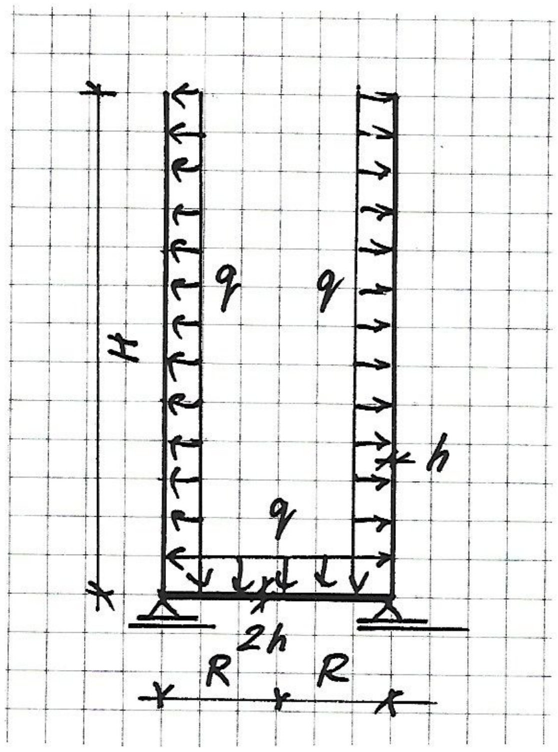
EGZAMIN MK (MK 3) KB studia mgr stacj. dnia 17 VI 2019 r.

| NAZWISKO Imię | | |
|---|---|---|
| Nr albumu | | Ocena z ćwiczeń projektowych |
| ocena zadania 1 | ocena zadania 2 | Ocena z egzaminu po egzaminie ustnym |
| | | Ocena łączna, data, podpis |

**Zadanie 1.**

Dany jest wysoki zbiornik walcowy z kołową płytą denną obciążony jak na rysunku. Wyznaczyć momenty zginające w płycie dennej i powłoce
Dane: $E$=30GPa,
współczynnik Poissona =0.2.
$h=R/12$; $H=4.33R$.

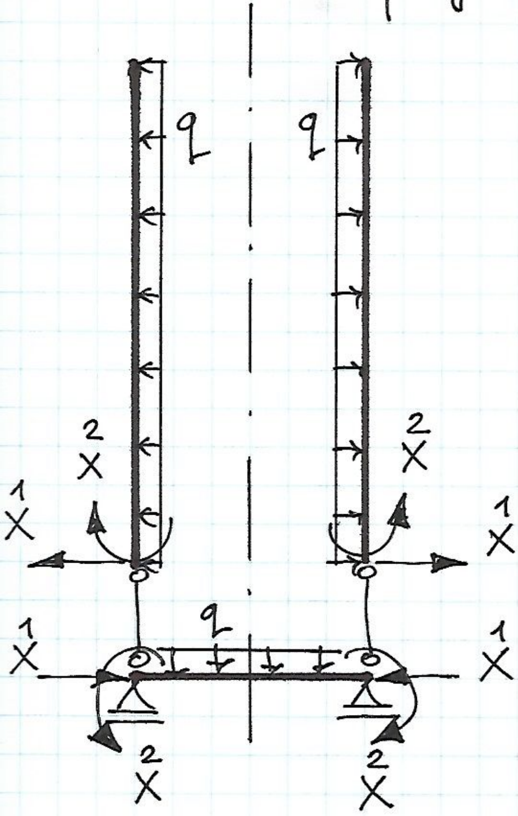



**Zadanie 2.**

Znaleźć wartość momentu zginającego wywołującego zwichrzenie pręta cienkościennego o przekroju dwuteowym bisymetrycznym, podpartego widełkowo, obciążonego na obu końcach momentami zginającymi o wektorach w kierunku osi y lub przeciwnie do osi y. Długość pręta l=120 cm.
Pozostałe dane:
Moduł Younga: E=205 GPa, współczynnik Poissona =0.3,
$J_y$=171 cm$^4$
$J_z$=12.2 cm$^4$
$J_s$=1.72 cm$^4$
$J_\omega$=265 cm$^6$
A=10.6 cm$^2$

