

Egzamin z Mechaniki Konstrukcji II, 27 VI 2023 r.
Wydział Inżynierii Lądowej, studia stacjonarne

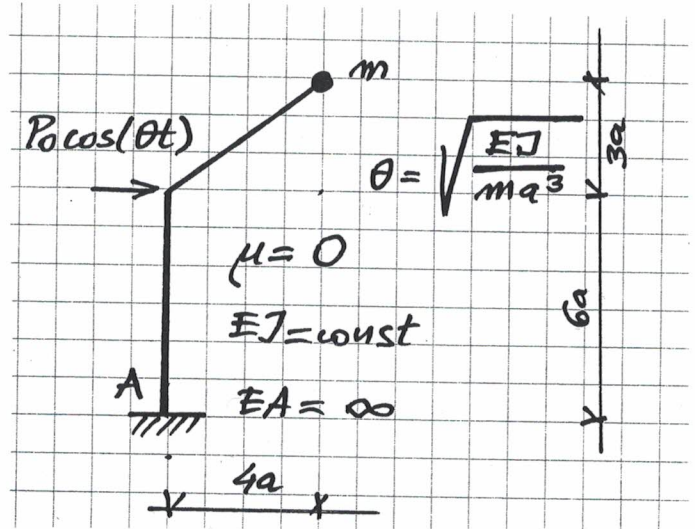
NAZWISKO imię				
Grupa	Data zaliczenia ćwiczeń		Numer albumu	
Ocena zadania 1	Ocena zadania 2	Ocena zadania 3	Ocena z egzaminu	Ocena łączna
				Data

Zadanie 1

Dana jest rama o dyskretnym rozkładzie masy jak na rysunku, pod obciążeniem harmonicznym zmiennym w czasie. Zapisać równania określające amplitudę momentu M_A .

(The given frame of discrete mass distribution is subject to the harmonic load, cf. the figure.)

Write the down the equations for computing the amplitude of the bending moment M_A)

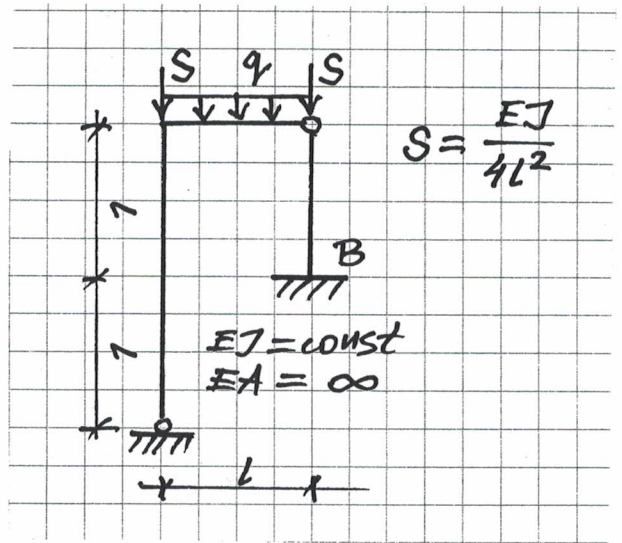


Zadanie 2

Dana jest rama zginana obciążeniem q i poddana dużym siłom osiowym). Zapisać równania określające moment zginający w utwierdzeniu M_B .

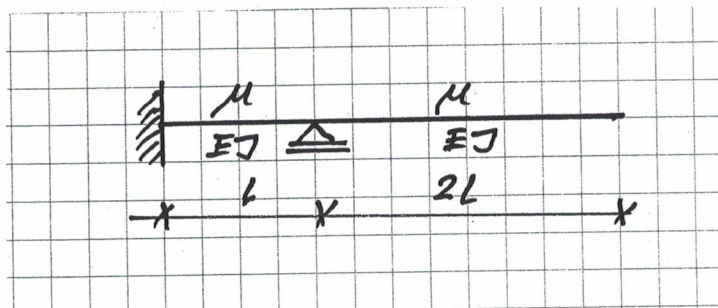
(There is given a frame under the transverse load q and subject to big axial forces.)

