

NAZWISKO Imię		
Nr albumu		Oceny z ćwiczeń :
ocena zadania 1	ocena zadania 2	Ocena z egzaminu po ustnym
		Ocena łączna, data, podpis

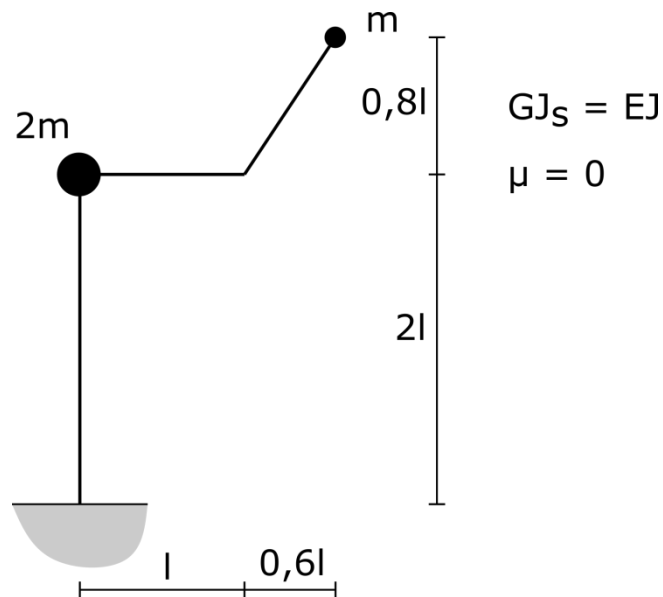
*Początek: 16.00. Do 16.50 należy opracować to zadanie a do 17.00 przesłać rozwiązanie pod TEAMS
Na Kartce z rozwiązaniem proszę wyraźnie napisać:*

*Oświadczam, że niniejsza praca stanowiąca podstawę do osiągnięcia efektów uczenia się z przedmiotu
Mechanika Konstrukcji 3 KB została wykonana przeze mnie samodzielnie*

Imię i nazwisko (czytelnie)

Nr albumu (czytelnie)

Zadanie 1. Dany jest ruszt o węzłach sztywnych z prętów nieważkich z masami skupionymi w węzłach, por. rysunek. Znaleźć częstotliwości drgań własnych i macierz transformacji Φ . Omówić metodę transformacji modalnej.



NAZWISKO Imię		
Nr albumu		Oceny z ćwiczeń :
ocena zadania 1	ocena zadania 2	Ocena z egzaminu po ustnym
		Ocena łączna, data, podpis

Początek: 17.00. Do 17.50 należy opracować to zadanie a do 18.00 przesłać rozwiązanie pod TEAMS Na Kartce z rozwiązaniem proszę wyraźnie napisać:

Oświadczam, że niniejsza praca stanowiąca podstawę do osiągnięcia efektów uczenia się z przedmiotu Mechanika Konstrukcji 3 KB została wykonana przeze mnie samodzielnie

Imię i nazwisko (czytelnie)

Nr albumu (czytelnie)

Zadanie 2. Dany jest zbiornik walcowy wzmocniony pierścieniem obciążony jak na rysunku.

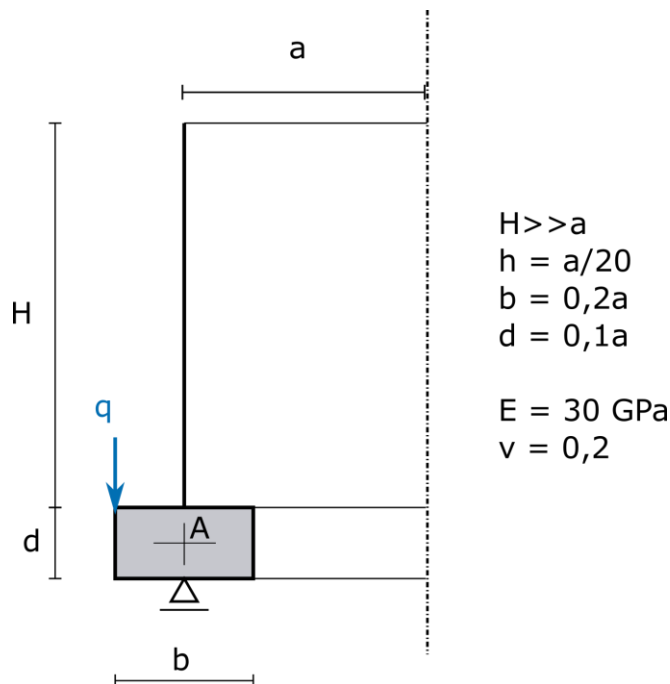
Sporządzić wykresy:

momentu zginającego wzdłuż tworzącej walca

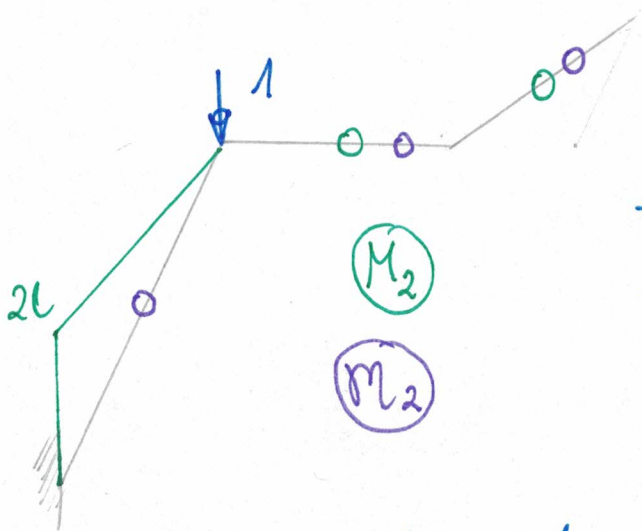
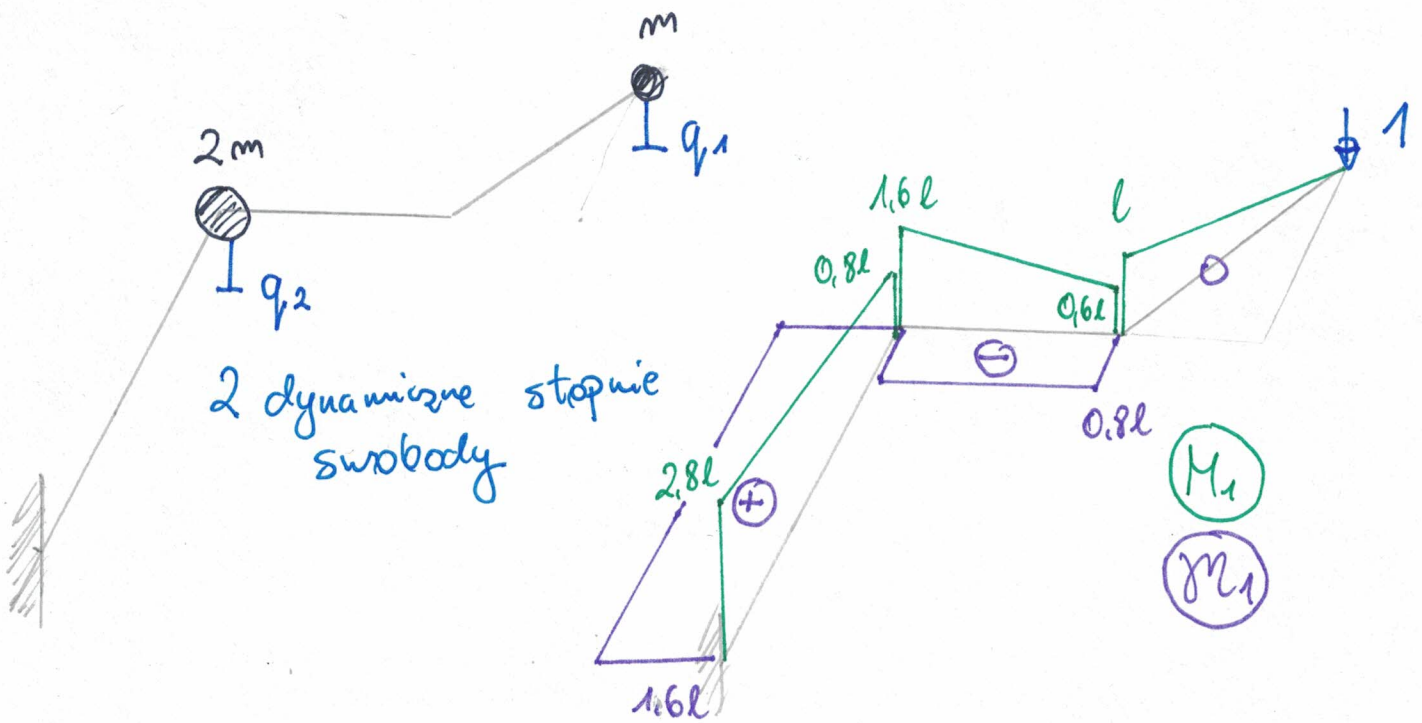
siły obwodowej w powłoce walcowej