# Zadanie 1

Schemat zastępczy




Wartości $\overset{1}{X}, \overset{2}{X}$ obliczymy z układu

$$\begin{cases} \delta_{11}\overset{1}{X} + \delta_{12}\overset{2}{X} + \delta_{10} = 0 \\ \delta_{21}\overset{1}{X} + \delta_{22}\overset{2}{X} + \delta_{20} = 0 \end{cases}$$

przy czym $\delta_{ij} = \alpha_{ij} + \beta_{ij}$ $\quad i,j = 1,2$

$\delta_{i0} = \alpha_{i0} + \beta_{i0}$

wg schematu poniżej

Oznaczenia: c – powłoka cylindryczna
p – płyta

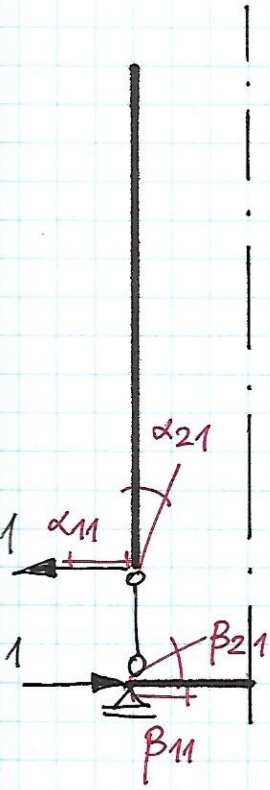
$$\lambda^4 = \frac{3(1-\nu^2)R^2}{h^2} \rightarrow \lambda = 4{,}513$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \; ; \; D_c = D \; ; \; D_p = 8D$$

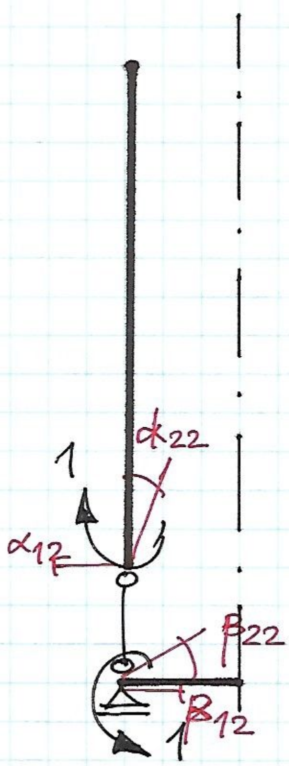
$$C = \frac{Eh}{1-\nu^2} \; ; \; C_c = C \; ; \; C_p = 2C$$

---

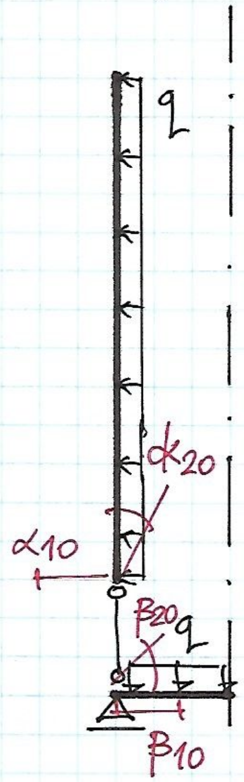
$\overset{1}{X} = 1$




$\overset{2}{X} = 1$

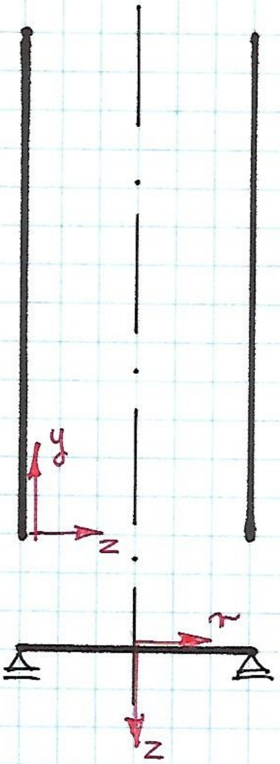



"0"




$\beta_{21} = \beta_{12} = \beta_{10} = 0$ (stany tarczowy i płytowy są rozprzężone)

