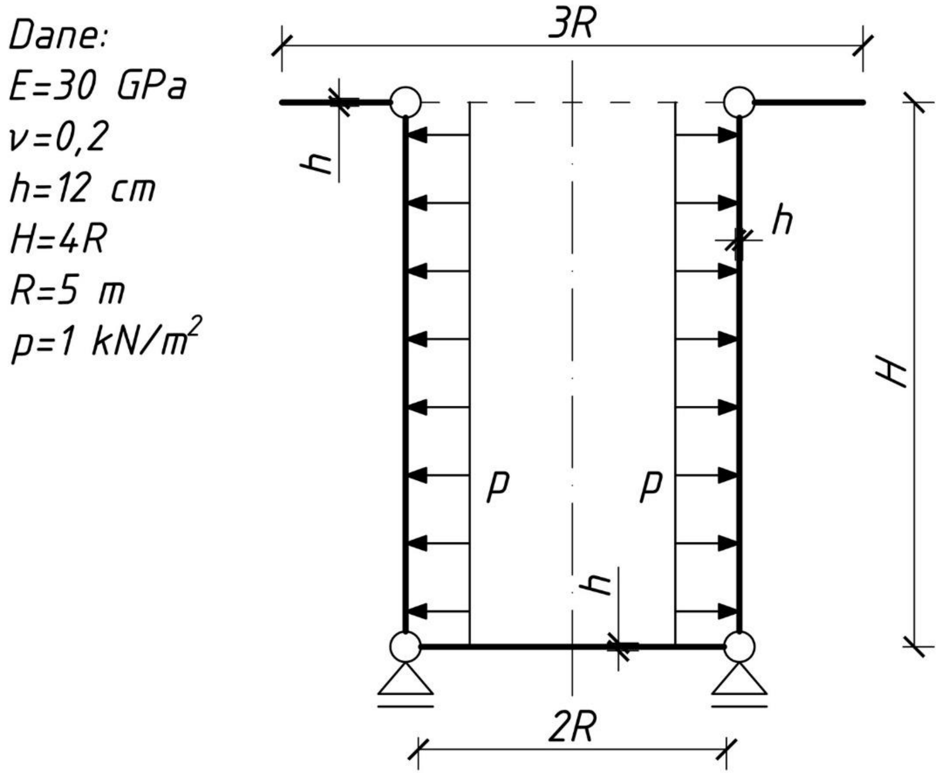
Egzamin z Mechaniki Konstrukcji 3 (KB) – studia magisterskie stacjonarne – 22.06.2020

NAZWISKO Imię			
Nr albumu		Ocena z ćwiczeń projektowych	
Ocena – zadanie 1.	Ocena – zadanie 2.	Ocena z egzaminu po ustnym	
		Ocena łączna, data, podpis	

Zadanie 1.

W zbiorniku pokazanym na rysunku wyznaczyć funkcje opisujące:
- momenty zginające w powłoce (M_1, M_2)
- przemieszczenie w powłoce (w)
- siły w płycie dennej (N_1, N_2)

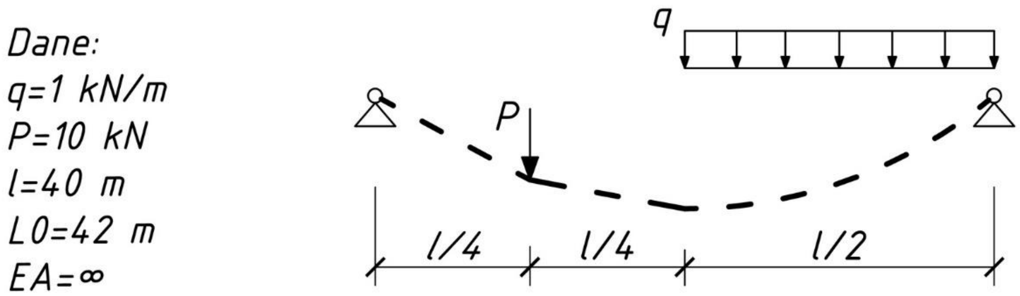


Egzamin z Mechaniki Konstrukcji 3 (KB) – studia magisterskie stacjonarne – 22.06.2020