momentu zginającego w pierścieniu

oraz znaleźć kąt skręcenia pierścienia ϑ_A .



ΣADANI # 1



$$d_{11} = \frac{1}{EY} \left[\frac{1}{2} l \cdot l \cdot \frac{2}{3} l + 0,6l \cdot l \cdot \frac{1}{2} (1,6l + 0,8l) + \frac{1}{2} l \cdot l \cdot \left(\frac{2}{3} 1,6l + \frac{1}{3} 0,6l \right) + 0,8l \cdot 2l \cdot \frac{1}{2} (0,8l + 2,8l) + \frac{1}{2} 2l \cdot 2l \left(\frac{2}{3} 2,8l + \frac{1}{3} 0,8l \right) + 0,8l \cdot l \cdot 0,8l + 1,6l \cdot 2l \cdot 1,6l \right] = 14,533 \frac{l^3}{EY}$$

$$d_{12} = d_{21} = \frac{1}{EY} \left[\frac{1}{2} 2l \cdot 2l \cdot \left(\frac{2}{3} 2,8l + \frac{1}{3} 0,8l \right) \right] = 4,267 \frac{l^3}{EY}$$

$$d_{22} = \frac{1}{EY} \left[\frac{1}{2} 2l \cdot 2l \cdot \frac{2}{3} 2l \right] = 2,667 \frac{l^3}{EY}$$

Macierz podatności

$$D = \frac{l^3}{EI} \begin{bmatrix} 14,533 & 4,267 \\ 4,267 & 2,667 \end{bmatrix}$$

Macierz mas

$$M = m \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Zagadnienie drgań własnych

$$(\mathbb{I} - \omega^2 D M) a = 0$$

$$\det(\mathbb{I} - \omega^2 D M) = 0 \Rightarrow$$

$$\omega_1 = 0,239 \sqrt{\frac{EI}{m l^3}}$$

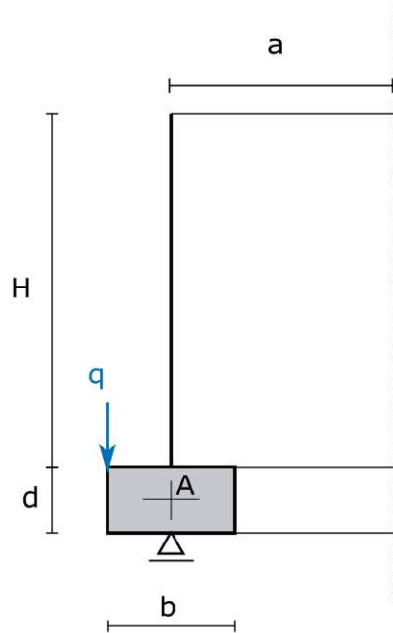
$$a_1 = [a_1, 0,350 a_1]^T$$

$$\omega_2 = 0,653 \sqrt{\frac{EI}{m l^3}}$$

$$a_2 = [a_2, -1,428 a_2]^T$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0,350 & -1,428 \end{bmatrix}$$