$\alpha_{20} = 0$ (charakter obc. q działającego na płaszcz) układy współrzędnych i formuły




powłoka: $\xi = \frac{y}{R}$

$$w(\xi) = e^{-\lambda\xi}\left[A_1\cos(\lambda\xi) + A_2\sin(\lambda\xi)\right] + \mathring{w}(\xi)$$

$$\chi_2(\xi) = \frac{1}{R} w'(\xi)$$

$$Q_2(\xi) = -\frac{D_c}{R^3} w'''(\xi)$$

$$M_2(\xi) = -\frac{D_c}{R^2} w''(\xi) \qquad M_1(\xi) = \nu M_2(\xi)$$

płyta:

$$u(\rho) = B_1\rho$$

$$N_2(\rho) = \frac{C_p(1+\nu)}{R} u'(\rho)$$

$$w(\rho) = F_1 + F_2\rho^2 + \mathring{w}(\rho)$$

$$\varphi(\rho) = \frac{1}{R} w'(\rho)$$

$$M_1(\rho) = -\frac{D_p}{R^2}\left(w'(\rho) + \nu w''(\rho)\right)$$

$$M_2(\rho) = -\frac{D_p}{R^2}\left(\nu w'(\rho) + w''(\rho)\right)$$

Uwaga: Funkcje $w$, $\mathring{w}$, $M_1$, $M_2$ są osobno definiowane w zadaniu powłoki i płyty.

---

Obliczenie $\alpha_{11}$, $\alpha_{21}$, $\beta_{11}$ (stan $\overset{1}{X}=1$, $\overset{2}{X}$ – nie działa, $q$ – nie działa)

powłoka:

$\alpha_{11} = -w(0)$

$\alpha_{21} = \chi_2(0)$

stałe $A_1, A_2$ obliczamy z układu

$$\begin{cases} Q_2(0) = 1 \\ M_2(0) = 0 \end{cases} \quad (\text{przy założeniu } \mathring{w} = 0)$$

opisującego warunki brzegowe w stanie $\overset{1}{X}=1$

płyta:

$\beta_{11} = -u(1)$

$\beta_{21} = 0$

Stałą $B_1$ obliczamy z równania

$N_2(1) = -1$

opisującego warunek brzegowy w stanie $\overset{1}{X} = 1$.

Ostatecznie dostajemy:

$$\alpha_{11} = \frac{2R\lambda}{Eh} = 0{,}361 \cdot 10^{-5} \left[\frac{1}{kN}\right]$$

$$\beta_{11} = \frac{R(1-\nu)}{2Eh} = 0{,}16 \cdot 10^{-6} \left[\frac{1}{kN}\right]$$

$$\alpha_{21} = \frac{2\lambda^2}{Eh} = \frac{1}{R} \cdot 0{,}163 \cdot 10^{-4} \left[\frac{1}{kN \cdot m}\right]$$

$$\beta_{21} = 0$$

---

Obliczenie $\alpha_{22}, \beta_{22}$ (stan $\overset{2}{X} = 1$, $\overset{1}{X}$ – nie działa, $q$ – nie działa)

powłoka:

$\alpha_{12} = \alpha_{21}$

$\alpha_{22} = \chi_2(0)$

Stałe $A_1, A_2$ obliczamy z układu

$$\begin{cases} Q_2(0) = 0 \\ M_2(0) = 1 \end{cases} \quad (\text{przy założeniu } \mathring{w} = 0)$$

opisującego war. brzegowe w stanie $\overset{2}{X} = 1$.

płyta:

$\beta_{12} = \beta_{21}$

$\beta_{22} = \varphi(1)$

Stałe $F_1, F_2$ obliczamy z układu

$$\begin{cases} M_2(1) = -1 \\ w(1) = 0 \end{cases} \quad (\text{przy założeniu } \mathring{w} = 0)$$

opisującego war. brzegowe w stanie $\overset{2}{X} = 1$.

Ostatecznie dostajemy:

$$\alpha_{22} = \frac{4\lambda^3}{EhR} = \frac{1}{R^2} \cdot 0{,}147 \cdot 10^{-3} \left[\frac{1}{kN}\right]$$

$$\beta_{22} = \frac{12R(1-\nu^2)}{8Eh^3} = \frac{1}{R^2} \cdot 0{,}829 \cdot 10^{-4} \left[\frac{1}{kN}\right]$$

$\alpha_{12}, \beta_{12}$ są równe co do wartości z wcześniej obliczonymi $\alpha_{21}, \beta_{21}$, ale jednostką miary jest $\left[\frac{m}{kN}\right]$.

