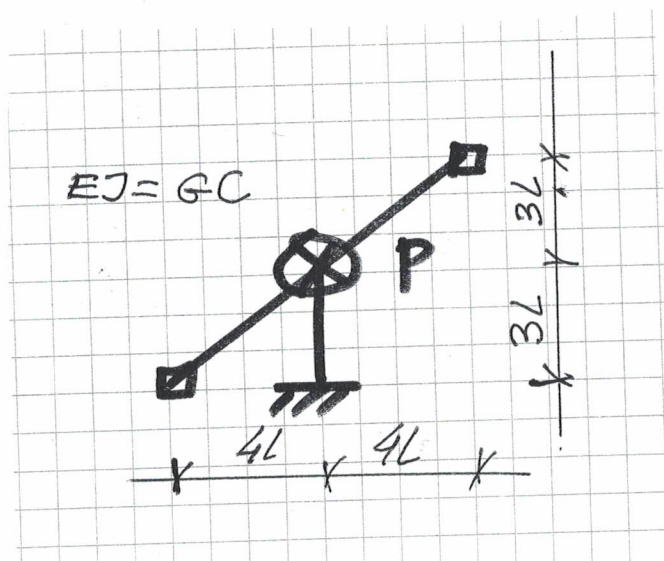


NAZWISKO Imię		
Nr albumu		Ocena z ćwiczeń projektowych
ocena zadania 1	ocena zadania 2	Ocena z egzaminu po ustnym
		Ocena łączna, data, podpis

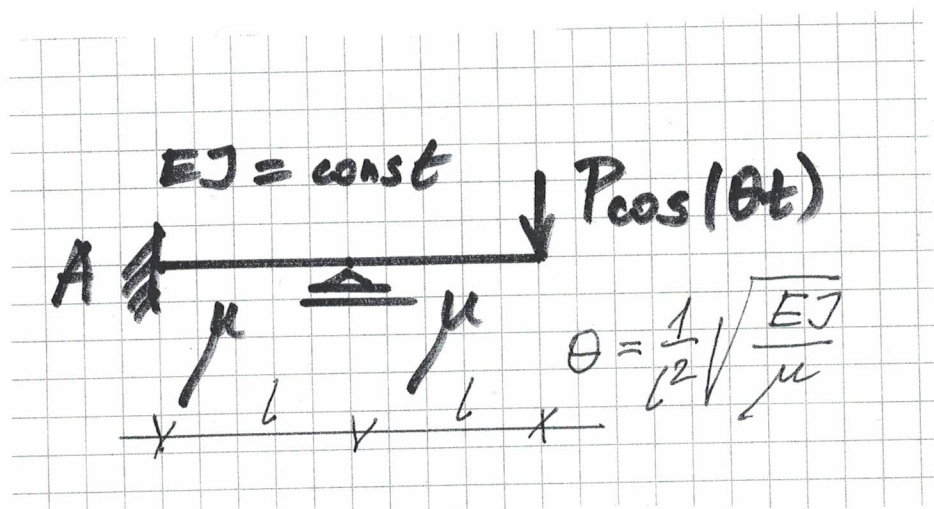
Zadanie 1. Dany jest ruszt o węzłach sztywnych. Zapisać układ równań macierzowej metody przemieszczeń

Przyjąć $GC=EJ$.

