Egzamin pisemny z Mechaniki Konstrukcji II, 20 VI 2022 r.

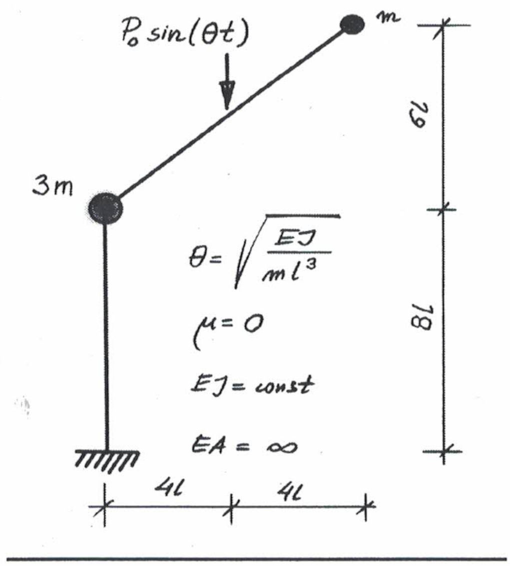
<table>
<tr><td colspan="5">NAZWISKO imię</td></tr>
<tr><td>Grupa</td><td colspan="2">Data zaliczenia ćwiczeń</td><td colspan="2">Numer albumu</td></tr>
<tr><td>Ocena zadania 1</td><td>Ocena zadania 2</td><td>Ocena zadania 3</td><td>Ocena z egzaminu</td><td>Ocena łączna

Data</td></tr>
</table>

Zadanie 1

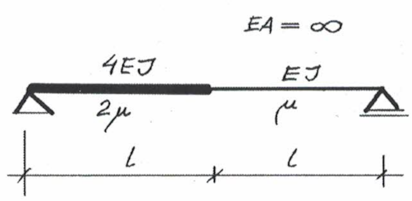
Masa danej ramy
jest skoncentrowana w dwu węzłach.
Rama jest poddana
obciążeniu harmonicznemu jak na rysunku.
Zapisać równania
określające amplitudę
reakcji poziomej w utwierdzeniu.

(The mass of the given frame is concentrated at two nodes. The frame is subject to the harmonic load, see the figure. Write down the equations which make it possible to compute the amplitude of the horizontal reaction at the clamped edge.)



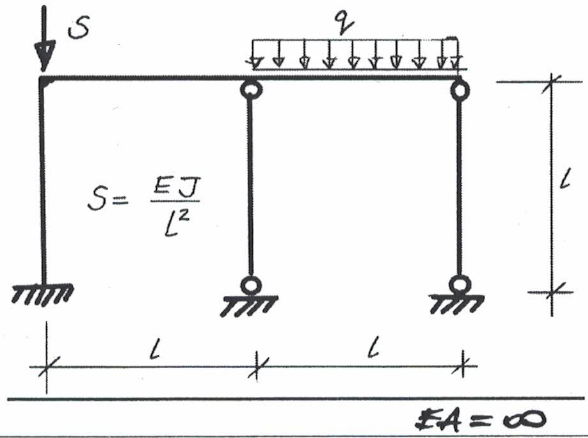
Zadanie 2

Dana jest belka o zmiennej sztywności i zmiennej masie, por. rysunek. Zapisać równania określające pierwszą częstość drgań własnych.
(Given is the beam of varying stiffness and the mass density, see the figure. Write down the equations which determine the first circular eigenfrequency).