Obliczenie $\alpha_{10}$, $\beta_{20}$ (stan "0": $q$ - działa, $\overset{1}{X}$ - nie działa, $\overset{2}{X}$ - nie działa)

powłoka:

$$\overset{\circ}{w}(\xi) = -\frac{qR^2}{Eh} \qquad A_1 = A_2 = 0$$

$$\alpha_{10} = -w(0)$$

$$\alpha_{20} = 0$$

płyta (stan tarczowy):

$$\beta_{10} = 0$$

płyta (stan zgięciowy):

$$\overset{\circ}{w}(\rho) = \frac{qR^4}{64 D_p}\left(\rho^4 - 2\,\frac{3+\nu}{1+\nu}\rho^2 + \frac{5+\nu}{1+\nu}\right)$$

$$F_1 = F_2 = 0$$

$$\beta_{20} = \varphi(1)$$

Ostatecznie otrzymujemy:

$$\alpha_{10} = \frac{qR^2}{Eh} = 0{,}4\cdot 10^{-6}\, qR \quad \left[\frac{1}{m}\right]$$

$$\beta_{20} = -\frac{3}{16}\,\frac{(1-\nu)qR^3}{Eh^3} = -0{,}864\cdot 10^{-5}\, q \quad [-]$$

---

$$\overset{1}{X} = -0{,}387\, qR \qquad \overset{2}{X} = 0{,}065\, qR$$

Obliczenie $M_1$, $M_2$ w powłoce:

- wyznaczamy stałe $A_1$, $A_2$ z układu

$$\begin{cases} Q_2(0) = \overset{1}{X} \\ M_2(0) = \overset{2}{X} \end{cases}$$ przy założeniu $\overset{\circ}{w}(\xi) =$ jak w stanie "0"

- korzystamy z wzorów podanych w części "układy współrzędnych i formuły"

Obliczenie $M_1, M_2$ w płycie:

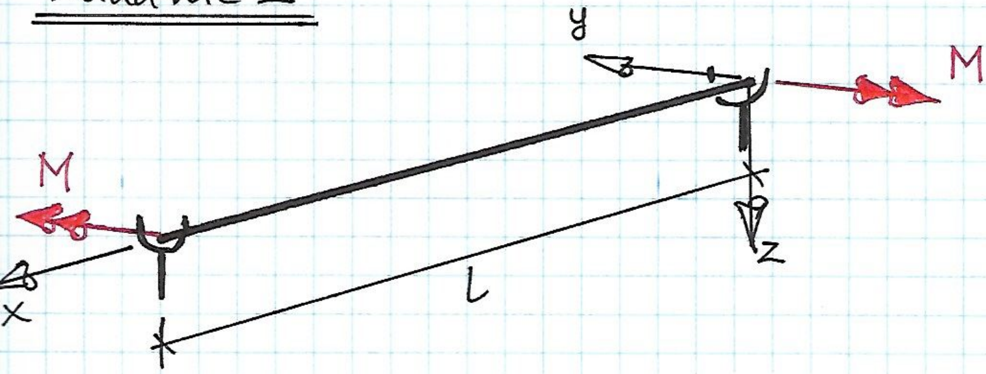
- wyznaczamy stałe $F_1, F_2$ z układu

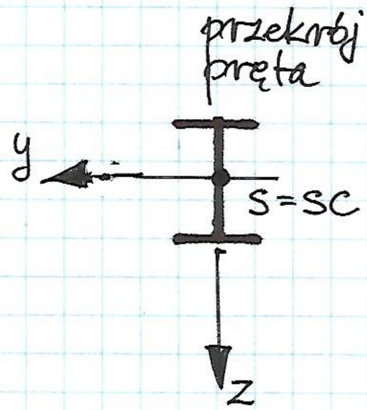
$$\begin{cases} M_2(1) = -\overset{2}{X} \\ w(1) = 0 \end{cases}$$ przy założeniu $\mathring{w}(\xi)$ jak w stanie "b".

- korzystamy z wzorów podanych w części "układy współrzędnych i formuły"

---

## Zadanie 2




$$E_1 = \frac{E}{1-\nu^2} = 2{,}253 \cdot 10^{11} \left[\frac{N}{m^2}\right]$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 7{,}885 \cdot 10^{10} \left[\frac{N}{m^2}\right]$$

$$L = 1{,}2 \ [m]$$

Pozostałe charakterystyki: $J_z = 12{,}2 \cdot 10^{-8} \ [m^4]$

$J_s = 1{,}72 \cdot 10^{-8} \ [m^4]$

$J_\omega = 2{,}65 \cdot 10^{-10} \ [m^6]$

$$M_{kr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{(GJ_s)(E_1 J_z)\left(1 + \frac{\pi^2}{L^2} \frac{E_1 J_\omega}{G J_s}\right)}$$

$$= 18235 \ [Nm]$$

opracował
G. Dzierżanowski