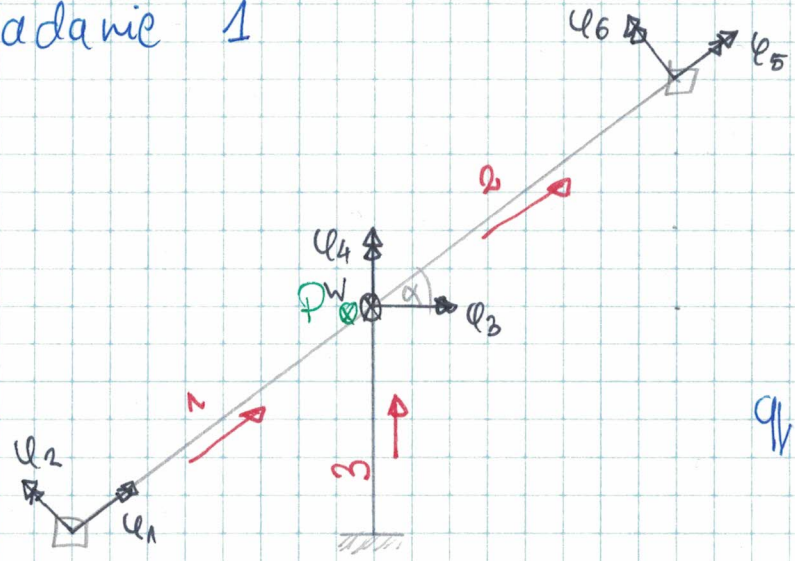


Zadanie 2. Dana jest belka o danej gęstości masy μ obciążona siłą harmonicznie zmienną.

Znaleźć amplitudę M_A



Zadanie 1



$$\sin \alpha = \frac{3}{5} \quad \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$q_v = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \\ W \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \frac{2EJ}{5l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2EJ}{5l} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2EJ}{3l} \\ \frac{GJ}{5l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{GJ}{5l} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{GJ}{3l} \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} \frac{GJ}{5l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{GJ}{5l} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{GJ}{3l} \end{bmatrix}$$

Θ_i :

$$\Theta_1 = u_3 \frac{4}{5} + u_4 \frac{3}{5} - u_1$$

$$\Theta_2 = u_5 - \left(\frac{4}{5} u_3 + \frac{3}{5} u_4 \right)$$

$$\Theta_3 = u_4$$

$$\beta = \begin{bmatrix} -1 & 0 & \frac{4}{5} & \frac{3}{5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{4}{5} & -\frac{3}{5} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ψ_i

$$\psi_1 = \frac{W}{5l}$$

$$\psi_2 = -\frac{W}{5l}$$

$$\psi_3 = \frac{W}{3l}$$

χ_i

$$\chi_1 = u_2 - \frac{W}{5l}$$

$$\chi_2 = \frac{4}{5} u_4 - \frac{3}{5} u_3 + \frac{W}{5l}$$

$$\chi_3 = -\frac{W}{3l}$$

$$*\beta = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{5l} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{5} & \frac{4}{5} & 0 & 0 & \frac{1}{5l} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3l} \end{bmatrix}$$

$$\beta^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{3}{5} & \frac{4}{5} & 0 & 0 & -\frac{1}{5l} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{5l} \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3l} \end{bmatrix}$$

χ_i^*

$$\chi_1^* = \frac{4}{5} u_4 - \frac{3}{5} u_3 - \frac{W}{5l}$$

$$\chi_2^* = u_6 + \frac{W}{5l}$$

$$\chi_3^* = -u_3 + \frac{W}{3l}$$

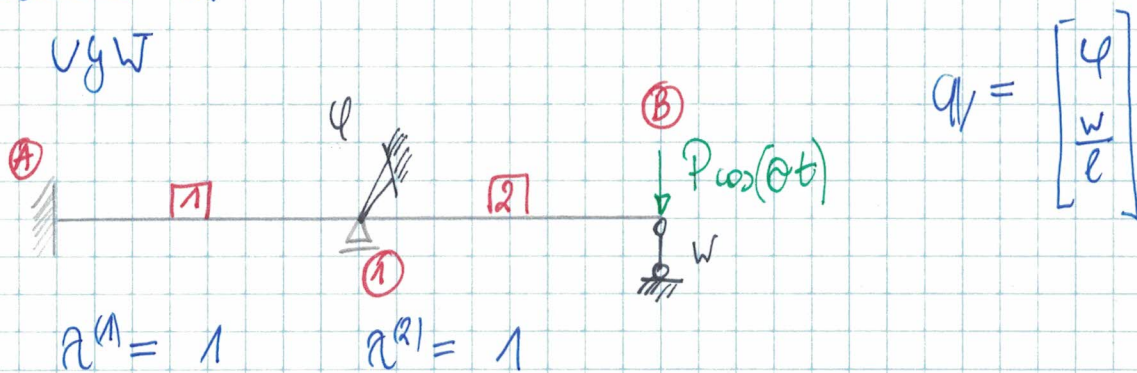
$$Q = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ P]^T$$