Zadanie 3

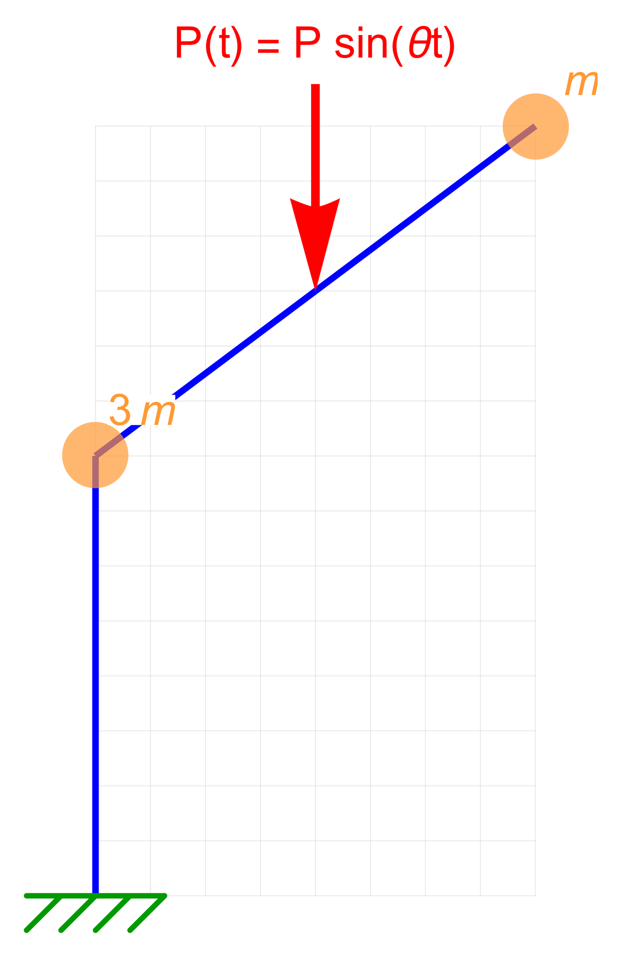
Dana jest rama poddana obciążeniu *q* oraz dużej sile osiowej S, por. rysunek. Zapisać układ równań metody przemieszczeń.
(Given is the frame of inextensional bars, subject to the big axial force S and –to the distributed transverse load of intensity q, see the figure. Write down the equations of the displacement method).



Egz. MK2/MoS2 20.06.2022, Zadanie 1.

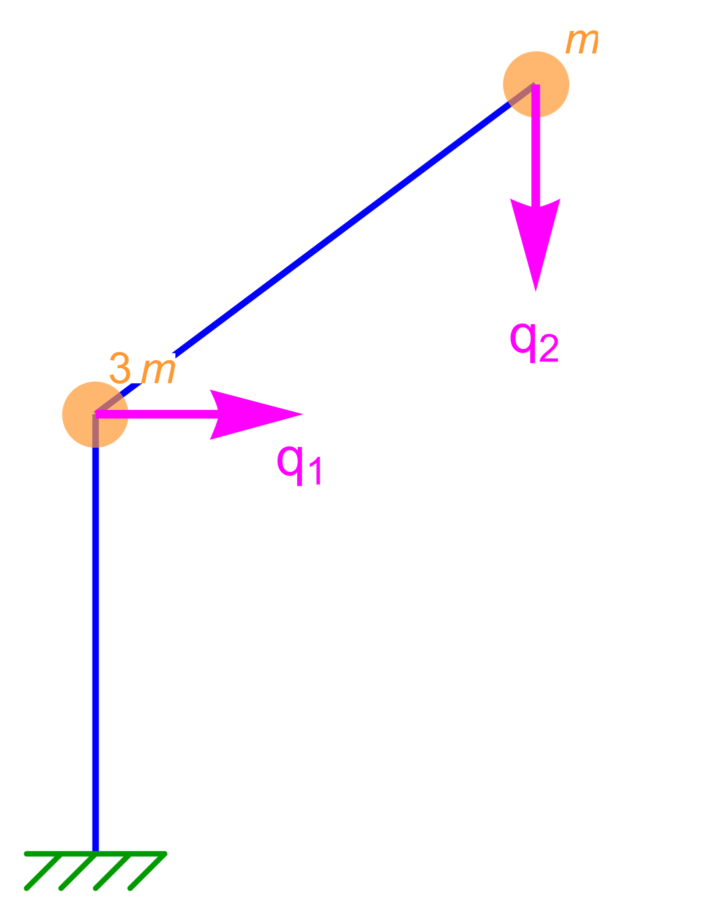
Obliczyć amplitudę reakcji poziomej w utwierdzeniu.

Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki – l, $\theta=\sqrt{\frac{EJ}{l^3 m}}$):

