lambda \xi] - \sin[\lambda \xi])$$

$$M_2 = \frac{a e^{-\lambda \xi} \sin[\lambda \xi]}{\lambda}$$

$$M_1 = \nu M_2 = \frac{a e^{-\lambda \xi} \nu \sin[\lambda \xi]}{\lambda}$$

Rozkład przemieszczeń.

$$\chi = -\frac{2 e^{-\lambda \xi} \lambda^2 (\cos[\lambda \xi] + \sin[\lambda \xi])}{E h}$$

$$\delta = \frac{2 a e^{-\lambda \xi} \lambda \cos[\lambda \xi]}{E h}$$

Poszukiwane przemieszczenia.

$$\delta_{11w} = \frac{2 a \lambda}{E h} = 7.76787 \times 10^{-9}$$

$$\delta_{21w} = \frac{2 \lambda^2}{E h} = \frac{4.52548 \times 10^{-8}}{a}$$

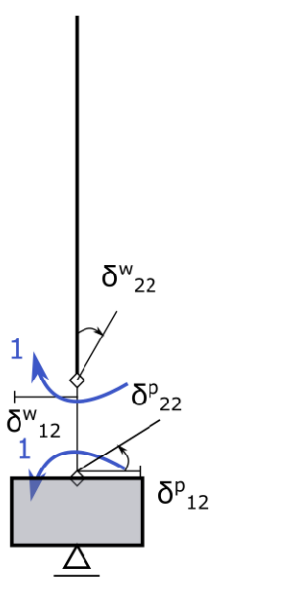
### ■ Pierścień

Skorzystamy z [1] (str. 254-256)

$$\delta_{11p} = \frac{4 a^2}{E b d} = 6.66667 \times 10^{-9}$$

$$\delta_{21p} = -\frac{6 a^2}{E b d^2} = -\frac{1. \times 10^{-7}}{a}$$

## Stan $X_2 = 1$



### ■ Walec

Rozkład sił wewnętrznych.

$$N_1 = - \frac{2 e^{-\lambda \xi} \lambda^2 (\cos[\lambda \xi] - \sin[\lambda \xi])}{a}$$

$$Q_2 = - \frac{2 e^{-\lambda \xi} \lambda \sin[\lambda \xi]}{a}$$

$$M_2 = -e^{-\lambda \xi} (\cos[\lambda \xi] + \sin[\lambda \xi])$$

$$M_1 = \nu M_2 = e^{-\lambda \xi} \nu (\cos[\lambda \xi] + \sin[\lambda \xi])$$

Rozkład przemieszczeń.

$$\delta = - \frac{2 e^{-\lambda \xi} \lambda^2 (\cos[\lambda \xi] - \sin[\lambda \xi])}{E h}$$

$$\chi = \frac{4 e^{-\lambda \xi} \lambda^3 \cos[\lambda \xi]}{E a h}$$

Poszukiwane przemieszczenia.

$$\delta_{12w} = \frac{2 \lambda^2}{E h} = \frac{4.52548 \times 10^{-8}}{a}$$

$$\delta_{22w} = \frac{4 \lambda^3}{E a h} = \frac{5.273 \times 10^{-7}}{a^2}$$

### ■ Pierścień

Skorzystamy z [1] (str. 254-256)

$$\delta_{12p} = - \frac{6 a^2}{E b d^2} = - \frac{1. \times 10^{-7}}{a}$$

$$\delta_{22p} = \frac{12 a^2}{E b d^3} = \frac{2. \times 10^{-6}}{a^2}$$



## Rozwiązanie układu równań

Po rozwiązaniu układu równań metody zaburzeń brzegowych otrzymujemy następujące wartości nadliczbowych

$$\delta_{11} = 1.44345 \times 10^{-8}$$

$$\delta_{12} = -\frac{5.47452 \times 10^{-8}}{a}$$

$$\delta_{22} = \frac{2.5273 \times 10^{-6}}{a^2}$$

$$\delta_{10} = -\frac{4 a^2 q}{b d E E}$$

$$\delta_{20} = \frac{1. \times 10^{-7} q}{a}$$

$$X_1 = 0.339696 q$$

$$X_2 = -0.0322096 a q$$

Czyli poszukiwane siły mają następujące wartości.