$$K = *\beta^T (2D*\beta + D\beta^*) + \beta^{*T} (D*\beta + 2D\beta^*) + \beta^T H \beta$$

$$K q_v = Q$$

Zadanie 2

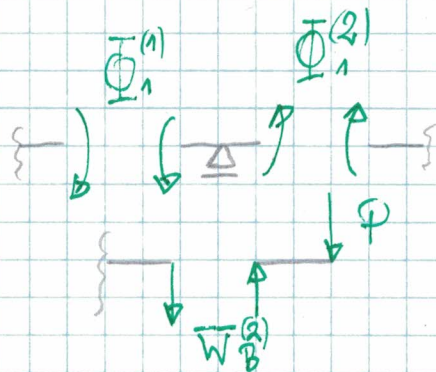
UyW



n. n. MP

$$\Phi_1^{(1)} + \Phi_1^{(2)} = 0 \quad (1)$$

$$W_B^{(2)} - P = 0 \quad (2)$$



Wzory transformacyjne

$$\boxed{1} \quad \Phi_1^{(1)} = \frac{EY}{l} [\alpha(1) \varphi] = \frac{EY}{l} [3,990 \varphi]$$

$$\boxed{2} \quad \Phi_1^{(2)} = \frac{EY}{l} [\alpha'(1) \varphi - \delta'(1) \frac{w}{l}] = \frac{EY}{l} [2,981 \varphi - 3,039 \frac{w}{l}]$$

$$W_B^{(2)} = -\frac{EY}{l^2} [\delta(1) \varphi - \pi(1) \frac{w}{l}] = \frac{EY}{l^2} [-3,039 \varphi + 2,764 \frac{w}{l}]$$

$$\frac{EY}{l} \begin{bmatrix} 6,971 & -3,039 \\ -3,039 & 2,764 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi \\ \frac{w}{l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Pl \end{bmatrix}$$

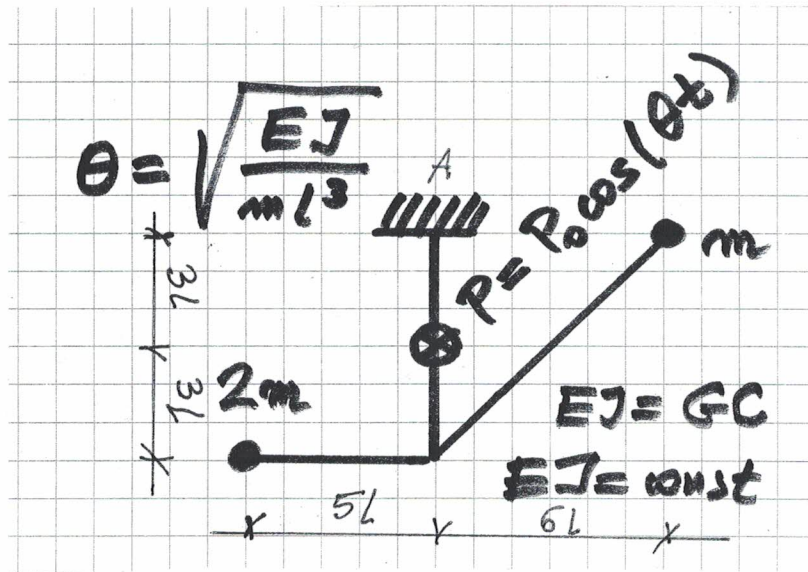
$$\varphi = 0,276 \frac{Pl^2}{EY}$$

$$w = 0,303 \frac{Pl^3}{EY}$$

$$M_A = \Phi_A^{(1)} = \frac{EY}{l} [\beta(1) \cdot 0,276 \frac{Pl^2}{EY}] = 0,554 Pl$$