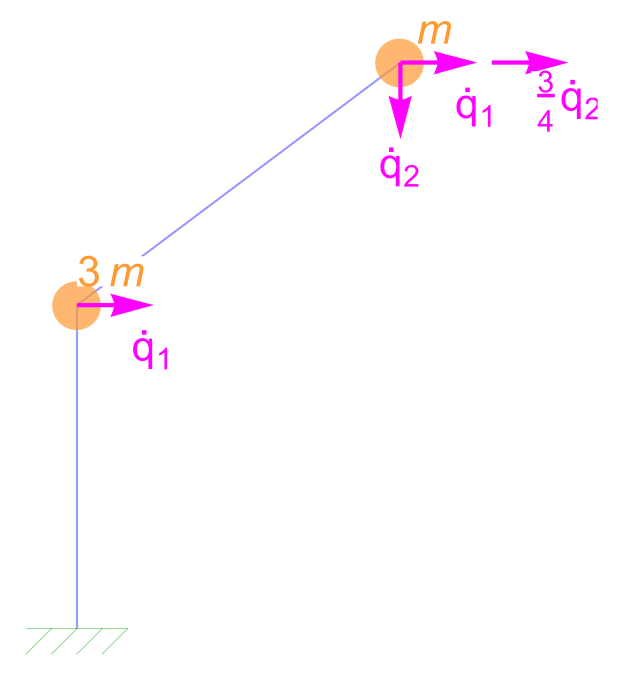


Zadanie statyki konstrukcji jest statycznie wyznaczalne.

Współrzędne Lagrange'a:



Plan predkosci:



Energia kinetyczna jako forma kwadratowa wektora $\dot{\mathbf{q}}$:

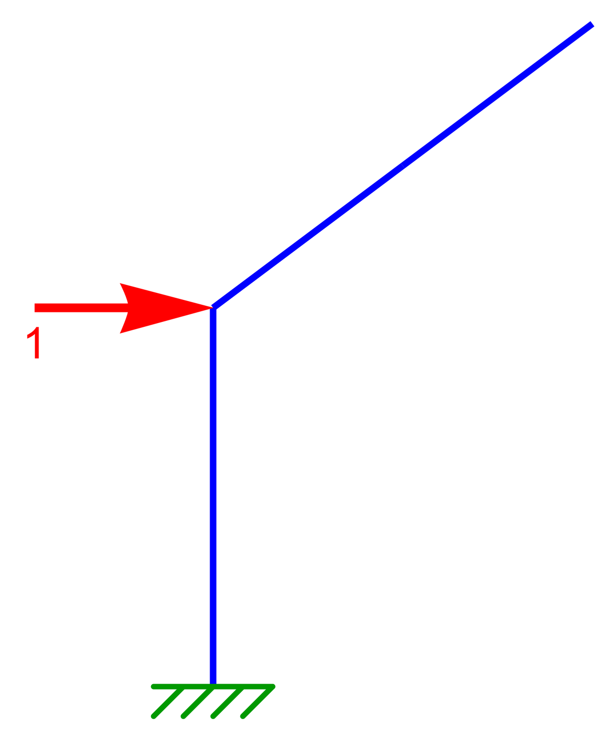
$$2\,E_k\,(\dot{\mathbf{q}}) = 3\,m\,\dot{q}_1^{\,2} + m\left[\left(\dot{q}_1 + \tfrac{3}{4}\,\dot{q}_2\right)^2 + \dot{q}_2^{\,2}\right] = 4\,m\,\dot{q}_1^{\,2} + \tfrac{3}{4}\,m\,\dot{q}_1\,\dot{q}_2 + \tfrac{3}{4}\,m\,\dot{q}_2\,\dot{q}_1 + \tfrac{25}{16}\,m\,\dot{q}_2^{\,2} = \dot{\mathbf{q}}^T\,\mathbf{M}\,\dot{\mathbf{q}}$$

Macierz mas:

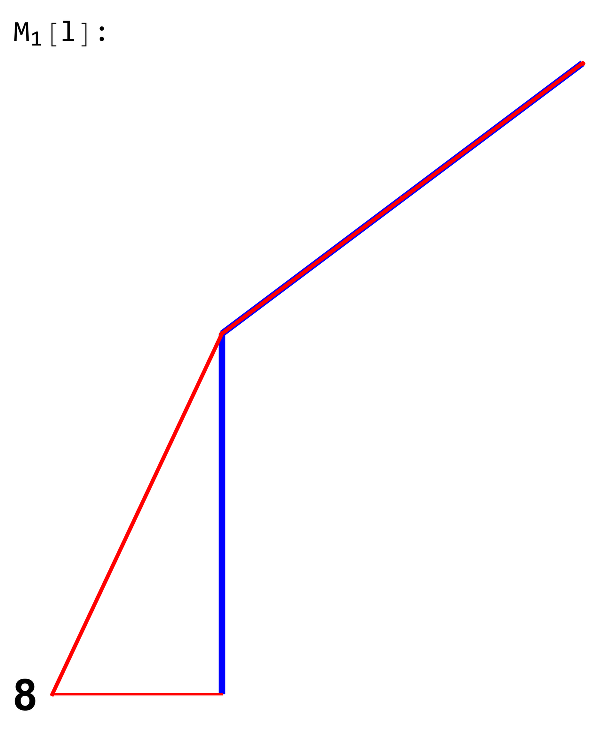
$$\mathbf{M} = m\begin{pmatrix} 4 & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} & \frac{25}{16} \end{pmatrix}$$