Zadanie 2



Dane

$$b \rightarrow 0.2 a$$

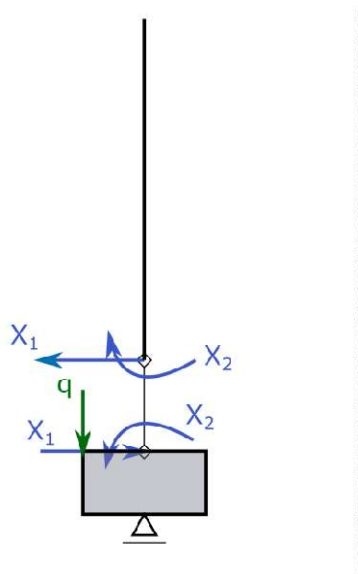
$$d \rightarrow 0.1 a$$

$$EE \rightarrow 30\,000\,000\,000$$

$$\nu \rightarrow 0.2$$

$$h \rightarrow \frac{a}{20}$$

Schemat zastępczy



Równania nierozdzielności

$$\delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \delta_{10} = 0$$

$$\delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \delta_{20} = 0, \text{ gdzie:}$$

$$\delta_{11} = \delta_{11w} + \delta_{11p}$$

$$\delta_{12} = \delta_{12w} + \delta_{12p}$$

$$\delta_{22} = \delta_{22w} + \delta_{22p}$$

$$\delta_{10} = \delta_{10p}$$

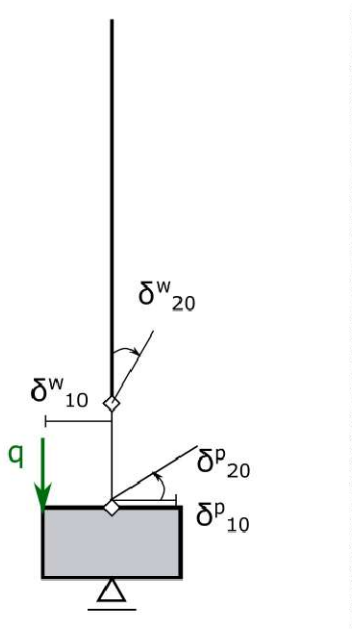
$$\delta_{20} = \delta_{20p}$$

'p' - oznacza przemieszczenia pierścienia, a 'w' walca.

Z przyjętych danych wynika następująca wartość współczynnika λ .

$$\lambda = \left(\frac{3(1-\nu^2)a^2}{h^2} \right)^{0.25} = 5.8259$$

Stan "0"



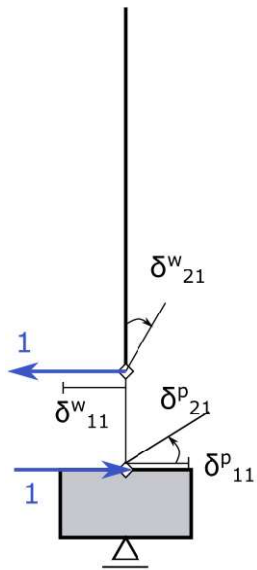
■ Pierścień

Skorzystamy z [1] (str. 254-256) albo notatek ze zjazdu nr 4.

$$\delta_{10p} = - \frac{q \cdot 0.5 \cdot b \cdot 6 \cdot a^2}{E E b d^2} = - \frac{3 \cdot a^2 \cdot q}{E d^2} = -1 \cdot 10^{-8} q$$

$$\delta_{20p} = \frac{q \cdot 0.5 \cdot b \cdot 12 \cdot a^2}{E b d^3} = \frac{6 \cdot a^2 \cdot q}{E d^3} = \frac{2 \cdot 10^{-7} q}{a}$$

Stan $X_1 = 1$



■ Walec

Rozkład sił wewnętrznych.

$$\xi = \frac{y}{a}$$

$$N_1 = 2 e^{-\lambda \xi} \lambda \cos[\lambda \xi]$$

$$Q_2 = -e^{-\lambda \xi} (\cos[\lambda \xi] - \sin[\lambda \xi])$$

$$M_2 = \frac{a e^{-\lambda \xi} \sin[\lambda \xi]}{\lambda}$$

$$M_1 = \nu M_2 = \frac{a e^{-\lambda \xi} \nu \sin[\lambda \xi]}{\lambda}$$

Rozkład przemieszczeń.

