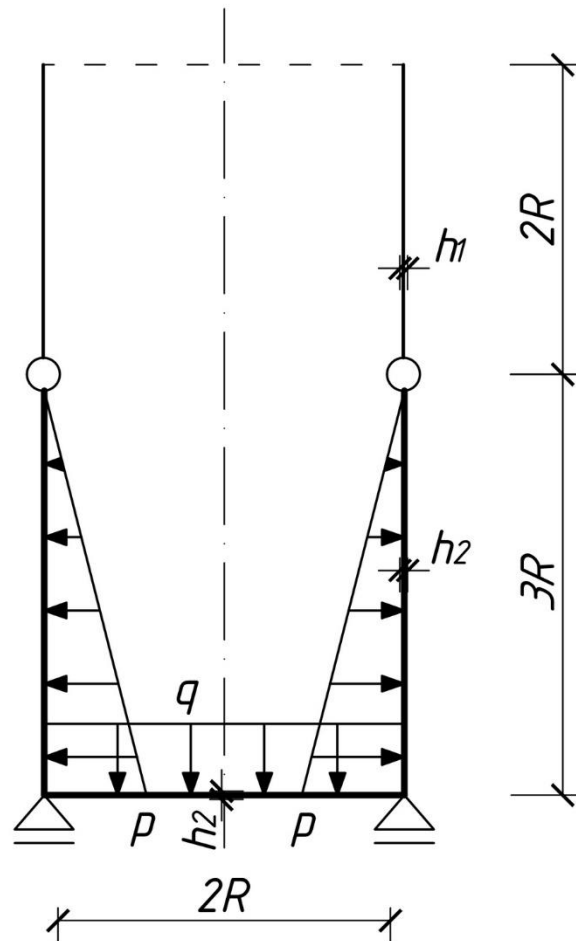


NAZWISKO Imię			
Nr albumu		Ocena z ćwiczeń projektowych	
Ocena – zadanie 1.	Ocena – zadanie 2.	Ocena z egzaminu po ustnym	
		Ocena łączna, data, podpis	

Zadanie 1.

Znaleźć maksymalną wartość ugięcia w płycie dennej pokazanego niżej zbiornika.

Dane:
 $E=30 \text{ GPa}$
 $\nu=0,2$
 $h_1=0,03R$
 $h_2=0,05R$
 $R=3 \text{ m}$
 $p=2 \text{ kN/m}^2$
 $q=1 \text{ kN/m}^2$



Egzamin z Mechaniki Konstrukcji 3 (KB) – studia magisterskie stacjonarne – 29.06.2020

NAZWISKO Imię	
Nr albumu	

Zadanie 2.

Sporządzić wykres współrzędnej wycinkowej oraz znaleźć wycinkowy moment bezwładności i moment bezwładności przy skręcaniu swobodnym przekroju pokazanego na rysunku. Znaleźć siłę krytyczną wyboczenia giętno-skrętnego przyłożoną w środku ciężkości pokazanego przekroju. Pręt o rozpiętości 3m jest podparty widełkowo.

Dane:

$$E=205 \text{ GPa}$$

$$\nu=0,3$$

$$G=7885 \text{ kN/cm}^2$$

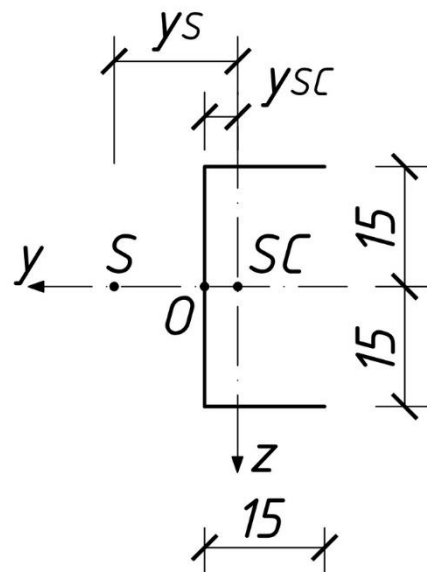
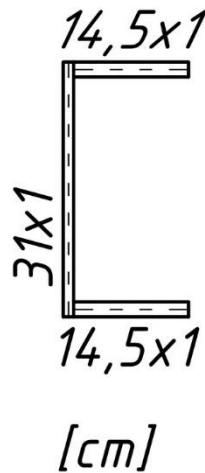
$$y_{SC}=3,75 \text{ cm}$$