Wykresy momentów zginających od jednostkowych sił bezwładności:

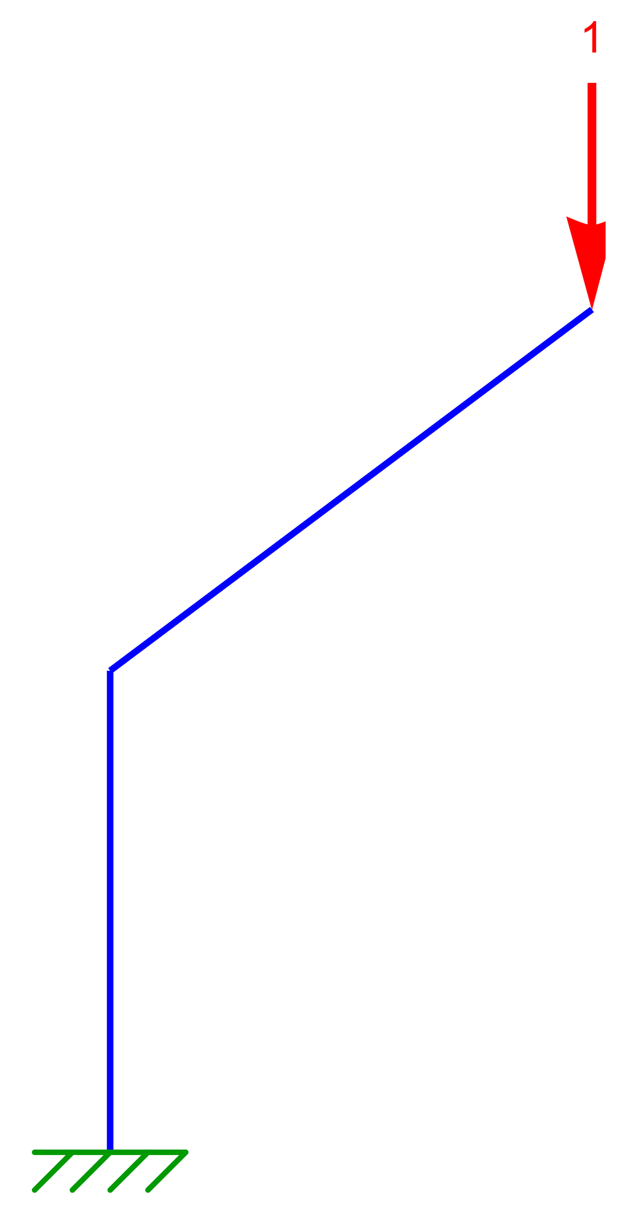
– od q_1:



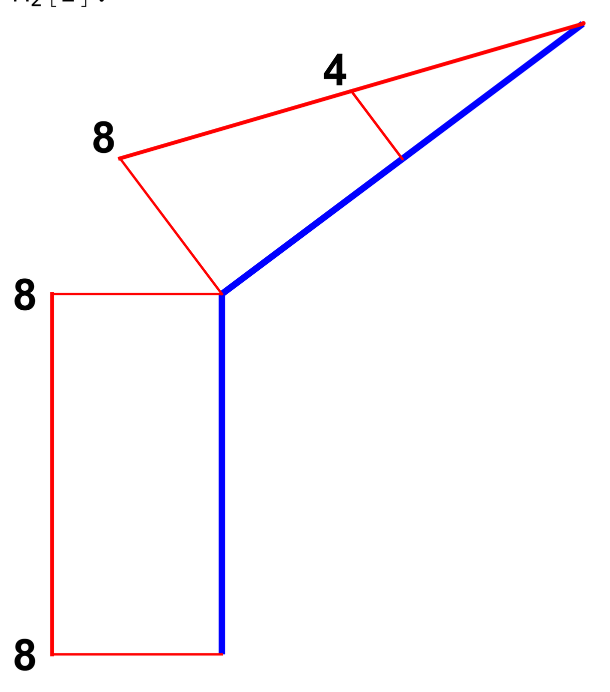
$M_1[l]$:



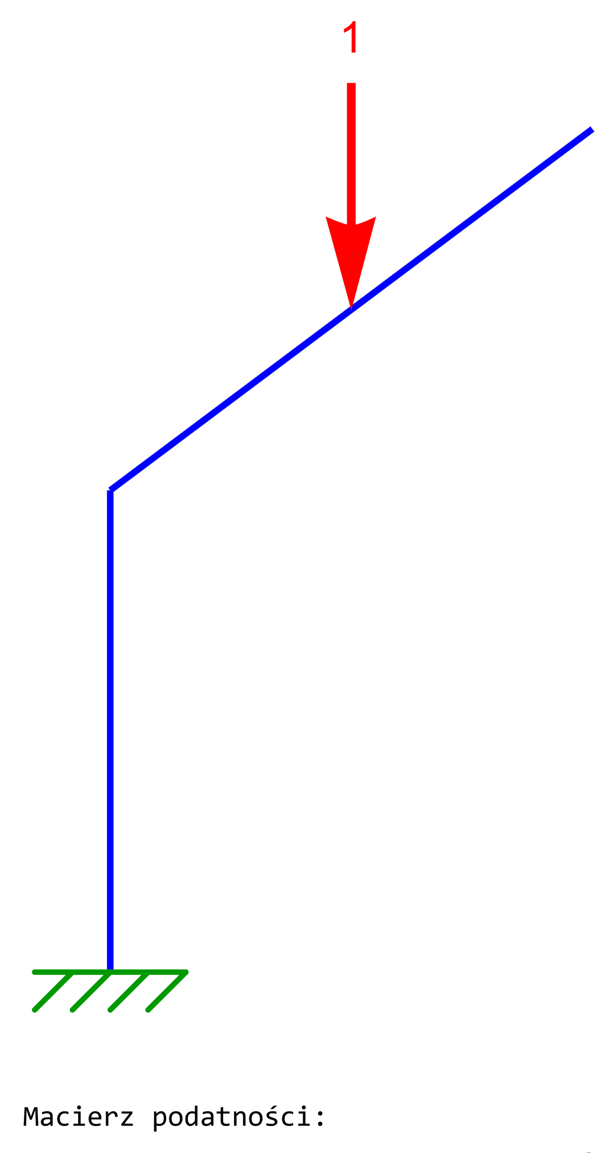
– od q_2:



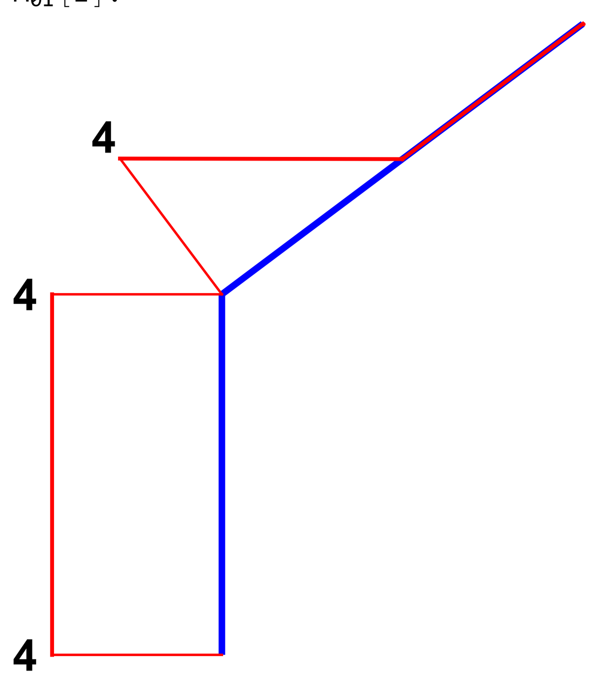
$M_2[l]$:



Wykresy momentów zginających od jednostkowego obciążenia wymuszającego:



$M_{01}[l]$:



Macierz podatności:

$$d_{11} = \frac{1}{EJ}\left[\left(\frac{1}{2}\cdot 8l\cdot 8\,l\right)\left(\frac{2}{3}\cdot 8l\right)\right]_1 = \frac{512}{3}\,\frac{l^3}{EJ}$$

$$d_{12} = d_{21} = \frac{1}{EJ}\left[\left(\frac{1}{2}\cdot 8l\cdot 8\,l\right)(8l)\right]_1 = 256\,\frac{l^3}{EJ}$$