$$X_1 = 0.339696 q$$

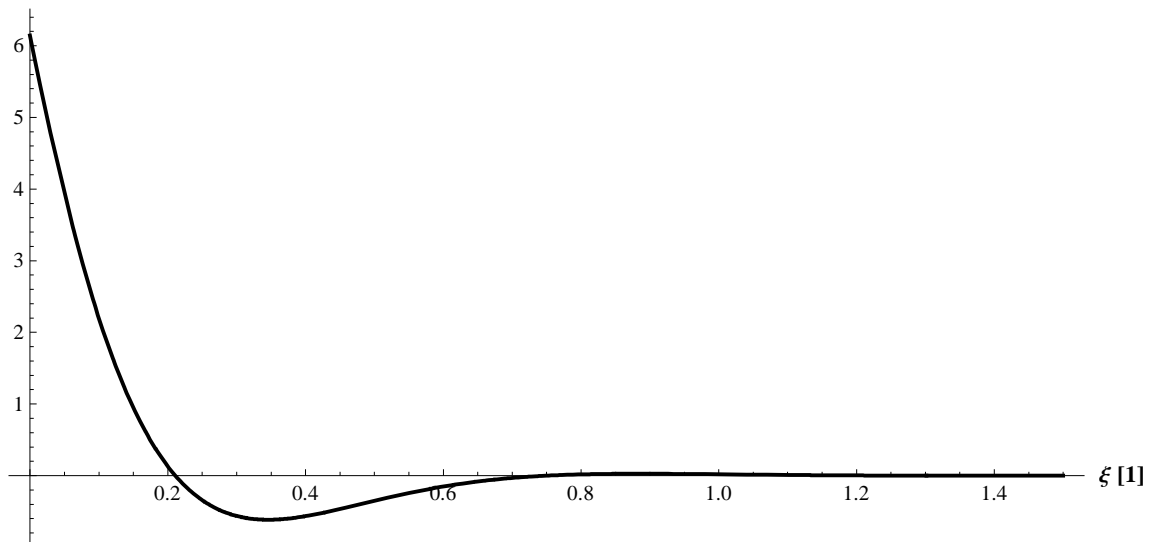
$$X_2 = -0.0322096 a q$$

## Wykresy sił wewnętrznych

### ■ Siła równoleżnikowa

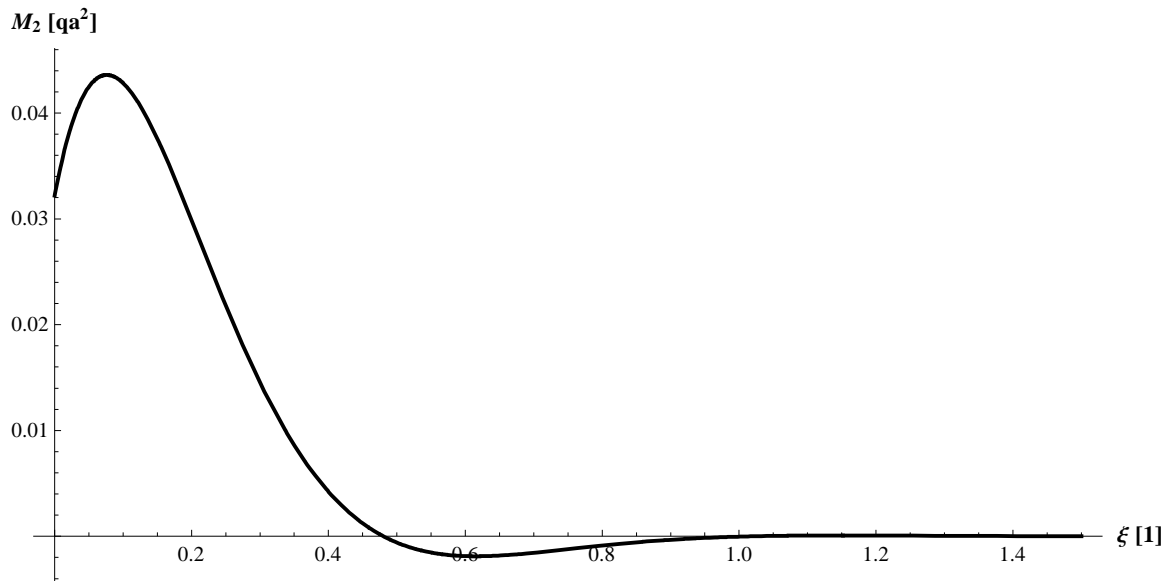
$$N_1 = X_1 N_1(X_1) + X_2 N_1(X_2)$$

$N_1$  [qa]