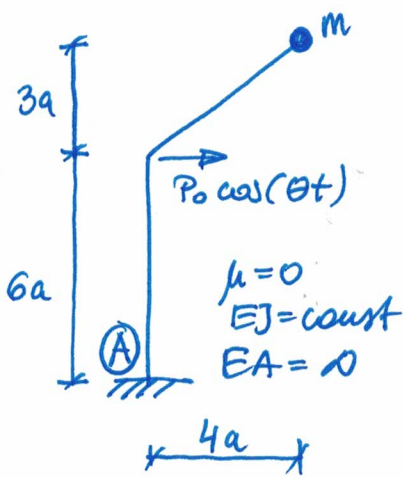
Write down the equations for computing the bending moment M_B)



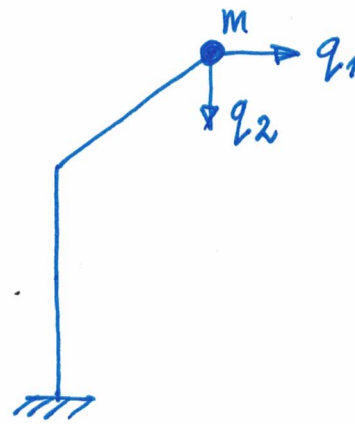
Zadanie 3

Obliczyć pierwszą częstość drgań własnych danej belki. (Compute the first eigenfrequency of the given beam.)



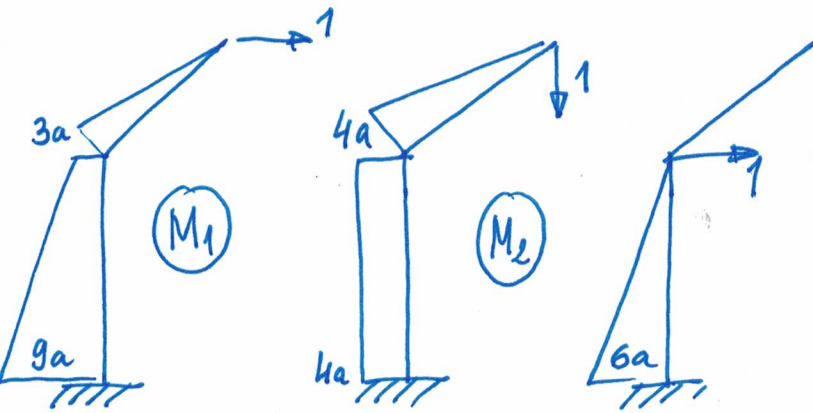


$$\theta = \sqrt{\frac{EJ}{ma^3}}$$



$$E_k = \frac{1}{2} m (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2)$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$d_{11} = 249 \frac{a^3}{EJ}$$

$$d_{12} = 164 \frac{a^3}{EJ}$$

$$d_{22} = \frac{368}{3} \frac{a^3}{EJ}$$

$$d_{10} = 126 \frac{a^3}{EJ}$$

$$d_{20} = 72 \frac{a^3}{EJ}$$

$$D = \frac{a^3}{EJ} \begin{bmatrix} 249 & 164 \\ 164 & \frac{368}{3} \end{bmatrix}$$

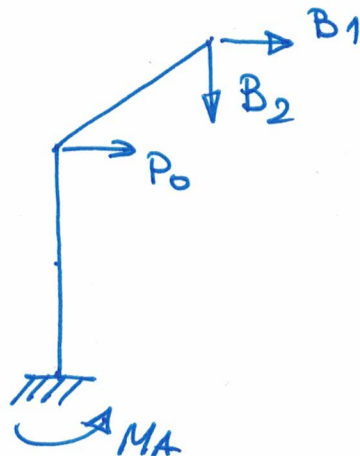
$$d_{l0} = \begin{bmatrix} 126 \\ 72 \end{bmatrix} \frac{a^3}{EJ}$$

Korzystając z operatorów Jan Pienyski

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{bmatrix} 249 & 164 \\ 164 & \frac{368}{3} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} = \frac{Pa^3}{EJ} \begin{bmatrix} 126 \\ 72 \end{bmatrix}$$