$$y_S=9,37 \text{ cm}$$

$$A=60 \text{ cm}^2$$

$$I_y=9010 \text{ cm}^4$$

$$I_z=1410,625 \text{ cm}^4$$



Zadanie 1.

1) Dane:

Dane:

$$E=30 \text{ GPa}$$

$$\nu=0,2$$

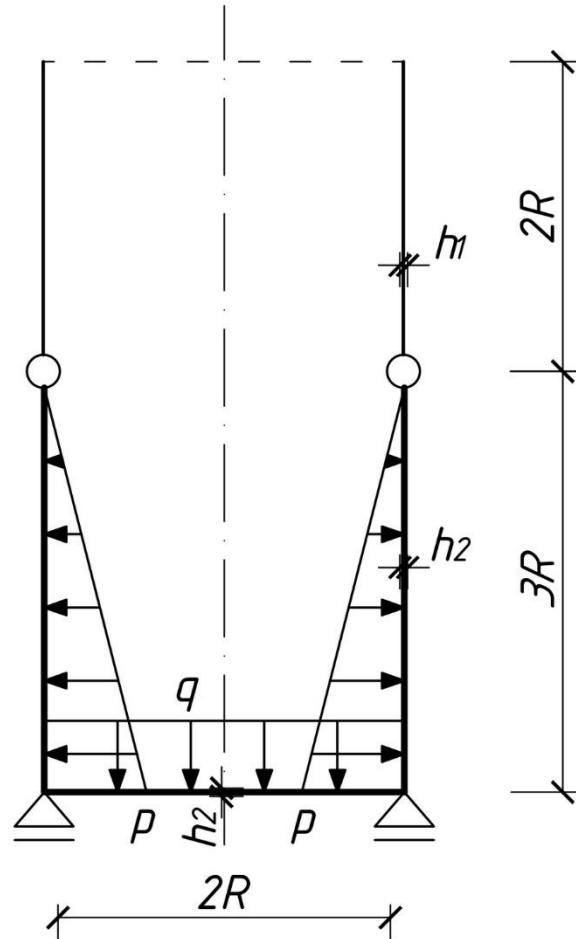
$$h_1=0,03R$$

$$h_2=0,05R$$

$$R=3 \text{ m}$$

$$p=2 \text{ kN/m}^2$$

$$q=1 \text{ kN/m}^2$$



2) Wielkości pomocnicze:

cg – indeks górny oznaczający powłokę górną

cd – indeks górny oznaczający powłokę dolną

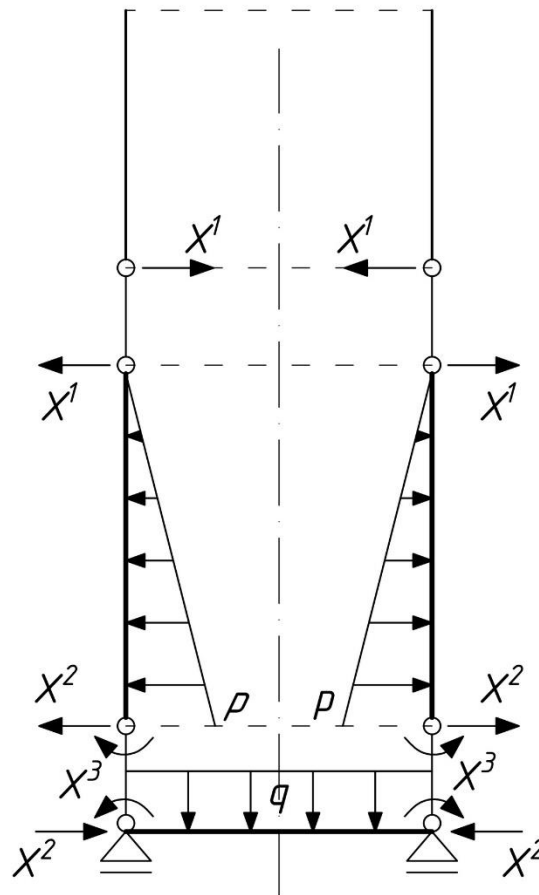
p – indeks górny oznaczający płytę

$$(\lambda_1)^4 = 3(1 - \nu^2) \left(\frac{R}{h_1}\right)^2 \quad (\lambda_2)^4 = 3(1 - \nu^2) \left(\frac{R}{h_2}\right)^2 = 1152$$

$$C_1 = \frac{Eh_1}{1 - \nu^2} \quad C_2 = \frac{Eh_2}{1 - \nu^2} = 4687500 \text{ kN/m}$$

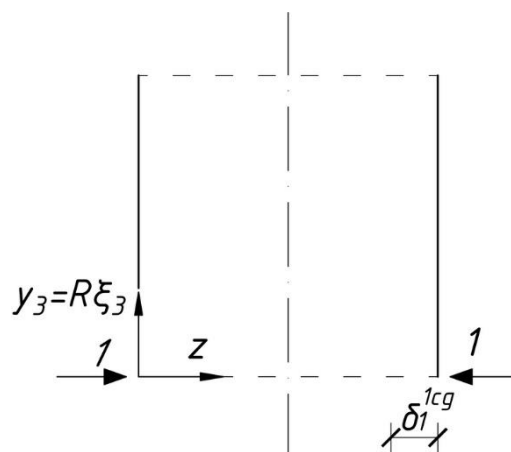
$$D_1 = \frac{Eh_1^3}{12(1 - \nu^2)} \quad D_2 = \frac{Eh_2^3}{12(1 - \nu^2)} = 8789,0625 \text{ kNm}$$

3) Układ zastępczy:



4) Powłoka górna

- Zaburzenie $X^1 = 1$



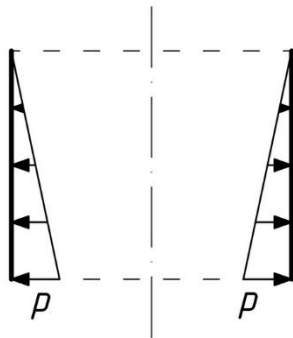
Podatność:

$$\delta_1^{1cg} = w(0) = \frac{2R\lambda_1}{Eh_1}$$

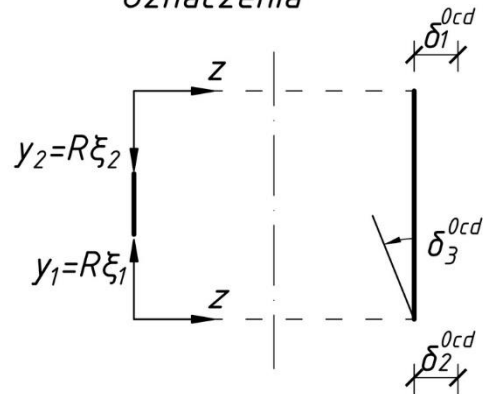
5) Powłoka dolna

- Stan „0” – bezmomentowy

Obciążenie



Oznaczenia



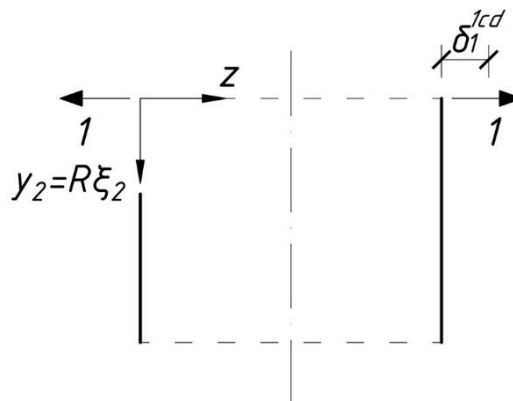
Podatności:

$$\delta_1^{0cd} = 0$$

$$\delta_2^{0cd} = \frac{pR^2}{Eh_2}$$

$$\delta_3^{0cd} = \frac{pR}{3Eh_2}$$

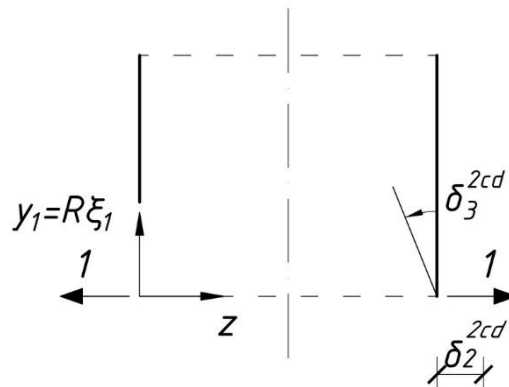
- Zaburzenie $X^1 = 1$



Podatność:

$$\delta_1^{1cd} = -w(0) = \frac{2R\lambda_2}{Eh_2}$$

- Zaburzenie $X^2 = 1$

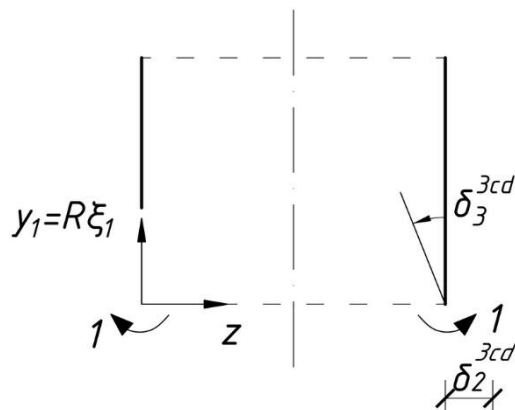


Podatności:

$$\delta_2^{2cd} = -w(0) = \frac{2R\lambda_2}{Eh_2}$$

$$\delta_3^{2cd} = \chi_2(0) = \frac{2\lambda_2^2}{Eh_2}$$

- Zaburzenie $X^3 = 1$



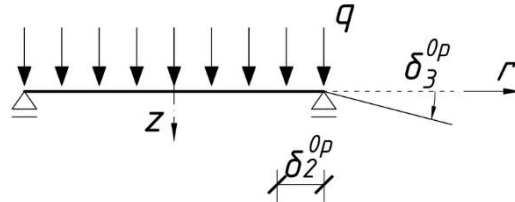
Podatności:

$$\delta_2^{3cd} = -w(0) = \frac{2\lambda_2^2}{Eh_2}$$

$$\delta_3^{3cd} = \chi_2(0) = \frac{4\lambda_2^3}{ERh_2}$$

6) Płyta górna

- Stan „0”



Podatności:

$$\delta_2^{0p} = 0$$

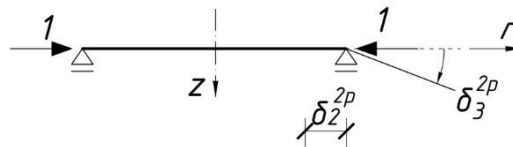
$$\delta_3^{0p} = -\frac{qR^3}{8D_2(1+\nu)}$$

$$\delta_3^{0cd} = \frac{pR}{3Eh_2}$$

Maksymalne ugięcie:

$$w^0(0) = \frac{1}{64} \frac{qR^4}{D_2} \frac{5+\nu}{1+\nu}$$

- Zaburzenie $X^2 = 1$



Podatności:

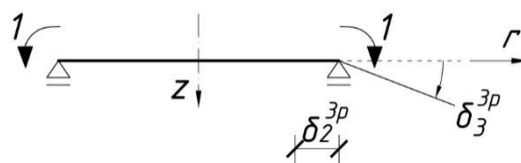
$$\delta_2^{2p} = \frac{R}{C_2(1+\nu)}$$

$$\delta_3^{2p} = 0$$

Maksymalne ugięcie:

$$w^2(0) = 0$$

- Zaburzenie $X^3 = 1$



Podatności:

$$\delta_2^{3p} = 0$$

$$\delta_3^{3p} = \frac{R}{D_2(1+\nu)}$$

Maksymalne ugięcie:

$$w^3(0) = -\frac{R^2}{2D_2(1+\nu)}$$

7) Znajdowanie nadliczbowych:

$$(\delta_1^{1cg} + \delta_1^{1cd})X^1 + \delta_1^{0cd} = 0$$

$$\begin{cases} (\delta_2^{2cd} + \delta_2^{2p})X^2 + (\delta_2^{3cd} + \delta_2^{3p})X^3 + (\delta_2^{0cd} + \delta_2^{0p}) = 0 \\ (\delta_3^{2cd} + \delta_3^{2p})X^2 + (\delta_3^{3cd} + \delta_3^{3p})X^3 + (\delta_3^{0cd} + \delta_3^{0p}) = 0 \end{cases}$$

$$\left(\frac{2R\lambda_1}{Eh_1} + \frac{2R\lambda_2}{Eh_2}\right)X^1 + 0 = 0 \quad \Rightarrow \quad X^1 = 0$$

$$\begin{cases} \left[\frac{2R\lambda_2}{Eh_2} + \frac{R}{C_2(1+\nu)}\right]X^2 + \left[\frac{2\lambda_2^2}{Eh_2} + 0\right]X^3 + \frac{pR^2}{Eh_2} + 0 = 0 \\ \left[\frac{2\lambda_2^2}{Eh_2} + 0\right]X^2 + \left[\frac{4\lambda_2^3}{ERh_2} + \frac{R}{D_2(1+\nu)}\right]X^3 + \frac{pR}{3Eh_2} - \frac{qR^3}{8D_2(1+\nu)} = 0 \end{cases}$$

$$X^2 \cong -2,364 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$X^3 \cong 1,036 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

8) Maksymalne ugięcie płyty:

$$w^p(0) = X^2 \cdot w^2(0) + X^3 \cdot w^3(0) + w^0(0) = 0 - X^3 \cdot \frac{R^2}{2D_2(1+\nu)} + \frac{1}{64} \frac{qR^4}{D_2} \frac{5+\nu}{1+\nu} \cong 0,018\text{cm}$$

Zadanie 2.

1) Dane:

Dane:

$$E = 205 \text{ GPa}$$

$$\nu = 0,3$$

$$G = 7885 \text{ kN/cm}^2$$

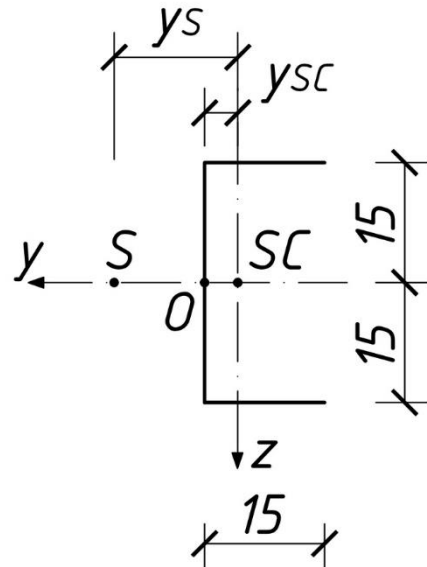
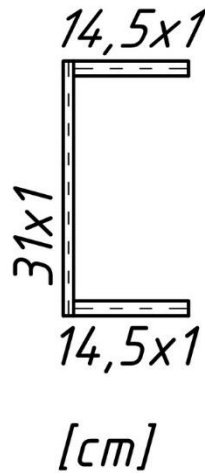
$$y_{SC} = 3,75 \text{ cm}$$