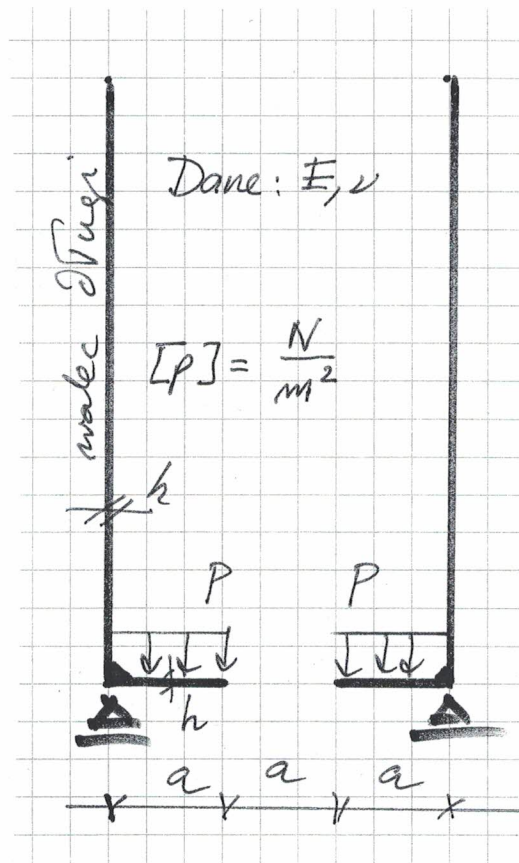
NAZWISKO Imię		
Nr albumu		Ocena z ćwiczeń projektowych
ocena zadania 1	ocena zadania 2	Ocena z egzaminu po ustnym
		Ocena łączna, data, podpis

Zadanie 1. Dany jest ruszt o węzłach sztywnych obciążony siłą harmonicznie zmienną, por. rysunek. Znaleźć amplitudy reakcji w utwierdzeniu A.



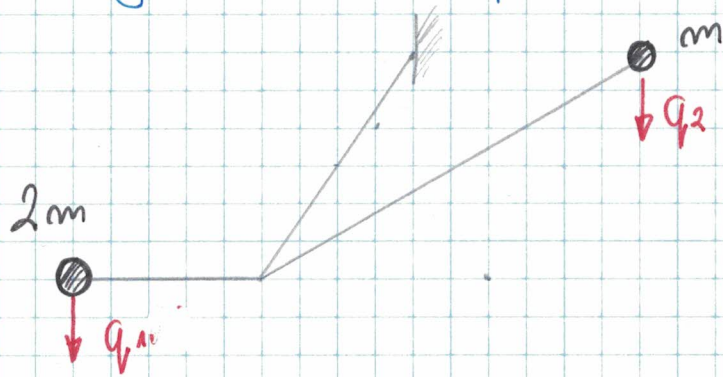
Zadanie 2.

Dany jest zbiornik obciążony jak na rysunku. Omówić możliwie dokładnie kolejne kroki analizy statycznej