$$\chi = -\frac{2 e^{-\lambda \xi} \lambda^2 (\cos[\lambda \xi] + \sin[\lambda \xi])}{E h}$$

$$\delta = \frac{2 a e^{-\lambda \xi} \lambda \cos[\lambda \xi]}{E h}$$

Poszukiwane przemieszczenia.

$$\delta_{11w} = \frac{2 a \lambda}{E h} = 7.76787 \times 10^{-9}$$

$$\delta_{21w} = \frac{2 \lambda^2}{E h} = \frac{4.52548 \times 10^{-8}}{a}$$

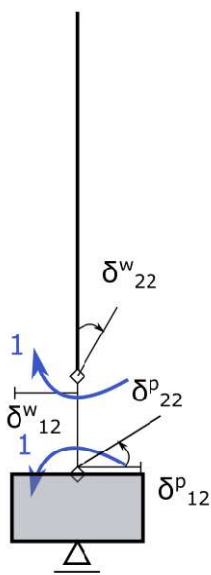
■ Pierścień

Skorzystamy z [1] (str. 254-256)

$$\delta_{11p} = \frac{4 a^2}{E b d} = 6.66667 \times 10^{-9}$$

$$\delta_{21p} = -\frac{6 a^2}{E b d^2} = -\frac{1. \times 10^{-7}}{a}$$

Stan $X_2 = 1$



■ Walec

Rozkład sił wewnętrznych.

$$N_1 = - \frac{2 e^{-\lambda \xi} \lambda^2 (\cos[\lambda \xi] - \sin[\lambda \xi])}{a}$$

$$Q_2 = - \frac{2 e^{-\lambda \xi} \lambda \sin[\lambda \xi]}{a}$$

$$M_2 = -e^{-\lambda \xi} (\cos[\lambda \xi] + \sin[\lambda \xi])$$

$$M_1 = \nu M_2 = e^{-\lambda \xi} \nu (\cos[\lambda \xi] + \sin[\lambda \xi])$$

Rozkład przemieszczeń.

$$\delta = - \frac{2 e^{-\lambda \xi} \lambda^2 (\cos[\lambda \xi] - \sin[\lambda \xi])}{E h}$$

$$\chi = \frac{4 e^{-\lambda \xi} \lambda^3 \cos[\lambda \xi]}{E a h}$$

Poszukiwane przemieszczenia.

$$\delta_{12w} = \frac{2 \lambda^2}{E h} = \frac{4.52548 \times 10^{-8}}{a}$$

$$\delta_{22w} = \frac{4 \lambda^3}{E a h} = \frac{5.273 \times 10^{-7}}{a^2}$$

■ Pierścień

Skorzystamy z [1] (str. 254-256)

$$\delta_{12p} = - \frac{6 a^2}{E b d^2} = - \frac{1. \times 10^{-7}}{a}$$

$$\delta_{22p} = \frac{12 a^2}{E b d^3} = \frac{2. \times 10^{-6}}{a^2}$$

Rozwiązanie układu równań

Po rozwiązaniu układu równań metody zaburzeń brzegowych otrzymujemy następujące wartości nadliczbowych

$$\delta_{11} = 1.44345 \times 10^{-8}$$

$$\delta_{12} = -\frac{5.47452 \times 10^{-8}}{a}$$

$$\delta_{22} = \frac{2.5273 \times 10^{-6}}{a^2}$$

$$\delta_{10} = -\frac{3 \cdot a^2 q}{d^2 EE}$$

$$\delta_{20} = \frac{2 \cdot 10^{-7} q}{a}$$

$$X_1 = 0.427794 q$$

$$X_2 = -0.0698692 a q$$

Czyli poszukiwane siły mają następujące wartości.

