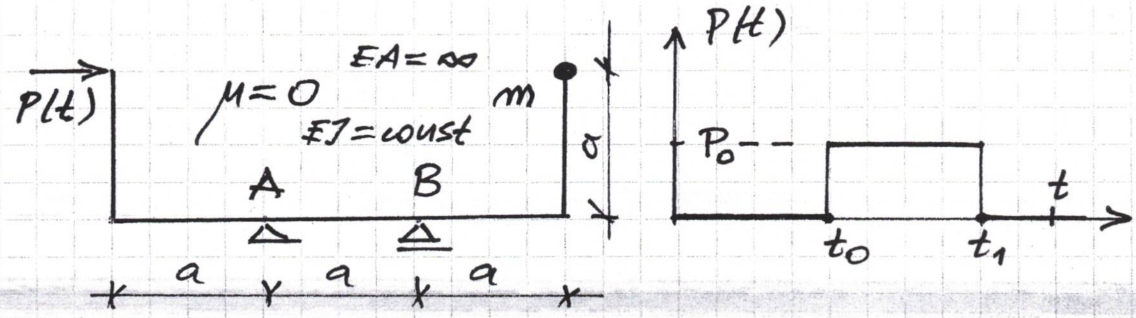
Egzamin pisemny z Mechaniki Konstrukcji II, 11 II 2026 r.

Imię i NAZWISKO				
Prowadzący ćwiczenia, nr grupy				
ocena zadania 1	ocena zadania 2	ocena zadania 3	ocena egz. pis.	Ocena ostateczna z egzaminu
				Ocena łączna

Zadanie 1

Dana jest rama z prętów nieważkich z masą skupioną, obciążona jak na rysunku. Warunki początkowe są jednorodne. Znaleźć równania określające wartość reakcji pionowej w B w chwili $t>t_1$.

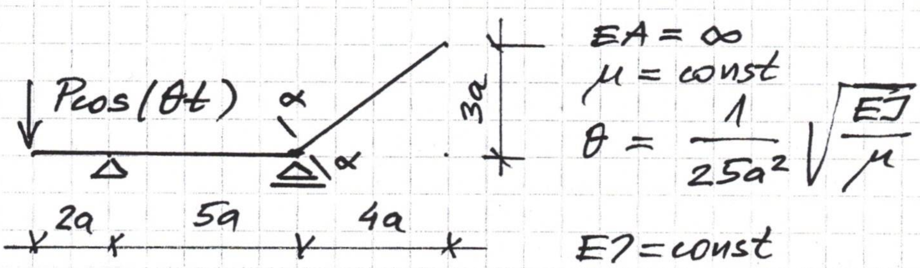
(Given is a frame of weightless bars with a concentrated mass, loaded as shown in the figure. The initial conditions are homogeneous. Write down the equations for computing the vertical reaction at B at the time instant $t>t_1$)



Zadanie 2

Zapisać równania określające amplitudę momentu zginającego w zaznaczonym przekroju

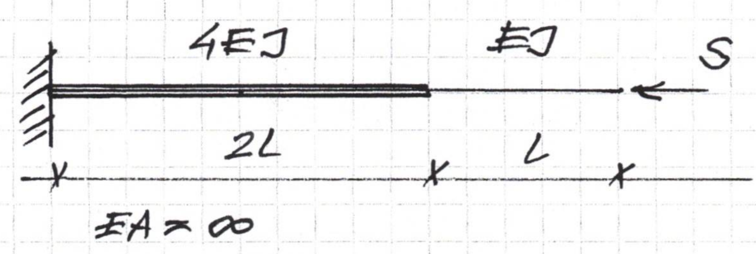
(Write down the equations which make it possible to compute the amplitude of the bending moment at the indicated cross section)



Zadanie 3

Zapisać równania utraty stateczności danej belki o zmiennej sztywności.

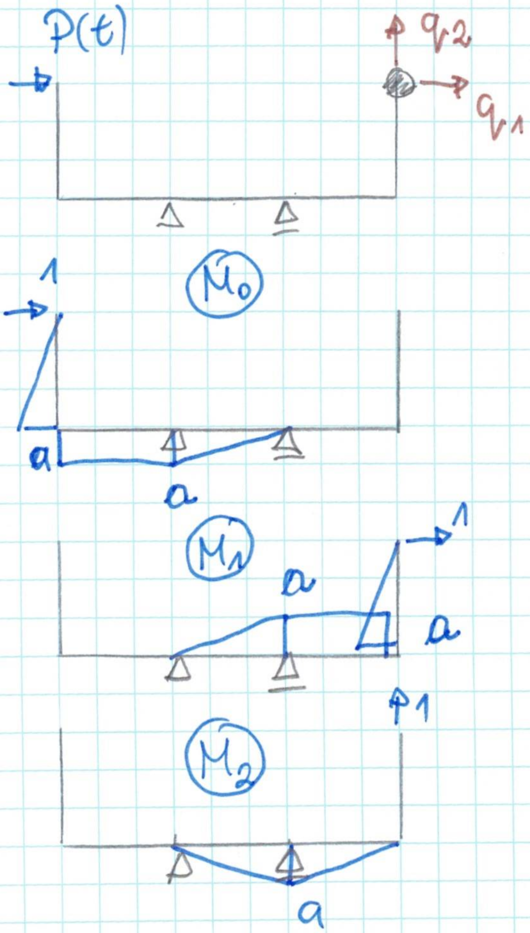
(*Write down the equations of the loss of stability of the given bar of varying stiffness*)



ZADANIE 1

2 dyn. st. sw. $\quad \mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}$

r-nie ruchu



$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbb{K}\mathbf{q} = \mathbb{K}\mathbb{D}_0 P(t)$$