Zadanie 1

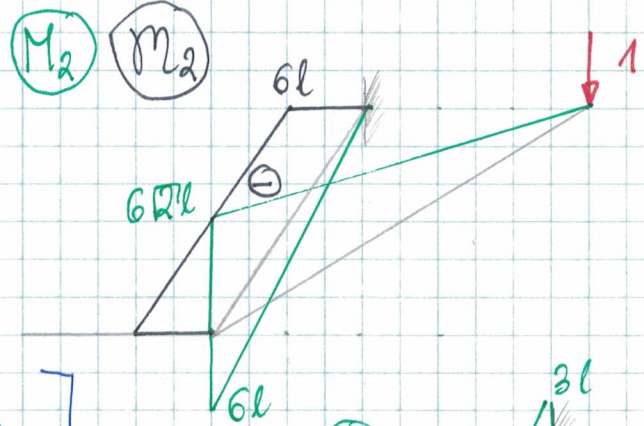
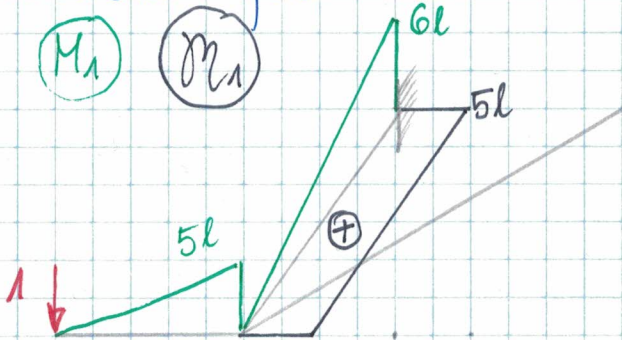
2 dynamiczne stopnie swobody



Macierz mas

$$M = \begin{bmatrix} 2m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$$

Macierz podatności



$$D = \frac{l^3}{EY} \begin{bmatrix} 263,667 & -216 \\ -216 & 491,647 \end{bmatrix}$$

M_0

Macierz sztywności

$$K = D^{-1} = \begin{bmatrix} 0,0059 & 0,0026 \\ 0,0026 & 0,0032 \end{bmatrix} \frac{EY}{l^3}$$

Wektor obciążen zastępczych

$$d_{10} = 22,5 \frac{l^3}{EY}$$

$$d_{20} = -4,5 \frac{l^3}{EY}$$

$$P_2 = D^{-1} D_0 P_0 = \begin{bmatrix} 0,122 \\ 0,044 \end{bmatrix} P_0$$

Wzrost równań

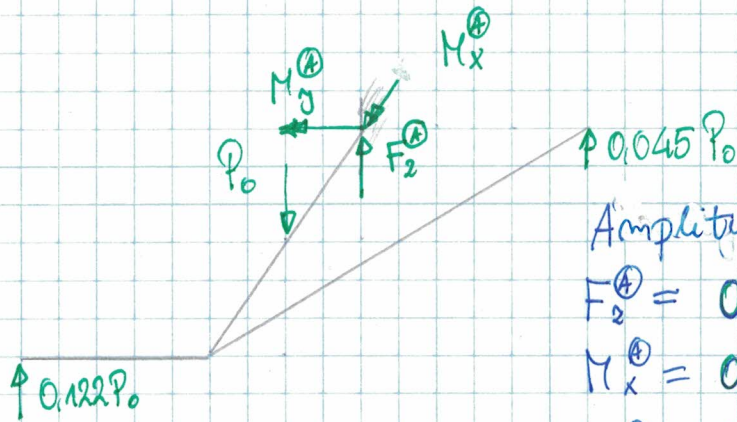
$$(K - \Theta^2 M) q_0 = P_0$$

$$q_0 = \begin{bmatrix} -0,061 \\ -0,045 \end{bmatrix} \frac{P_0 l^3}{EY}$$

Wektor sił bezwładności

$$B = \Theta^2 M \dot{q}_0 = \begin{bmatrix} -0,122 \\ -0,045 \end{bmatrix} P_0$$