$$X_1 = 0.427794 q$$

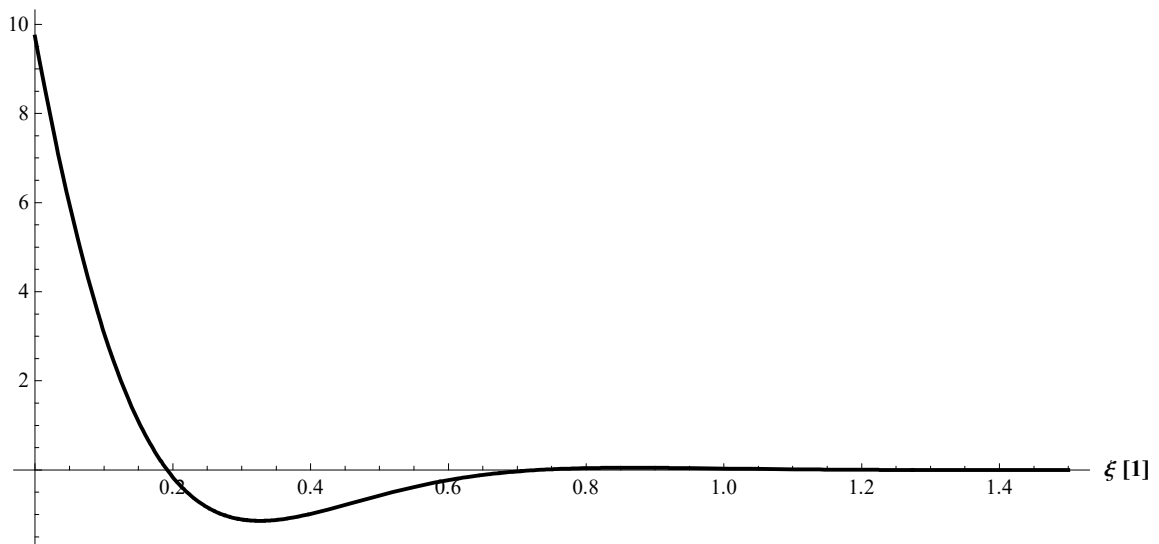
$$X_2 = -0.0698692 a q$$

Wykresy sił wewnętrznych

■ Siła równoleżnikowa

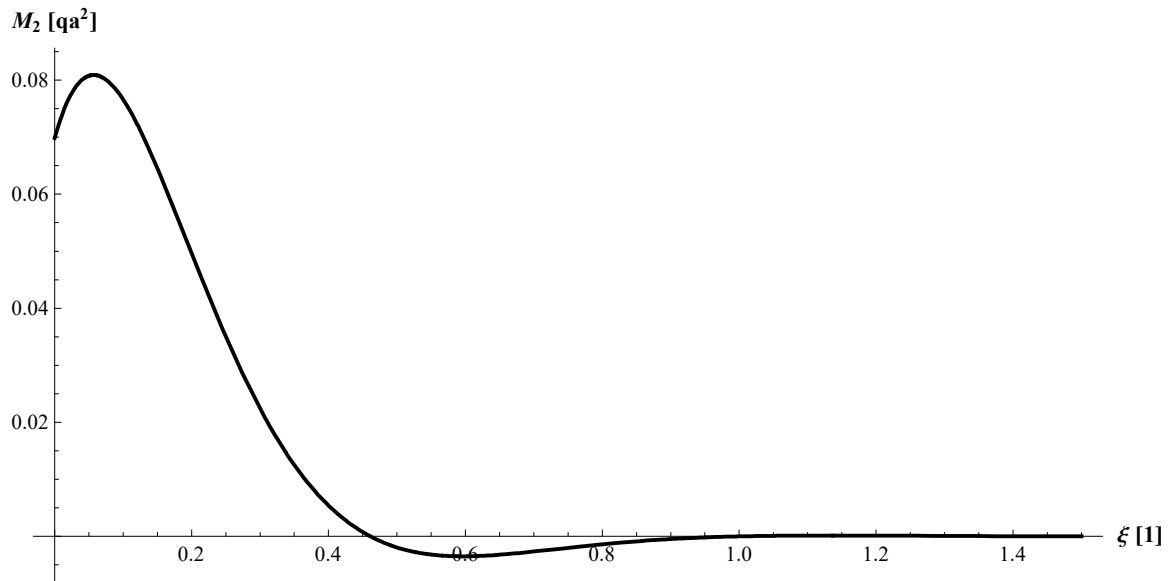
$$N_1 = X_1 N_1(X_1) + X_2 N_1(X_2)$$

N_1 [qa]