$$d_{22} = \frac{1}{EJ}\left[(8l\cdot 8\,l)(8l)\right]_1 + \frac{1}{EJ}\left[\left(\frac{1}{2}\cdot 8l\cdot 5\,l\right)\left(\frac{2}{3}\cdot 8l+\frac{1}{3}\cdot 4l\right)+\left(\frac{1}{2}\cdot 4l\cdot 5\,l\right)\left(\frac{1}{3}\cdot 8l+\frac{2}{3}\cdot 4l\right)\right]_2 + \frac{1}{EJ}\left[\left(\frac{1}{2}\cdot 4l\cdot 5\,l\right)\left(\frac{2}{3}\cdot 4l\right)\right]_3 = \frac{2176}{3}\,\frac{l^3}{EJ}$$

$$\mathbf{D} = \frac{l^3}{EJ}\begin{pmatrix} \frac{512}{3} & 256 \\ 256 & \frac{2176}{3} \end{pmatrix}$$

Przemieszczenia od jednostkowego obciążenia wymuszającego:

$$d_{10} = \frac{1}{EJ}\left[(4l\cdot 8\,l)\left(\frac{1}{2}\cdot 8l\right)\right]_1 = 128\,\frac{l^3}{EJ}$$

$$d_{20} = \frac{1}{EJ}\left[(4l\cdot 8\,l)(8l)\right]_1 + \frac{1}{EJ}\left[\left(\frac{1}{2}\cdot 4l\cdot 5\,l\right)\left(\frac{2}{3}\cdot 8l+\frac{1}{3}\cdot 4l\right)\right]_2 = \frac{968}{3}\,\frac{l^3}{EJ}$$

ZADANIE DRGAŃ HARMONICZNYCH

– poszukiwanie funkcji przemieszczeń postaci:

$$\mathbf{q}\,(t) = \mathbf{a}\,\sin(\theta\,t) = \mathbf{a}\,\sin\left(\left(\frac{EJ}{l^3\,m}\right)^{0.500}\,t\right)$$

– równania ruchu:

$$(\,\mathbf{I} - \theta^2\,\mathbf{D}\,\mathbf{M}\,)\,\mathbf{a} = \mathbf{d_0}\,P$$

$$\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - 1.0000\begin{pmatrix} \frac{512}{3} & 256 \\ 256 & \frac{2176}{3} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} & \frac{25}{16} \end{pmatrix}\right)\mathbf{a} = \frac{l^3\,P}{EJ}\begin{pmatrix} 128 \\ \frac{968}{3} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{2621}{3} & -528 \\ -1568 & -\frac{3973}{3} \end{pmatrix}\mathbf{a} = \frac{l^3\,P}{EJ}\begin{pmatrix} 128 \\ \frac{968}{3} \end{pmatrix}$$

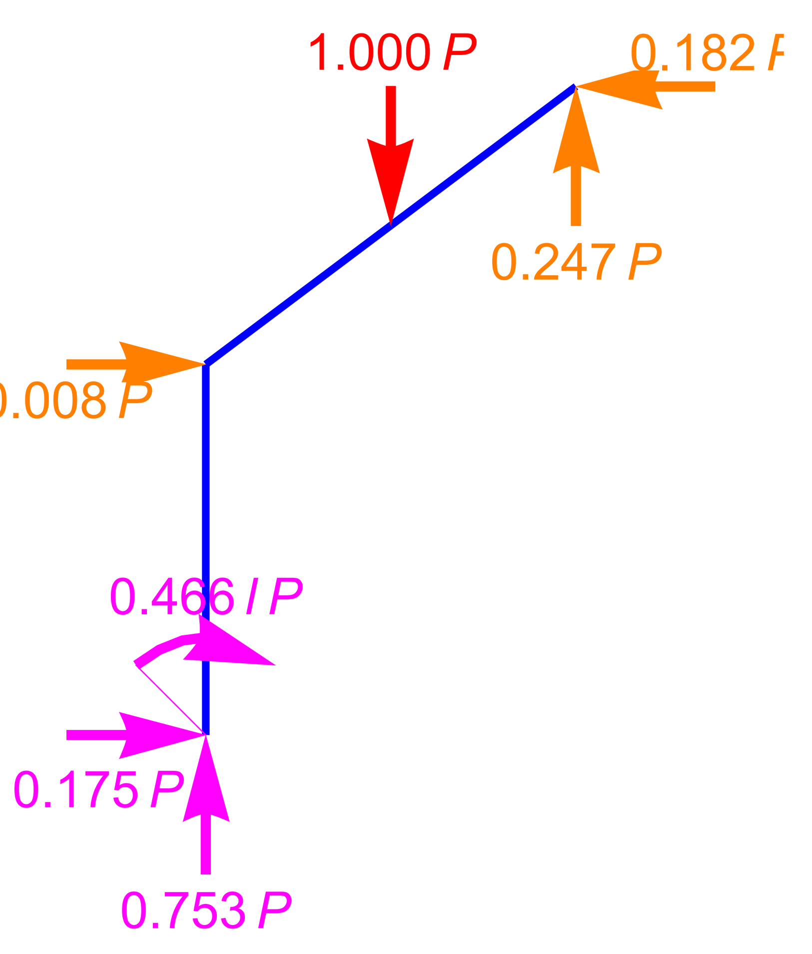
Wektor amplitud przemieszczeń:

$$\mathbf{a} = \frac{l^3\,P}{EJ}\begin{pmatrix} 0.003 \\ -0.247 \end{pmatrix}$$

Wektor prac wirtualnych sił bezwładności:

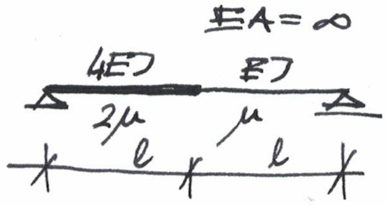
$$\hat{\mathbf{B}} = \theta^2\,\mathbf{M}\,\mathbf{a} = \frac{EJ}{l^3\,m}\,m\begin{pmatrix} 4 & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} & \frac{25}{16} \end{pmatrix}\frac{l^3\,P}{EJ}\begin{pmatrix} 0.003 \\ -0.247 \end{pmatrix} = P\begin{pmatrix} -0.175 \\ -0.384 \end{pmatrix}$$

Amplitudy sił działających na konstrukcje:



Zadanie przygotował Karol Bołbotowski.

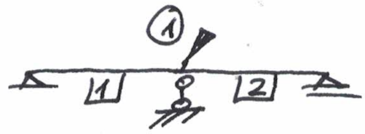
Egzamin MK II 20 VI 2022 Zadanie 2



Równania równowagi

$$\phi_1^1 + \phi_1^2 = 0$$

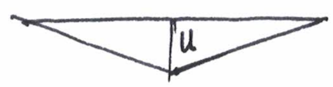
$$\lambda_1 = \sqrt[4]{\frac{1}{2}}\,\lambda$$



$$-\left(W_1^1 \bar{u} + W_1^2 \bar{u}\right) = 0$$

$$\lambda_2 = \lambda$$

Plan przemieszczeń



$$\phi_1^1 = \frac{4EJ}{l}\left[\alpha'\left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\lambda\right)\varphi_1 - \vartheta'\left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\lambda\right)\frac{u}{l}\right]$$

$$\phi_1^2 = \frac{EJ}{l}\left[\alpha'(\lambda)\varphi_1 + \vartheta'(\lambda)\frac{u}{l}\right]$$

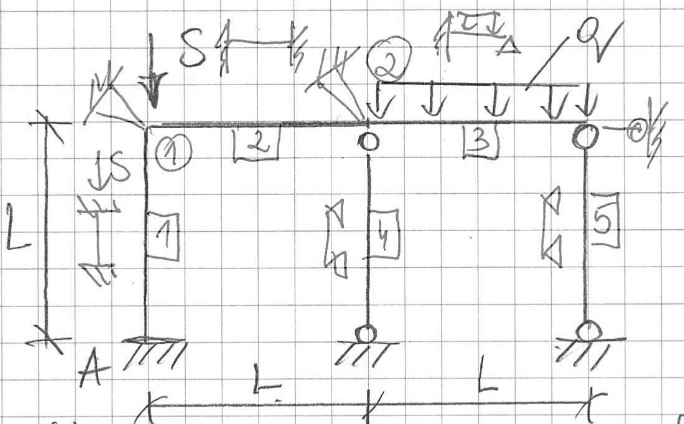
$$W_1^1 = -\frac{4EJ}{l^2}\left[\vartheta'\left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\lambda\right)\varphi_1 - \gamma'\left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\lambda\right)\frac{u}{l}\right]$$

$$W_1^2 = \frac{EJ}{l^2}\left[\vartheta'(\lambda)\varphi_1 + \gamma'(\;\lambda)\frac{u}{l}\right]$$

$$\frac{EJ}{l}\begin{bmatrix} 4\alpha'\left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\lambda\right) + \alpha'(\lambda) & -4\vartheta'\left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\lambda\right) + \vartheta'(\lambda) \\ -4\vartheta'\left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\lambda\right) + \vartheta'(\lambda) & 4\gamma'\left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\lambda\right) + \gamma'(\lambda) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \frac{u}{l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\det\left(K(\lambda)\right) = 0 \rightarrow \lambda^{(1)}, \lambda^{(2)} \ldots$$

ZAD. 3. EGZAMIN MK2 (ST) 20.06.2022 r.