Amplitudy sił działających na ruszt



Amplitudy reakcji w utwierdzeniu

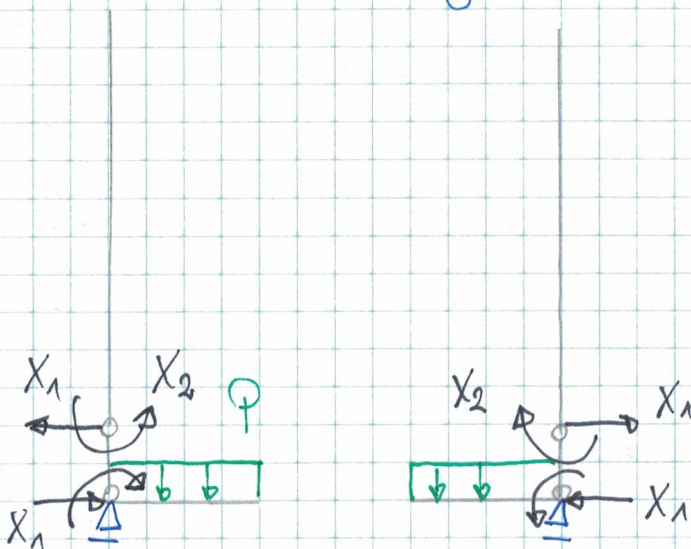
$$F_2^{\oplus} = 0,833 P_0$$

$$M_x^{\oplus} = 0,340 P_0 l$$

$$M_y^{\oplus} = 2,268 P_0 l$$

Zadanie 2

Schemat zastępczy



$$R = 1,5 a$$

Satygwności - takie same dla płyty i walca

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

$$C = \frac{Eh}{1-\nu^2} \quad \mathcal{N}^4 = \frac{3(1-\nu^2)a^2}{h^2}$$

Równania nierozdzielności

$$\delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \delta_{10} = 0$$

$$\delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \delta_{20} = 0$$

$$\delta_{11} = \delta_{11}^W + \delta_{11}^P$$

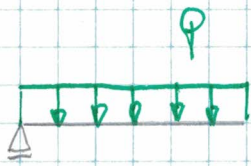
$$\delta_{12} = \delta_{21} = \delta_{12}^W$$

$$\delta_{22} = \delta_{22}^W + \delta_{22}^P$$

$$\delta_{10} = 0$$

$$\delta_{20} = \delta_{20}^P$$

Stan "0" Płyta



$$s = \frac{r}{R} \quad R = 1,5a$$

$$w(s) = C_0 R y + C_1 R N$$

$$w(s) = C_1 s^2 \ln s + C_2 s^2 + C_3 \ln s + C_4 + \frac{P R^4 s^4}{64 D}$$

w. b.

$$Q_2\left(\frac{1}{3}\right) = 0$$

$$w(1) = 0$$

$$\Rightarrow w(s)$$

$$M_2\left(\frac{1}{3}\right) = 0$$

$$M_2(1) = 0$$

$$S_{10}^P = 0$$

$$S_{20}^P = -\varphi(1) = -\frac{1}{R} \frac{dw}{ds}(1)$$

Stan "X₁ = 1" Płyta → Tarcza kołowa P_{SN}

$$u(r) = A r + \frac{B}{r}$$



w. b.

$$N_2(0,5a) = 0$$

$$\Rightarrow u(r) \Rightarrow S_{11}^P = -u(1,5a)$$

$$N_2(1,5a) = -1$$

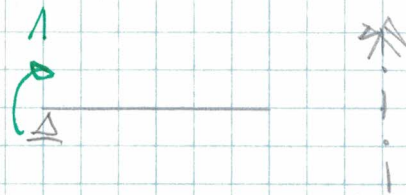
Walec

$$S_{11}^W = \frac{2a R}{E h}$$

$$S_{21}^W = -\frac{2 R^2}{E h}$$

Stan "X₂ = 1"

Płyta $w(s) = C_0 R y$



w. b.

$$Q_2\left(\frac{1}{3}\right) = 0$$

$$w(1) = 0$$

$$S_{22}^P = -\varphi(1) = -\frac{1}{R} \frac{dw}{ds}(1)$$

$$M_2\left(\frac{1}{3}\right) = 0$$

$$M_2(1) = 1$$

Z równań nierozdzielności wyznaczamy X₁ i X₂

Siły wewnętrzne otrzymujemy z superpozycji (przykład M₂^{Płyty})

$$M_2^P = M_2^{P(0)} + X_2 M_2^{(2)}$$

Opracował: S. Dudziak