$$q_1 = -1,075 \frac{Pa^3}{EJ}$$

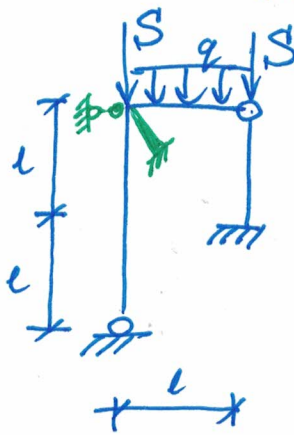
$$q_2 = 0,857 \frac{Pa^3}{EJ}$$



$$B_1 = -1,075 P$$

$$B_2 = 0,857 P$$

$$M_A = P_0 \cdot 6a + B_1 \cdot 9a + B_2 \cdot 4a = -0,247 Pa$$

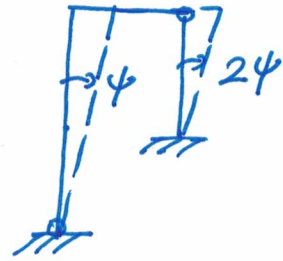


$$S = \frac{EJ}{4l^2}$$

$$\bar{b}^{(1)} = 1$$

$$\bar{b}^{(2)} = 0$$

$$\bar{b}^{(3)} = \frac{1}{2}$$



$$\phi_1^1 + \phi_1^2 = 0$$

$$\phi_1^1 \bar{\Psi} + \phi_B^3 \cdot 2\bar{\Psi} + \frac{1}{4} \frac{EJ}{l^2} \cdot 2l \cdot \Psi \cdot \bar{\Psi} + \frac{1}{4} \frac{EJ}{l^2} \cdot l \cdot 2\Psi \cdot 2\bar{\Psi} = 0$$

$$\phi_1^1 = \frac{EJ}{2l} (\alpha'(1) \Psi_1 - \alpha'(1) \Psi)$$

$$\phi_1^2 = \frac{EJ}{l} (3\Psi_1) - \frac{1}{8} ql^2$$

$$\phi_B^3 = \frac{EJ}{l} (-\alpha'(\frac{1}{2}) \cdot 2\Psi)$$

$$\frac{EJ}{l} \begin{pmatrix} 4,397 & -1,397 \\ -1,397 & 11,696 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi \end{pmatrix} = ql^2 \begin{pmatrix} 1/8 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Psi_1 = 0.030 \frac{ql^3}{EJ} \quad \Psi = 0.004 \frac{ql^3}{EJ}$$

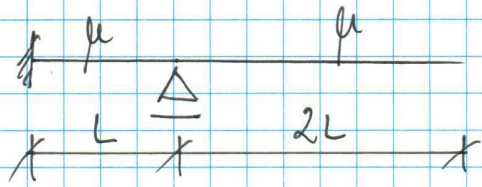
$$\phi_B^3 = -0.021 ql^2$$

Zadanie opracował Jan Pećunowski

MK2 ST 27.06.2023r.

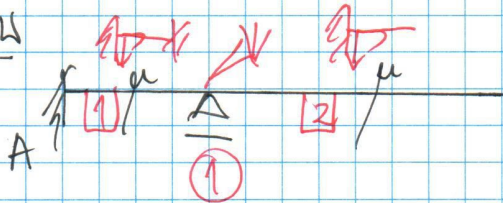
ZAD. 3.

Obliczyć pierwszą częstotliwość drgań belki



$\mu = \text{const}$
 $EJ = \text{const}$

NSW



$\varphi = [\varphi]$

$\lambda = L \sqrt{\frac{\mu \omega^2}{EJ}}$

$L^{(1)} = L \quad \mu, EJ \quad \lambda^{(1)} = \lambda$
 $L^{(2)} = 2L \quad \mu, EJ \quad \lambda^{(2)} = 2\lambda$

$\sum M_1 = 0 \Rightarrow \phi_1^{(1)} + \phi_1^{(2)} = 0$

Wzory transformacyjne

$\phi_1^{(1)} = \frac{EJ}{L} [\alpha(\lambda) \cdot \varphi_1]$

$\phi_1^{(2)} = \frac{EJ}{2L} [\alpha''(2\lambda) \cdot \varphi_1]$

$\frac{EJ}{L} \left[\alpha(\lambda) + \frac{\alpha''(2\lambda)}{2} \right] \varphi_1 = 0$

λ	$\alpha(\lambda)$	$\alpha''(2\lambda)$	$\alpha(\lambda) + \frac{\alpha''(2\lambda)}{2}$
0	4	0	4
0,8	3,986	-4,578	1,707
0,9	3,984	-2,2,622	-4,314

$\lambda_1 \approx 0,8 \Rightarrow \omega_1 \approx (0,8)^2 \sqrt{\frac{EJ}{\mu L^3}}$