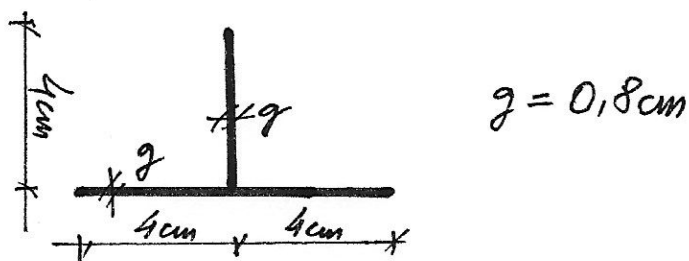


NAZWISKO Imię		
Nr albumu		Ocena z ćwiczeń projektowych
ocena zadania 1	ocena zadania 2	Ocena z egzaminu po ustnym
		Ocena łączna, data, podpis

Zadanie 1.

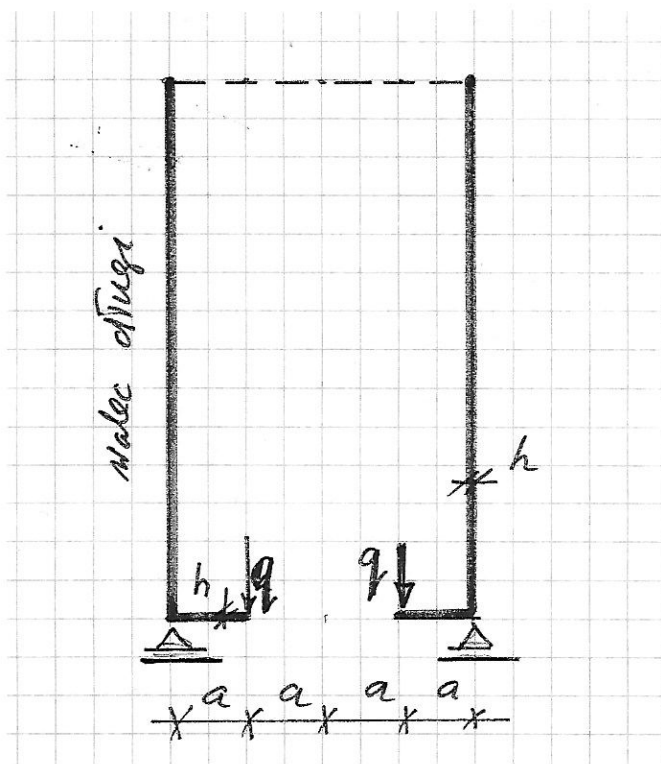
Rozważamy pręt podparty widełkowo o długości $l = 2,5$ m, profilu teowym jak na rysunku. Przyjąć $E = 210$ GPa, współczynnik Poissona $= 0.3$. Znaleźć wartość siły krytycznej ściskającej przyłożonej w środku ciężkości pręta na obu jego końcach.

(Consider a fork-supported bar of length $l = 2.5$ m of T section, cf. the figure. Assume: $E = 210$ GPa, the Poisson ratio $= 0.3$. Compute the critical axial force compressing the bar applied at the centre of gravity of the section.)

