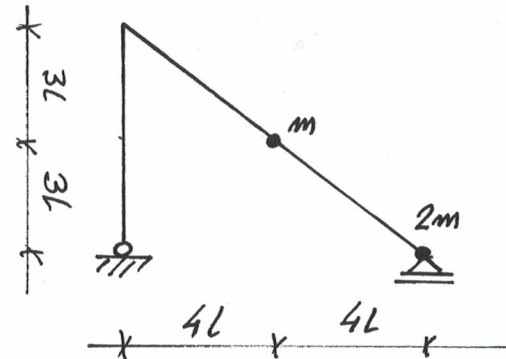


Imię i NAZWISKO				
Prowadzący ćwiczenia, nr grupy				
ocena zadania 1	ocena zadania 2	ocena zadania 3	ocena egz. pis.	Ocena Ostateczna
				Data

**Zadanie 1**

Dana jest rama z prętów nieważkich z dwiema masami skupionymi. Znaleźć częstości drgań własnych  
 (Given is a frame of weightless bars with two concentrated masses. Write down equations for finding the eigenfrequencies.)

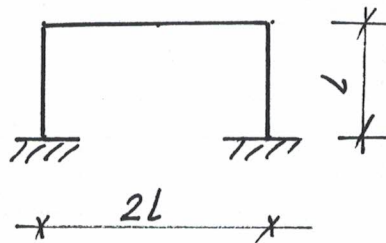


$EA = \infty$   
 $EJ = \text{const}$   
 $\mu = 0$

**Zadanie 2**

Dla danej ramy znaleźć pierwszą częstość drgań własnych symetrycznych.  
 (For a given frame find the first eigenfrequency corresponding to the symmetric vibrations.)

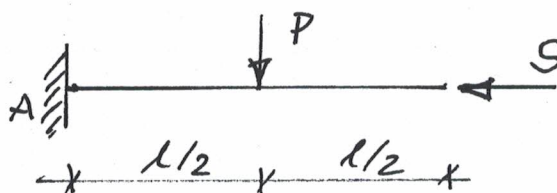
$\mu = \text{const}$       $EA = \infty, EJ = \text{const}$



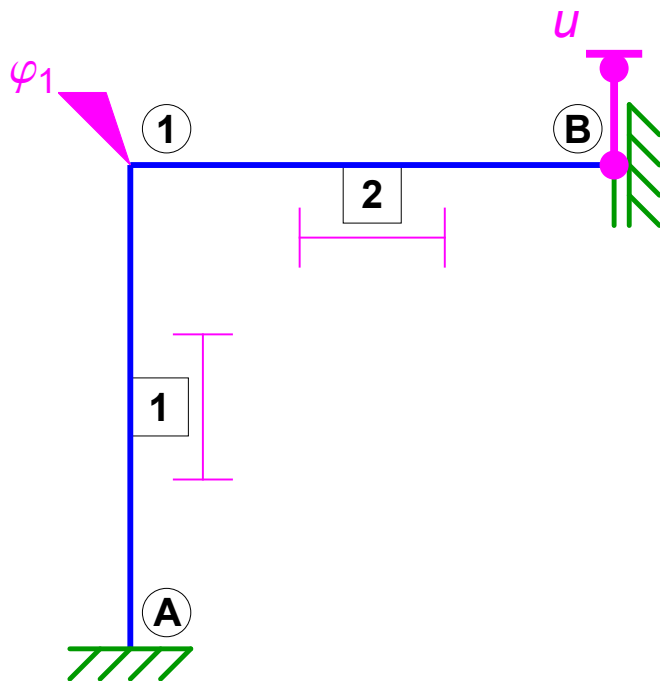
**Zadanie 3**

Dany jest pręt poddany działaniu dużej siły osiowej i sile P w środku  
 Zapisać równania określające wartość momentu zginającego w utwierdzeniu.  
 (The bar is subject to a big axial force and to a force P in the middle. Write down equations which make it possible to compute the bending moment in the clamped end of the bar)