+ jednorodne war. pocz.

$$\mathbf{q}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \dot{\mathbf{q}}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Macierz mas

$$\mathbb{M} = m \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Macierz podatności

$$\mathbb{D} = \frac{a^3}{EJ} \begin{bmatrix} \frac{5}{3} & \frac{5}{6} \\ \frac{5}{6} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{D}_0 = \frac{a^3}{EJ} \begin{bmatrix} -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

Dalsze kroki: - znaleźć częstości i wektory własne $\{\omega_1, \mathbf{a}^1\}$, $\{\omega_2, \mathbf{a}^2\}$,

- zapisać macierz transformacji modalnej $\Phi = [\mathbf{a}^1 \ \mathbf{a}^2]$,
- wykonać transformację modalną $\mathbf{q} = \Phi \mathbf{y}$

$$\Phi^T \mathbb{M} \Phi \ddot{\mathbf{y}} + \Phi^T \mathbb{K} \Phi \mathbf{y} = \Phi^T \mathbb{K} \mathbb{D}_0 P$$

$$\bar{\mathbb{M}} \ddot{\mathbf{y}} + \bar{\mathbb{K}} \mathbf{y} = \bar{Q} \rightsquigarrow \text{układ 2 niezależnych r-ń}$$

- rozwiązać równania we wsp. modalnych y_1, y_2 $\qquad \bar{m}_1 \ddot{y}_1 + k_1 \ddot{y}_1 = Q_1$

$$y_1(0) = 0 \qquad \dot{y}_1(0) = 0$$

$m_2 \ddot{y}_2 + k_2 y_2 = Q_2 \qquad y_2(0)=0 \qquad \dot{y}_2(0)=0$

- met. przewidywań albo całką Duhamela

- wrócić do wsp. q_1, q_2 korzystając ze wzoru

$$q = \Phi y$$

ZADANIE 2

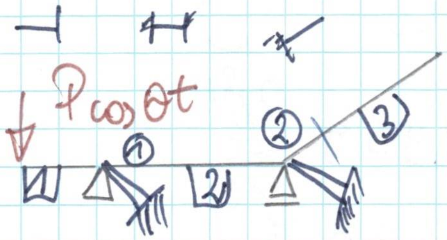
$$\Theta = \frac{1}{25a^2}\sqrt{\frac{EJ}{\mu}}$$

UGW

$EA \to \infty \qquad EJ = \text{const.}$

$\lambda_1 = 0,4 \qquad \lambda_3 = 1,0$

$\lambda_2 = 1,0$



r. r. MP

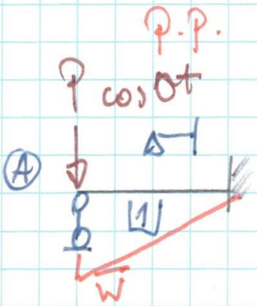
$$\Phi_1^{(1)} + \Phi_1^{(2)} = 0 \qquad (1)$$

$$\Phi_2^{(2)} + \Phi_2^{(3)} = 0 \qquad (2)$$

$q = [\varphi_1 \ \varphi_2]^T$

$\mu = \text{const.}$

Moment wyjściowy $\Phi_1^{(01)}$



r. r. MP

$$W_A^{(1)} - P = 0$$

$$W_A^{(1)} = \frac{EJ}{4l^2}\left[\overset{2,994}{\eta'(0,4)}\frac{w}{2l}\right] = \frac{EJ}{l^2}\left[0,374\frac{w}{l}\right]$$

$q = [w]$

$$w = 2,674\frac{Pl^3}{EJ}$$

$$\Phi_1^{(1)} = \frac{EJ}{2l}\left[\overset{3,001}{\delta'(0,4)}\cdot 2,674\frac{Pl^3}{EJ}\cdot\frac{1}{2l}\right] = 2,006\,P\,l = \Phi_1^{(01)}$$

WT

1)
$$\Phi_1^{(1)} = \frac{EJ}{2l}\left[\overset{-0,009}{\alpha''(0,4)}\varphi_1\right] + 2,006Pl = \frac{EJ}{l}\left[-0,005\varphi_1\right] + 2,006Pl$$

2)
$$\Phi_1^{(2)} = \frac{EJ}{5l}\left[\overset{3,99}{\alpha(1,0)}\varphi_1 + \overset{2,007}{\beta(1,0)}\varphi_2\right] = \frac{EJ}{l}\left[0,798\varphi_1 + 0,401\varphi_2\right]$$

$$\Phi_2^{(2)} = \frac{EJ}{l}\left[0,401\varphi_1 + 0,798\varphi_2\right]$$

3)
$$\Phi_2^{(3)} = \frac{EJ}{5l}\left[\overset{-0,362}{\alpha''(1,0)}\varphi_2\right] = \frac{EJ}{l}\left[-0,0724\varphi_2\right]$$

$$\frac{EJ}{l}\begin{bmatrix} 0{,}793 & 0{,}401 \\ 0{,}401 & 0{,}726 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2{,}006 \\ 0 \end{bmatrix} Pl$$

$$\varphi_1 = -3{,}510\,\frac{Pl^2}{EJ} \qquad \varphi_2 = 1{,}939\,\frac{Pl^2}{EJ}$$

$$M_\alpha = \Phi_2^{(3)} = \frac{\cancel{EJ}}{\cancel{l}}\left[-0{,}0724 \cdot 1{,}939\,\frac{Pl^{\cancel{2}}}{\cancel{EJ}}\right] =$$

$$= -0{,}140\,Pl$$