$$y_S = 9,37 \text{ cm}$$

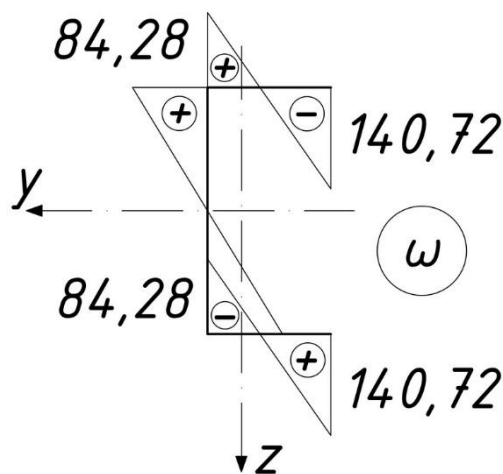
$$A = 60 \text{ cm}^2$$

$$I_y = 9010 \text{ cm}^4$$

$$I_z = 1410,625 \text{ cm}^4$$



2) Współrzędne wycinkowe



Wartości:

$$15 \cdot 5,62 = 84,28 \text{ cm}^2$$

$$15 \cdot 5,62 - 15 \cdot 15 = -140,72 \text{ cm}^2$$

3) Momenty bezwładności

Na podstawie mnożenia wykresu współrzędnej wycinkowej mamy:

$$I_\omega = 2 \cdot 1 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 84,28 \cdot 15 \cdot \frac{2}{3} \cdot 84,28 + \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 84,28 \cdot \frac{2}{3} \cdot 84,28 + \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 140,72 \cdot \frac{2}{3} \cdot 140,72 \right]$$

$$= 340083,552 \text{ cm}^6$$

Moment bezwładności przy skręcaniu swobodnym (wzór przybliżony):

$$I_s \cong \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 b_i \cdot g_i^3 = \frac{1}{3} \cdot [31 \cdot 1^3 + 2 \cdot 14,5 \cdot 1^3] = 20 \text{ cm}^4$$

4) Wielkości pomocnicze

$$E_1 = \frac{E}{1 - \nu^2} = 22527 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$(r_0)^2 = \frac{I_y + I_z}{A} + (z_s)^2 + (y_s)^2 = \frac{9010 + 1410,625}{60} + 0 + (9,37)^2 = 261,47 \text{ cm}^2$$

$$\beta_z = \left(\frac{z_s}{r_0}\right)^2 = 0 \quad \beta_y = \left(\frac{y_s}{r_0}\right)^2 = 0,336$$

$$P_z = \frac{\pi^2 E_1 I_z}{l^2} = 3484,75 \text{ kN}$$

$$P_y = \frac{\pi^2 E_1 I_y}{l^2} = 22257,96 \text{ kN}$$

$$P_s = \frac{1}{(r_0)^2} \left(G I_s + \frac{E_1 I_\omega \pi^2}{l^2} \right) = 3816,23 \text{ kN}$$

5) Siła krytyczna

Wyznacznik macierzy układu równań ma w tym przypadku postać:

$$\det \mathbf{A} = (P - P_z) [(1 - \beta_y) P^2 - (P_s + P_y) P + P_s P_y] (r_0)^2 = 0$$

Stąd można znaleźć pierwiastki równania:

$$P_z = 3484,75 \text{ kN}$$

$$P_1 = \frac{P_y + P_s - \sqrt{\Delta}}{2(1 - \beta_y)} = 3584,97 \text{ kN}$$

$$P_2 = \frac{P_y + P_s + \sqrt{\Delta}}{2(1 - \beta_y)} = 35683,39 \text{ kN}$$

gdzie:

$$\Delta = (P_y + P_s)^2 - 4(1 - \beta_y) P_y P_s = 454258774,3 \text{ kN}^2$$

Stąd siła krytyczna odpowiada wyboczeniu giętnemu względem osi z:

$$P_{kr} = \min(P_z, P_1, P_2) = P_z = 3484,75 \text{ kN}$$