NAZWISKO Imię	
Nr albumu	

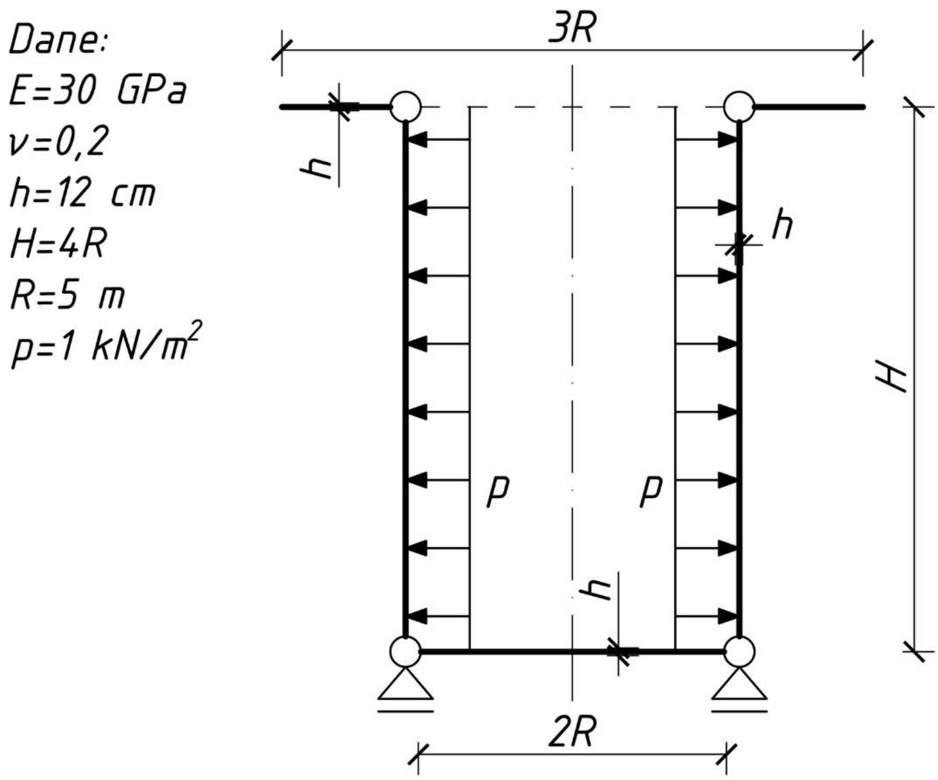
Zadanie 2.

W pokazanym na rysunku cięgnie znaleźć wartość siły naciągu *H*. Obciążenie *q* działa na jednostkę rzutu poziomego, podpory są na tych samych wysokościach, zakłada się mały zwis cięgna.



Zadanie 1.

1) Dane:



2) Wielkości pomocnicze:

pg – indeks górny oznaczający płytę górną

pd – indeks górny oznaczający płytę denną

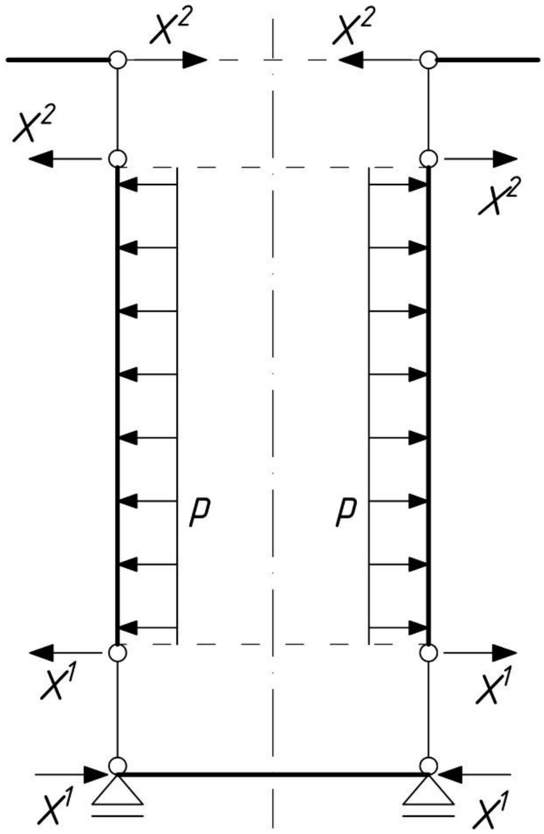
c – indeks górny oznaczający powłokę

$$\lambda^4 = 3(1-\nu^2)\left(\frac{R}{h}\right)^2$$

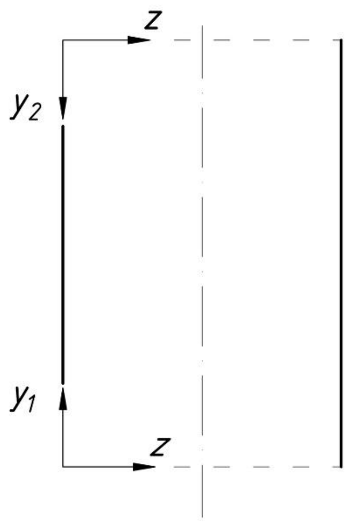
$$C = \frac{Eh}{1-\nu^2}$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

3) Układ zastępczy:



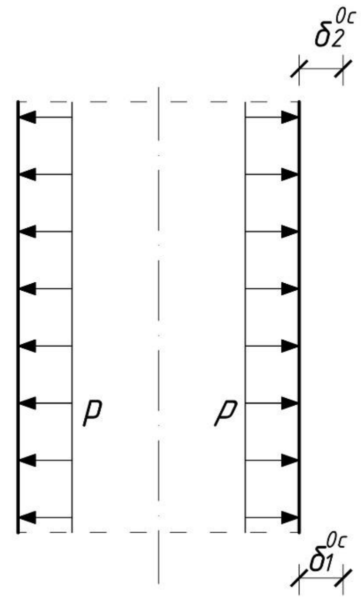
Oznaczenia układów współrzędnych:



$y_1 = R\xi_1 \qquad y_2 = R\xi_2 \qquad \xi_2 = \frac{H}{R} - \xi_1 = 4 - \xi_1$

4) Powłoka

- Stan „0" – bezmomentowy



Podatności:

$$\delta_1^{0c} = \frac{pR^2}{Eh}$$

$$\delta_2^{0c} = \frac{pR^2}{Eh}$$

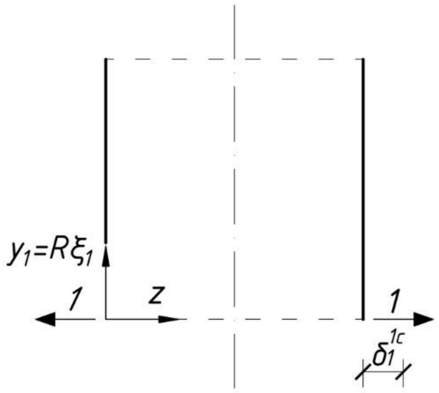
Momenty:

$$\mathrm{M}_1^{0c} = \mathrm{M}_2^{0c} = 0$$

Przemieszczenie:

$$w^{0c} = -\frac{\mathrm{pR}^2}{\mathrm{Eh}}$$

- Zaburzenie $X^1 = 1$



Podatność:

$$\delta_1^{1c} = -w(0) = \frac{2R\lambda}{Eh}$$

Momenty:

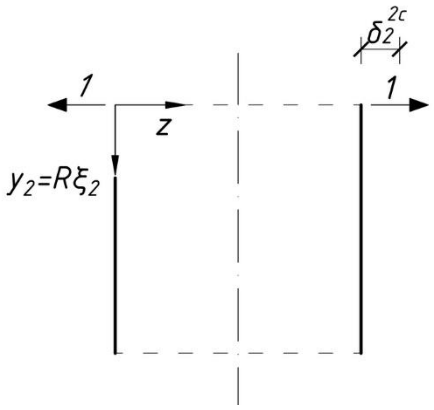
$$\mathrm{M}_1^{1c} = \nu M_2^{1c}$$

$$\mathrm{M}_2^{1c} = \frac{R}{\lambda}\mathrm{e}^{-\lambda\xi_1}\sin(\lambda\xi_1)$$

Przemieszczenie:

$$w^{1c} = -\frac{2R\lambda}{Eh}e^{-\lambda\xi_1}\cos(\lambda\xi_1)$$

- Zaburzenie $X^2 = 1$



Podatność:

$$\delta_2^{2c} = -w(0) = \frac{2R\lambda}{Eh}$$

Momenty:

$$M_1^{2c} = \nu M_2^{2c}$$

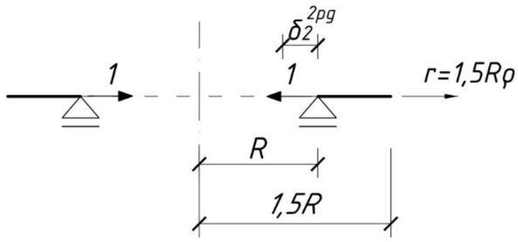
$$M_2^{2c} = \frac{R}{\lambda}\mathrm{e}^{-\lambda\xi_2}\sin(\lambda\xi_2)$$