### ■ Moment południkowy

$$M_2 = X_1 M_2(X_1) + X_2 M_2(X_2)$$



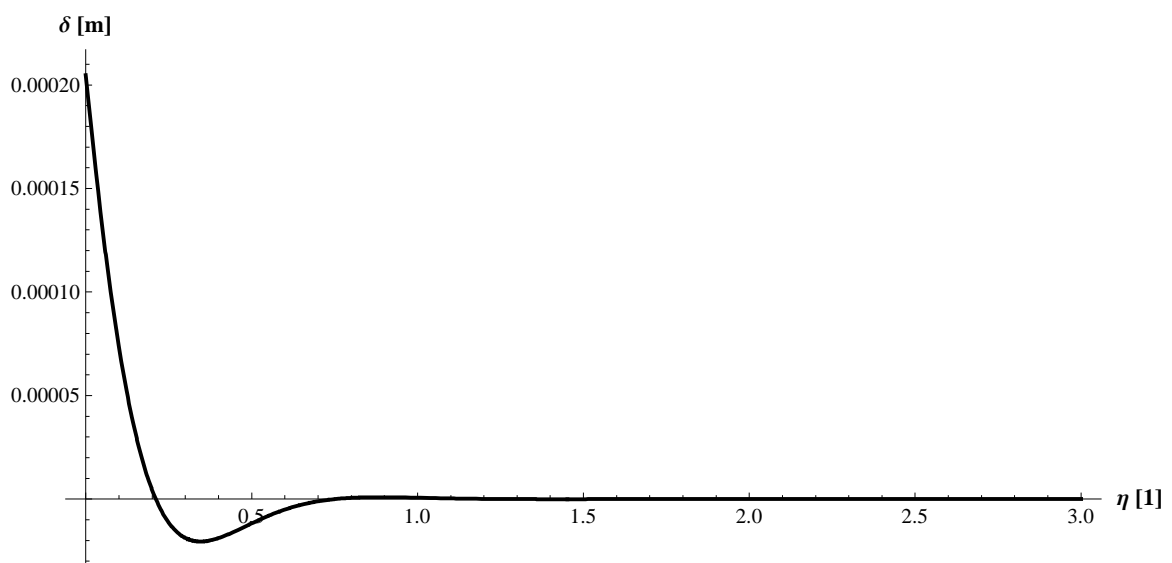
## Wykres przemieszczenia normalnego

### ■ Walca

Dalej przyjęto:

$q \rightarrow 50\,000$

$a \rightarrow 3$



## Siły wewnętrzne w pierścieniu

$$N_p = X_1 (-a) + q a = 0.660304 a q$$

$$M_p = \left( X_2 - X_1 \frac{d}{2} \right) (-a) - q \frac{d}{2} a = -0.0508056 a^2 q$$

---

## Sprawdzenie zgodności przemieszczeń i kątów obrotu w miejscu połączenia pierścienia z walcem

### ■ Zgodność przemieszczeń

Walec

$$\delta_s = X_1 \delta_{11w} + X_2 \delta_{12w} = 1.18107 \times 10^{-9} q$$

Pierścień

$$\delta_p = \delta_{10p} + X_1 \delta_{11p} + X_2 \delta_{12p} = -1.18107 \times 10^{-9} q$$

### ■ Zgodność kątów obrotu

Walec

$$\chi_s = X_1 \delta_{21w} + X_2 \delta_{22w} = - \frac{1.61126 \times 10^{-9} q}{a}$$

Pierścień

$$\chi_p = \delta_{20p} + X_1 \delta_{21p} + X_2 \delta_{22p} = \frac{1.61126 \times 10^{-9} q}{a}$$

---

## Bibliografia

- [1] Z.Mazurkiewicz, Cienkie powłoki sprężyste, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1995