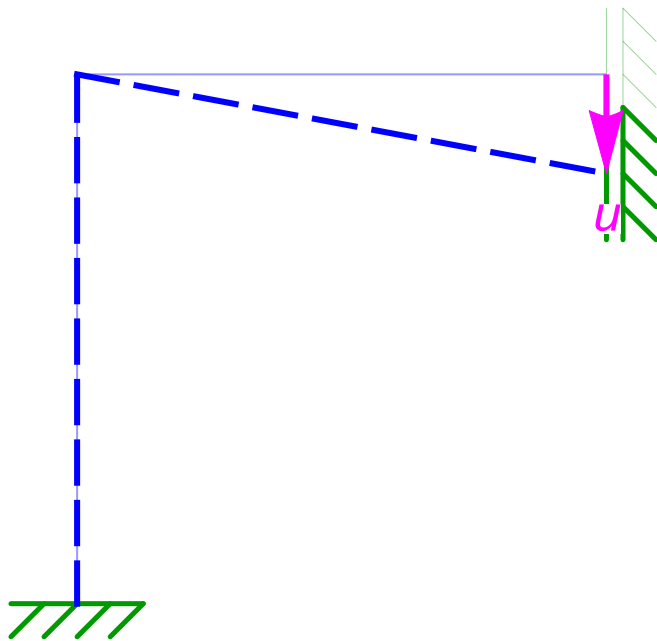
$EA = \infty, EJ = \text{const}$



Układ geometrycznie wyznaczalny:



Plan przemieszczeń:



	$w_i^K$	$w_k^K$	$u^K$
Pręt 1 :	$w_A^1 = 0$	$w_1^1 = 0$	$u^1 = 0$
Pręt 2 :	$w_1^2 = 0$	$w_B^2 = u$	$u^2 = 0$

Wzory transformacyjne:

$$\Phi_1^1 = \frac{EJ}{1} [ \alpha(\lambda) \varphi_1 ]$$

$$\Phi_1^2 = \frac{EJ}{1} [ \alpha(\lambda) \varphi_1 - \delta(\lambda) \frac{u}{1} ]$$

W prętach nie występują osiowe siły bezwładności.

Równania równowagi:

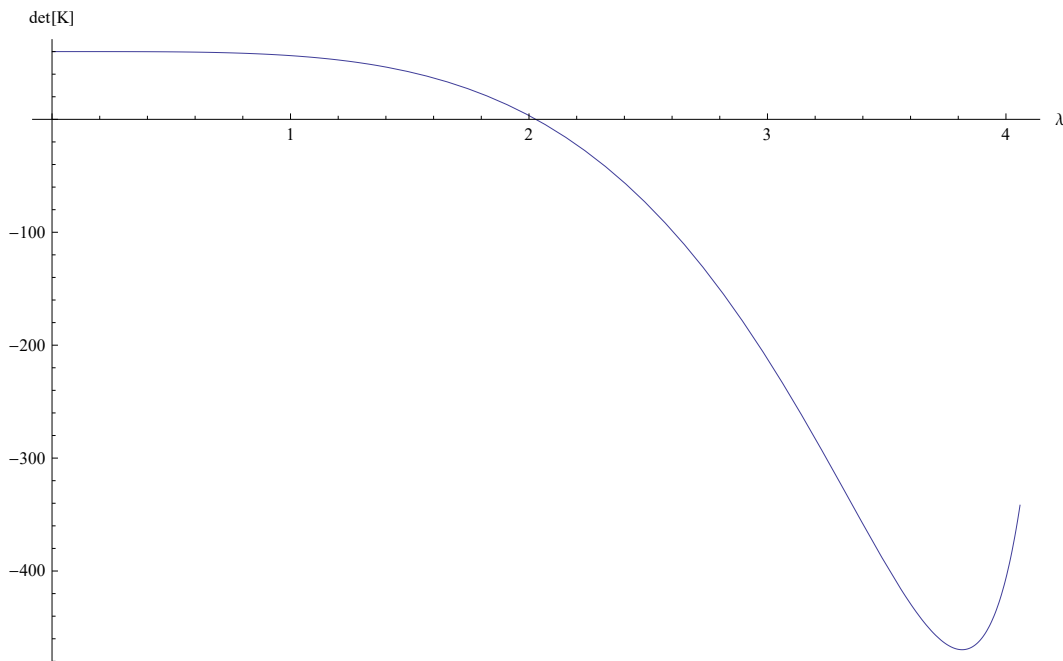
$$\Phi_1^1 + \Phi_1^2 = 0$$

$$-W_B^2 \cdot \bar{u} = \bar{0}$$

Macierz sztywności konstrukcji:

$$\mathbf{K}(\lambda) = \frac{EJ}{1} \begin{pmatrix} 2\alpha(\lambda) & -\delta(\lambda) \\ -\delta(\lambda) & \gamma(\lambda) \end{pmatrix}$$