■ Moment południkowy

$$M_2 = X_1 M_2(X_1) + X_2 M_2(X_2)$$



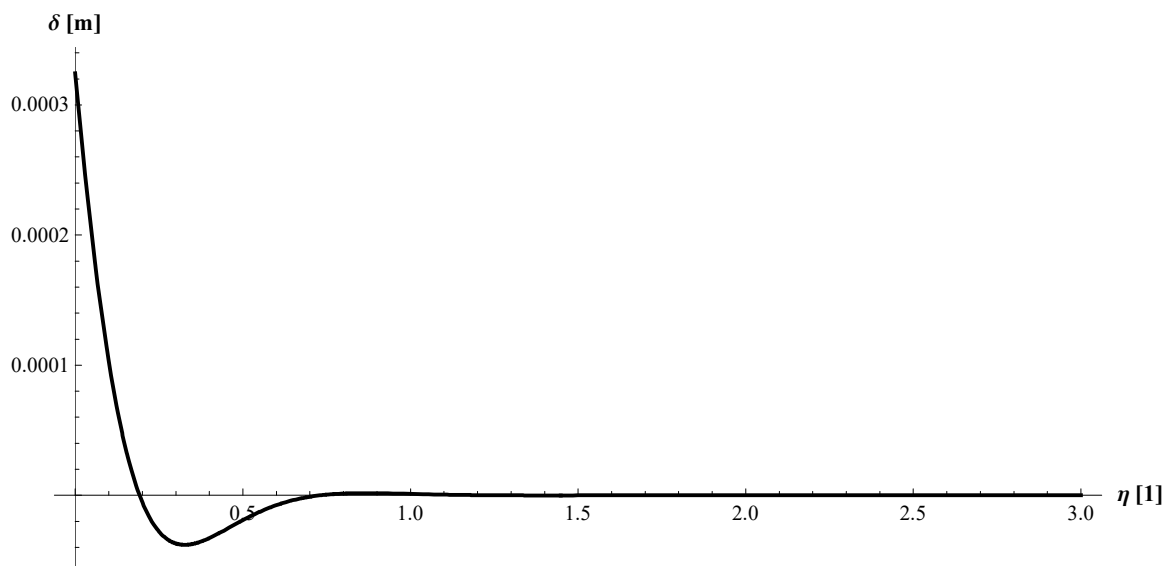
Wykres przemieszczenia normalnego

■ Walca

Dalej przyjęto:

$q \rightarrow 50\,000$

$a \rightarrow 3$



Siły wewnętrzne w pierścieniu

$$N_p = X_1 (-a) = -0.427794 a q$$

$$M_p = \left(X_2 - X_1 \frac{d}{2} \right) (-a) - q \frac{b}{2} a = -0.00874116 a^2 q$$

Sprawdzenie zgodności przemieszczeń i kątów obrotu w miejscu połączenia pierścienia z walcem

■ Zgodność przemieszczeń

Walec

$$\delta_s = X_1 \delta_{11w} + X_2 \delta_{12w} = 1.61126 \times 10^{-10} q$$

Pierścień

$$\delta_p = \delta_{10p} + X_1 \delta_{11p} + X_2 \delta_{12p} = -1.61126 \times 10^{-10} q$$

■ Zgodność kątów obrotu

Walec

$$\chi_s = X_1 \delta_{21w} + X_2 \delta_{22w} = -\frac{1.74823 \times 10^{-8} q}{a}$$

Pierścień

$$\chi_p = \delta_{20p} + X_1 \delta_{21p} + X_2 \delta_{22p} = \frac{1.74823 \times 10^{-8} q}{a}$$

Bibliografia

- [1] Z.Mazurkiewicz, Cienkie powłoki sprężyste, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1995