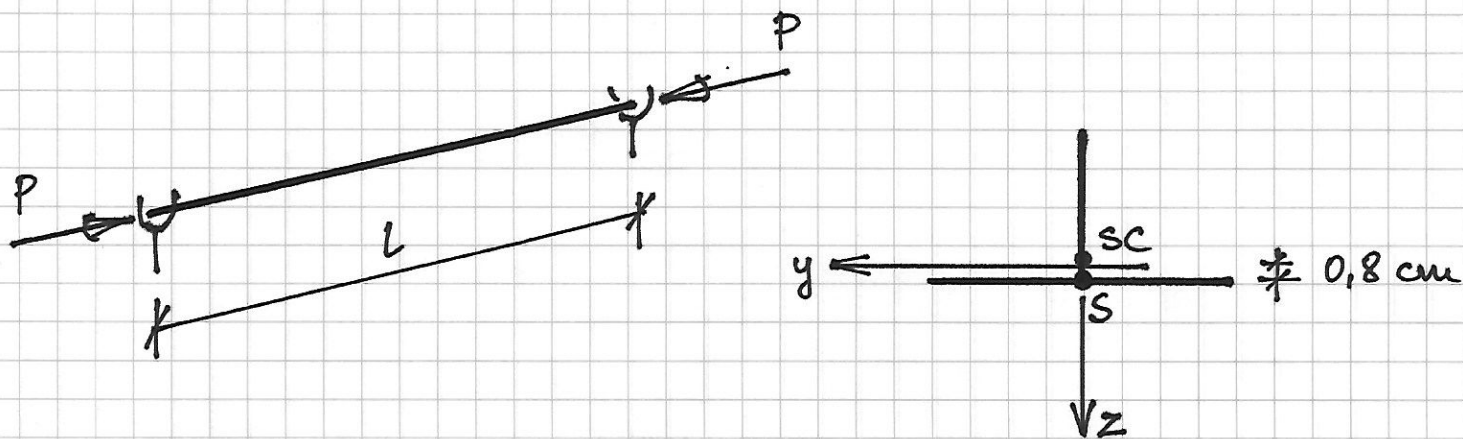
**Zadanie 2.**

Możliwie dokładnie omówić kolejne kroki analizy statycznej wysokiej powłoki walcowej współpracującej z płytą pierścieniową, obciążoną jak na rysunku.

(Outline the subsequent steps of the statical analysis of the cylindrical (long) shell stiffened by the annular plate, loaded as shown in the figure.)



Zadanie 1



1) Obliczamy charakterystyki geometryczne

$$A = 9,6 \text{ cm}^2 \quad z_s = 0,8 \text{ cm}$$

$$J_y = 16,9 \text{ cm}^4$$

$$J_z = 34,3 \text{ cm}^4 \quad J_w = 0$$

$$J_s = 2,05 \text{ cm}^4$$

2) Obliczamy inne wielkości

$$(\tau_0)^2 = 5,97 \text{ cm}^2$$

$$\beta_z = 0,11$$

3) Obliczamy moduły sprężystości

$$E_1 = 23077 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad G = 8077 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

4) Obliczamy wartości sił

$$P_z = 125 \text{ kN}$$

$$P_y = 61,6 \text{ kN}$$

$$P_s = 2769 \text{ kN}$$

5) Obliczamy wartości siły krytycznej

$$A(P) = \begin{bmatrix} P - P_z & 0 & z_s P \\ 0 & P - P_y & 0 \\ z_s P & 0 & (\tau_0)^2 (P - P_s) \end{bmatrix}; \quad \det(A(P)) = 0 \rightarrow P_{kr}$$

$$P_1 = 124 \text{ kN}$$

$$P_2 = 3117 \text{ kN}$$

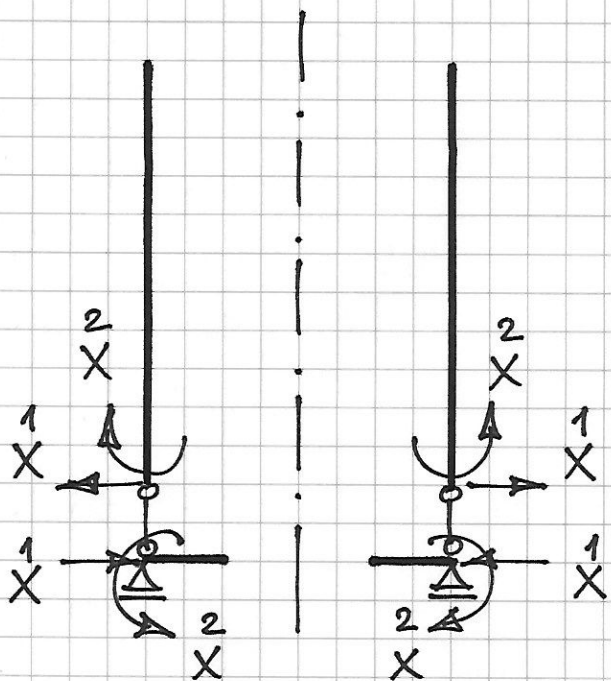
$$\det(A(P)) = (P - P_1)(P - P_2)(P - P_y)$$

Zatem: $P_{kr} = P_y$.

Opracował
G. Dziekanowski

Zadanie 2

Definiujemy zaburzenia brzegowe:

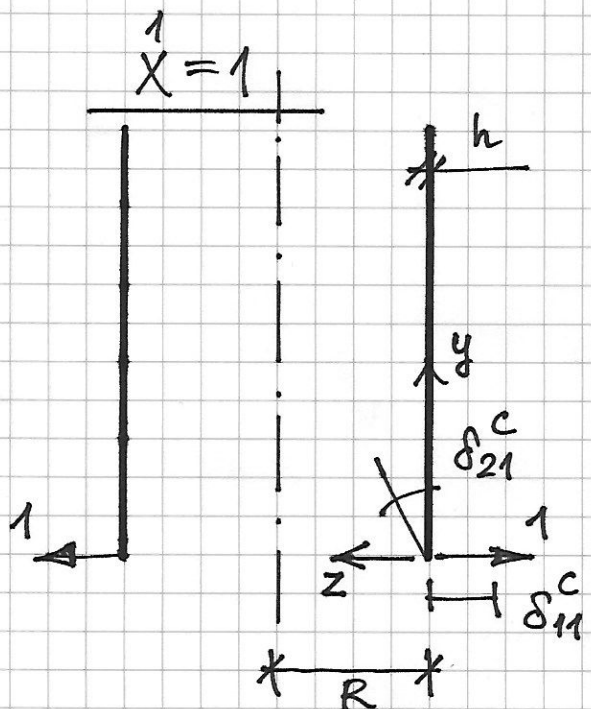


Należy wyznaczyć X^1, X^2
z równań

$$\begin{cases} \delta_{11} X^1 + \delta_{12} X^2 + \delta_{10} = 0 \\ \delta_{21} X^1 + \delta_{22} X^2 + \delta_{20} = 0 \end{cases}$$

Wartości δ_{ij}, δ_{i0} obliczamy
metodą superpozycji przemieszczeń
płaszcza i dna zbiornika

(A) PŁASZCZ ZBIORNIKA



$$R = 2a \quad \xi = \frac{y}{R}$$

$w = w(\xi)$ - ugięcie płaszcza

$\chi_2 = \chi_2(\xi)$ - kąt obrotu

$$\chi_2(\xi) = \frac{1}{R} \frac{dw}{d\xi}(\xi)$$

$M_2 = M_2(\xi)$ - moment zginający

$Q_2 = Q_2(\xi)$ - siła poprzeczna

$$M_2(\xi) = -\frac{D}{R^2} \frac{d^2 w}{d\xi^2}(\xi)$$

$$Q_2(\xi) = -\frac{D}{R^2} \frac{d^3 w}{d\xi^3}(\xi)$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

$$w(\xi) = e^{\lambda \xi} [A_1 \cos(\lambda \xi) + A_2 \sin(\lambda \xi)] + e^{-\lambda \xi} [A_3 \cos(\lambda \xi) + A_4 \sin(\lambda \xi)]$$

$$\lambda = 12(1-\nu^2) \left(\frac{R}{h}\right)^2$$

Stale $A_1 \div A_4$ wyznaczamy z warunków brzegowych na dolnej krawędzi płaszcza przy założeniu dużej wysokości powłoki. Dzięki temu założeniu mamy:

$$w(\xi) = e^{-\lambda \xi} [A_3 \cos(\lambda \xi) + A_4 \sin(\lambda \xi)]$$

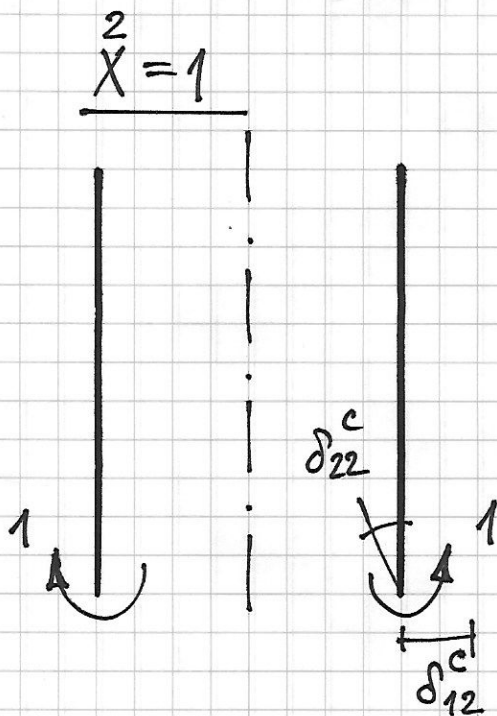
warunki brzegowe:

$$M_2(0) = 0$$

$$Q_2(0) = 1$$

Po obliczeniu stałych A_3, A_4 korzystamy ze związków

$$\delta_{11}^c = -w(0) \quad , \quad \delta_{21}^c = \chi_2(0)$$



Postępujemy podobnie do przypadku $X=1$ i dochodzimy do warunków brzegowych:

$$M_2(0) = 1$$

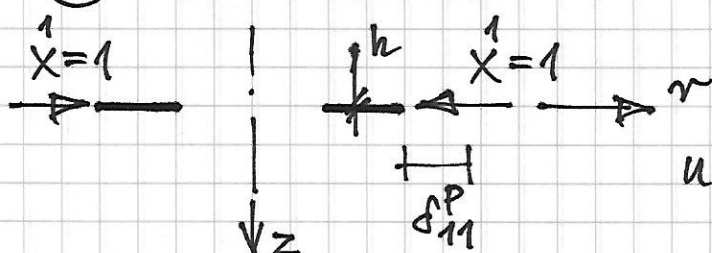
$$Q_2(0) = 0$$

Następnie obliczamy

$$\delta_{12}^c = \delta_{21}^c$$

$$\delta_{22}^c = \chi_2(0)$$

(B) DNO ZBIORNIKA — STAN TARCZOWY



$u = u(r)$ — funkcja przemieszczeń w płaszczyźnie dna

$$u(r) = A_1 r + \frac{A_2}{r}$$

Warunki brzegowe:

$$N_2(a) = 0$$

$$N_2(2a) = -1$$

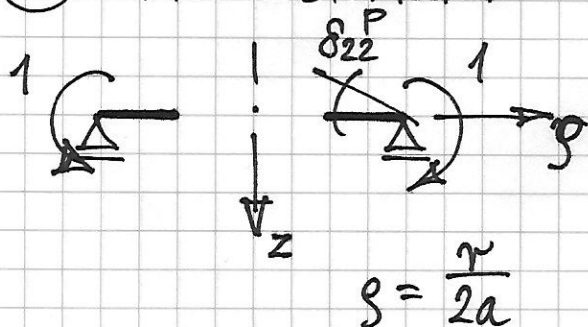
$N_2 = N_2(r)$ — siła tarowa

$$N_2(r) = C \left[\frac{du(r)}{dr} + \nu \frac{u(r)}{r} \right] ; C = \frac{Eh}{1-\nu^2}$$

Po obliczeniu stałych A_1, A_2 z warunków brzegowych znajdujemy

$$\begin{array}{l} \delta_{11}^P = u(2a) \\ \delta_{21}^P = 0 \end{array} \quad (\text{stan tarowy i zgięciowy są odseparowane})$$

© DNO ZBIORNIKA — STAN ZGIĘCIOWY



$w = w(\phi)$ — ugięcie płyty

$\varphi = \varphi(\phi)$ — kąt obrotu

$$\varphi(\phi) = \frac{dw}{d\phi}(\phi) \cdot \frac{1}{2a}$$

$M_2 = M_2(\phi)$ — moment zginający

$$M_2(\phi) = -\frac{D}{4a^2} \left[\frac{d^2 w}{d\phi^2}(\phi) + \frac{\nu}{\phi} \frac{dw}{d\phi}(\phi) \right]$$

$Q_2 = Q_2(\phi)$ — siła poprzeczna

$$Q_2(\phi) = -\frac{D}{8a^3} \frac{d}{d\phi} \left[\frac{d^2 w}{d\phi^2}(\phi) + \frac{1}{\phi} \frac{dw}{d\phi}(\phi) \right]$$

$$w(\phi) = C_1 + C_2 \phi^2 + C_3 \ln \phi + C_4 \phi^2 \ln \phi$$

warunki brzegowe: $M_2(1/2) = 0$

$$Q_2(1/2) = 0$$

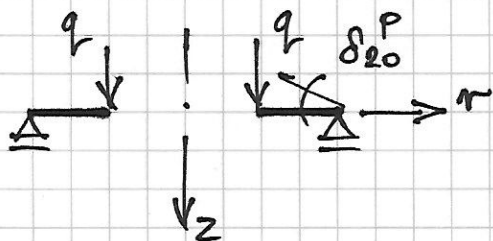
$$w(1) = 0$$

$$M_2(1) = -1$$

Po obliczeniu statych $C_1 \div C_4$ wyznaczamy

$$\boxed{\begin{array}{l} \delta_{12}^P = 0 \\ \delta_{22}^P = \varphi(1) \end{array}} \quad (\text{separacja stanu tarczowego i zgięciowego})$$

Stan "0"



Warunki brzegowe:

$$M_2(1/2) = 0$$

$$Q_2(1/2) = -q$$

$$w(1) = 0$$

$$M_2(1) = 0$$

$$\boxed{\delta_{20}^P = \varphi(1)}$$

Ostatecznie δ_{ij}, δ_{i0} wynoszą

$$\delta_{11} = \delta_{11}^C + \delta_{11}^P$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \delta_{12}^C$$

$$\delta_{22} = \delta_{22}^C + \delta_{22}^P$$

$$\delta_{10} = 0$$

$$\delta_{20} = \delta_{20}^P$$

Opracował
G. Dzienianowski