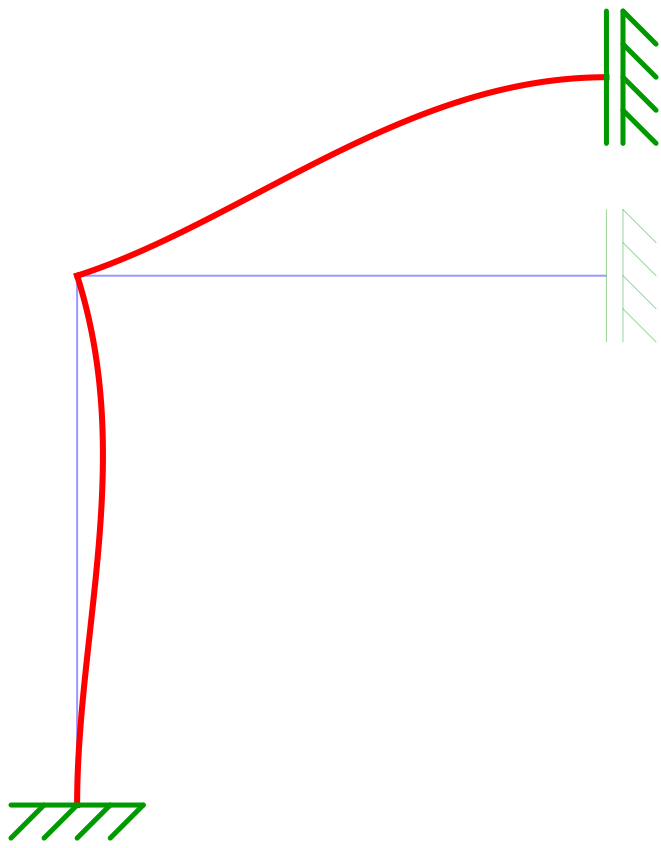
Wykres wyznacznika macierzy sztywności w zależności od parametru  $\lambda$ :

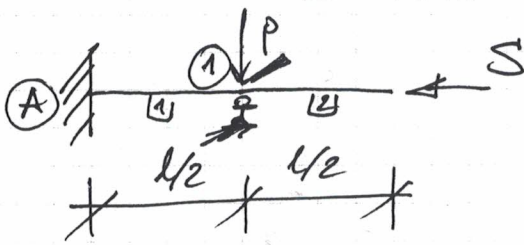


Pierwsza częstość drgań własnych wynosi  $\omega^{(1)} = 4.119 \sqrt{\frac{EJ}{\mu l^2}}$

Pierwsza postać drgań własnych ramy:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \frac{u}{1} \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} -0.649 \\ -0.760 \end{pmatrix}$$





$EA = \infty$   
 $EJ = \text{const}$

$\sigma = \sqrt{\frac{S}{EJ}}$

$\sigma_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{S}{EJ}} = \frac{1}{2} \sigma$   
 $\sigma_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{S}{EJ}} = \frac{1}{2} \sigma$

↓

$S = \frac{\sigma^2 EJ}{L^2}$

1)  $\phi_1^1 + \phi_1^2 = 0$

2)  $(\phi_A^1 + \phi_1^1) \Psi + \frac{S L}{2} \Psi + P \cdot \frac{L}{2} \Psi = 0$

$\phi_1^1 = \frac{EJ}{L/2} [\alpha(\frac{\sigma}{2}) \psi_1 - \theta(\frac{\sigma}{2}) \cdot \psi]$

$\phi_A^1 = \frac{EJ}{L/2} [\beta(\frac{\sigma}{2}) \psi_1 - \theta(\frac{\sigma}{2}) \psi]$

$\phi_1^2 = \frac{EJ}{L/2} \alpha'''(\frac{\sigma}{2}) \psi_1$

1)  $\frac{2EJ}{L} [\alpha(\frac{\sigma}{2}) \psi_1 - \theta(\frac{\sigma}{2}) \psi + \alpha'''(\frac{\sigma}{2}) \psi_1] = 0$

2)  $\frac{2EJ}{L} [\beta(\frac{\sigma}{2}) \psi_1 + \alpha(\frac{\sigma}{2}) \psi_1 - 2\theta(\frac{\sigma}{2}) \psi] + \frac{\sigma^2 EJ}{L^2} \cdot \frac{L}{2} \psi + \frac{PL}{2} = 0$

$$\frac{EJ}{L} \begin{bmatrix} 2\alpha(\frac{\sigma}{2}) + 2\alpha'''(\frac{\sigma}{2}) & -2\theta(\frac{\sigma}{2}) \\ 2\alpha(\frac{\sigma}{2}) + 2\beta(\frac{\sigma}{2}) & -4\theta(\frac{\sigma}{2}) + \frac{\sigma^2}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{PL}{2} \end{bmatrix}$$

$\sigma$  - done

↓  $\psi_1, \psi$

↓  $\phi_A^1$