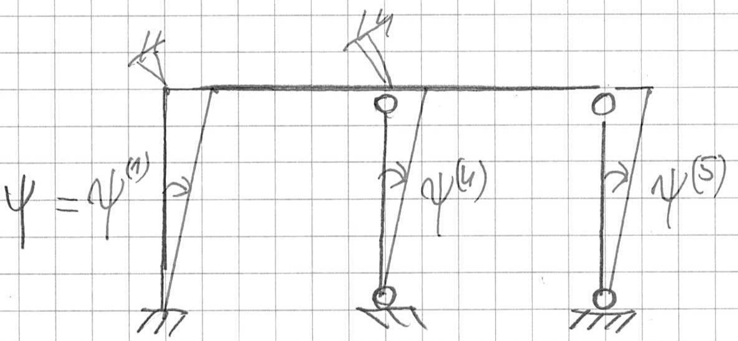
$$S = \frac{EJ}{L^2}$$

$$EA \to \infty$$

$$\sigma = l\sqrt{\frac{S}{EJ}} = 1$$

$$q = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \psi \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned} l^{(1)} &= L \\ L^{(2)} &= L \\ l^{(3)} &= L \end{aligned}\right| \; EJ \; \left|\begin{aligned} S^{(1)} &= S \\ S^{(2)} &= 0 \\ S^{(3)} &= 0 \end{aligned}\right| \; \begin{aligned} \sigma^{(1)} &= l\sqrt{\frac{S}{EJ}} = 1 \\ \sigma^{(2)} &= 0 \\ \sigma^{(3)} &= 0 \end{aligned} \; \left|\begin{aligned} \psi^{(1)} &= \psi \\ \psi^{(2)} &= 0 \\ \psi^{(3)} &= 0 \end{aligned}\right.$$



RÓWNANIA RÓWNOWAGI

1) $\Sigma M_1 = 0 \Rightarrow \phi_1^{(1)} + \phi_1^{(2)} = 0$

2) $\Sigma M_2 = 0 \Rightarrow \phi_2^{(2)} + \phi_2^{(3)} = 0$

3) $\left(\phi_A^{(1)} + \phi_1^{(1)}\right) \cdot \bar{\psi} + S \cdot l \cdot \psi \cdot \bar{\psi} + \bar{L}_z = 0$

$\bar{L}_z = 0 \qquad \bar{\psi} = -1 \Rightarrow -\phi_A^{1} - \phi_1^{1} - S \cdot l \cdot \psi = 0$

$S = \frac{EJ}{L^2}$

WZORY TRANSFORMACYJNE

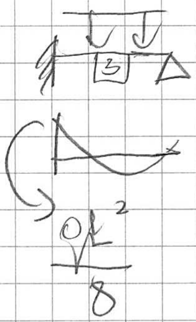
$$\phi_A^{(1)} = \frac{EJ}{L}\left[\beta(1)\varphi_1 - \vartheta(1)\cdot\psi\right] = \frac{EJ}{L}\left[2{,}034\varphi_1 - 5{,}899\psi\right]$$

$$\phi_1^{(1)} = \frac{EJ}{L}\left[\alpha(1)\varphi_1 - \vartheta(1)\cdot\psi\right] = \frac{EJ}{L}\left[3{,}865\varphi_1 - 5{,}899\psi\right]$$

$$\phi_1^{(2)} = \frac{2EJ}{L}\left(2\varphi_1 + \varphi_2\right)$$

$$\phi_2^{(2)} = \frac{2EJ}{L}\left[\varphi_1 + 2\varphi_2\right]$$

c.d. ZAD3. EGZAMIN MK2 (ST) 20.06.2022r.



$$\varphi_2^{(3)} = \frac{3EJ}{L}\varphi_1 - \frac{qL^2}{8}$$

$$\frac{EJ}{L}\begin{bmatrix} 3{,}865+4 & 2 & -5{,}899 \\ 2 & 4+3 & 0 \\ -2{,}034-3{,}865 & 0 & 2\cdot 5{,}899-1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{8} \\ 0 \end{bmatrix} qL^2$$