Przemieszczenie:

$$w^{2c} = -\frac{2R\lambda}{\mathrm{Eh}}e^{-\lambda\xi_2}\cos(\lambda\xi_2)$$

5) Płyta górna

- Zaburzenie $X^2 = 1$

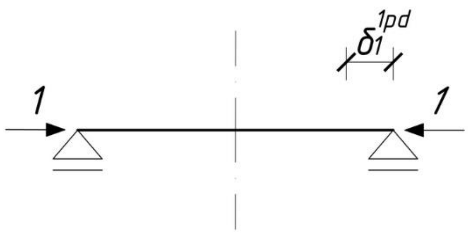


Podatność:

$$\delta_2^{2pg} = -u(\alpha) = \frac{1{,}5R\alpha[\alpha^2(1-\nu)+1+\nu]}{C(1-\nu^2)(1-\alpha^2)} \qquad \text{gdzie:} \quad \alpha = \frac{R}{1{,}5R} = \frac{2}{3}$$

6) Płyta denna

- Zaburzenie $X^1 = 1$



Podatność:

$$\delta_1^{1pd} = \frac{R}{C(1+\nu)}$$

Siły:

$$N_1^{\mathrm{1pd}} = -1$$

$$N_2^{\mathrm{1pd}} = -1$$

7) Znajdowanie nadliczbowych:

$$\begin{cases} (\delta_1^{1c} + \delta_1^{1pd})X^1 + \delta_1^{0c} = 0 \\ (\delta_2^{2c} + \delta_2^{2pg})X^2 + \delta_2^{0c} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\frac{2R\lambda}{Eh} + \frac{R}{C(1+\nu)}\right]X^1 + \frac{pR^2}{Eh} = 0 \\ \left\{\frac{2R\lambda}{Eh} + \frac{1{,}5R\alpha[\alpha^2(1-\nu)+1+\nu]}{C(1-\nu^2)(1-\alpha^2)}\right\}X^2 + \frac{pR^2}{Eh} = 0 \end{cases}$$

$$X^1 \cong -0{,}284\,\frac{kN}{m}$$

$$X^2 \cong -0{,}255\,\frac{kN}{m}$$

8) Momenty zginające w powłoce:

$$M_1^c(\xi_1) = X^1 \cdot M_1^{1c} + X^2 \cdot M_1^{2c} + M_1^{0c}$$
$$= X^1 \cdot \frac{\nu R}{\lambda} e^{-\lambda \xi_1} \sin(\lambda \xi_1) + X^2 \cdot \frac{\nu R}{\lambda} e^{-\lambda(4-\xi_1)} \sin[\lambda(4-\xi_1)]$$

$$M_2^c(\xi_1) = X^1 \cdot M_2^{1c} + X^2 \cdot M_2^{2c} + M_2^{0c} = X^1 \cdot \frac{R}{\lambda} e^{-\lambda \xi_1} \sin(\lambda \xi_1) + X^2 \cdot \frac{R}{\lambda} e^{-\lambda(4-\xi_1)} \sin[\lambda(4-\xi_1)]$$

9) Przemieszczenia w powłoce:

$$w^c(\xi_1) = X^1 \cdot w^{1c} + X^2 \cdot w^{2c} + w^{0c}$$
$$= -X^1 \cdot \frac{2R\lambda}{Eh} e^{-\lambda \xi_1} \cos(\lambda \xi_1) - X^2 \cdot \frac{2R\lambda}{Eh} e^{-\lambda(4-\xi_1)} \cos[\lambda(4-\xi_1)]$$

10) Siły w płycie dennej:

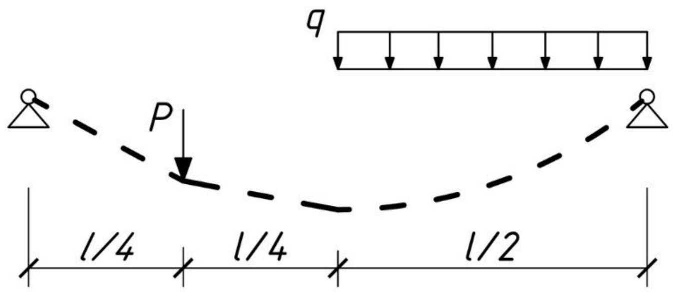
$$N_1^{pd} = X^1 \cdot N_1^{1pd} = -X^1$$

$$N_2^{pd} = X^1 \cdot N_2^{1pd} = -X^1$$

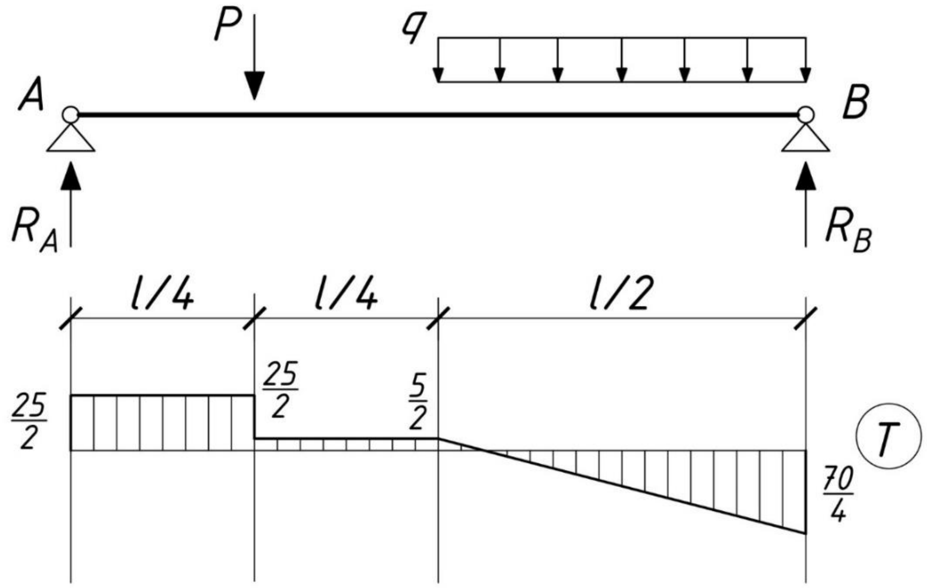
Zadanie 2.

1) Dane:

Dane:
q=1 kN/m
P=10 kN
l=40 m
L0=42 m
EA=∞



2) Zastępcza belka swobodnie podparta



Obliczanie reakcji:

ΣM_A: $\quad P\cdot\frac{l}{4}+q\cdot\frac{l}{2}\cdot\frac{3}{4}l-R_B\cdot l=0 \quad\Rightarrow\quad \mathrm{R_B}=\frac{P}{4}+\frac{3}{8}ql=\frac{70}{4}$

ΣFz: $\quad R_A+R_B-P-q\cdot\frac{l}{2}=0 \quad\Rightarrow\quad \mathrm{R_A}=\frac{3}{4}P+\frac{ql}{8}=\frac{25}{2}$

3) Znajdowanie siły naciągu:

Wzory dla cięgna nierozciągliwego o małym zwisie:

$$\mathrm{H}=Q\sqrt{\frac{\lambda_0}{2(1-\lambda_0)}} \qquad \text{gdzie: } \lambda_0=\frac{l}{L_0}=\frac{20}{21}$$

Wielkość Q^2 jest zdefiniowana następująco:

$$\mathrm{Q}^2 = \int_0^1 T^2(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$= \frac{25}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{25}{2} + \frac{5}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{5}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{5}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{2} - \frac{1}{3}\cdot\frac{70}{4}\right) + \frac{1}{2}\cdot\frac{70}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{70}{4} - \frac{1}{3}\cdot\frac{5}{2}\right) = \frac{1025}{12}\ \mathrm{kN}^2$$

$$Q = \sqrt{\frac{1025}{12}} = \frac{5}{2}\sqrt{\frac{41}{3}} \cong 9{,}242\ \mathrm{kN}$$

$$H = \frac{5}{2}\sqrt{\frac{41}{3}}\cdot\sqrt{\frac{\frac{20}{21}}{2\left(1 - \frac{20}{21}\right)}} \cong 29{,}226\ \mathrm{kN}$$