Egzamin pisemny z Mechaniki Konstrukcji II, 11 II 2022 r.

NAZWISKO imię				
Grupa	Data zaliczenia ćwiczeń		Numer albumu	
Ocena zadania 1	Ocena zadania 2		Ocena z egzaminu	Ocena łączna Data

Początek: 9.00. Do 9.50 należy opracować zadanie a do 10.00 przesłać rozwiązanie pod TEAMS
Na kartce z rozwiązaniem należy napisać:

Oświadczam, że niniejsza praca stanowiąca podstawę do osiągnięcia efektów uczenia się z przedmiotu Mechanika Konstrukcji została wykonana przeze mnie samodzielnie.
Imię i nazwisko (czytelnie)
Nr albumu
(czytelnie)

Time slot for solving: 9:00 - 9:50. Time slot for handing in: 9:50 - 10:00

Solution MUST be handed in via MS Teams.

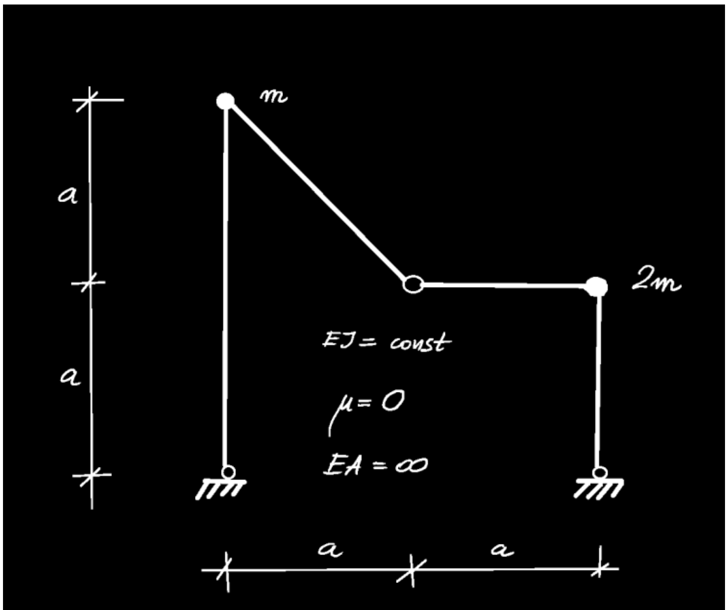
The following declaration on the own completion has to be attached to each solution:

I declare that this piece of work which is the basis for recognition of achieving learning outcomes in the MoS course was completed on my own.
First and last name ____
Student record book number (Student ID number) _____________________

Zadanie 1

Masa danej ramy jest skoncentrowana w dwu węzłach. Obliczyć pierwszą częstość drgań własnych.

(The mass of the given frame is concentrated at two nodes, see the figure. Find the first natural frequency)



Egzamin pisemny z Mechaniki Konstrukcji II, 11 II 2022 r.

NAZWISKO imię				
Grupa	Data zaliczenia ćwiczeń		Numer albumu	
Ocena zadania 1	Ocena zadania 2		Ocena z egzaminu	Ocena łączna Data

Początek: 10.00. Do 10.50 należy opracować zadanie a do 11.00 przesłać rozwiązanie pod TEAMS
Na kartce z rozwiązaniem należy napisać:

Oświadczam, że niniejsza praca stanowiąca podstawę do osiągnięcia efektów uczenia się z przedmiotu Mechanika Konstrukcji została wykonana przeze mnie samodzielnie.
Imię i nazwisko (czytelnie)
Nr albumu
(czytelnie)

Time slot for solving: 10:00 - 10:50.   Time slot for handing in: 10:50 - 11:00

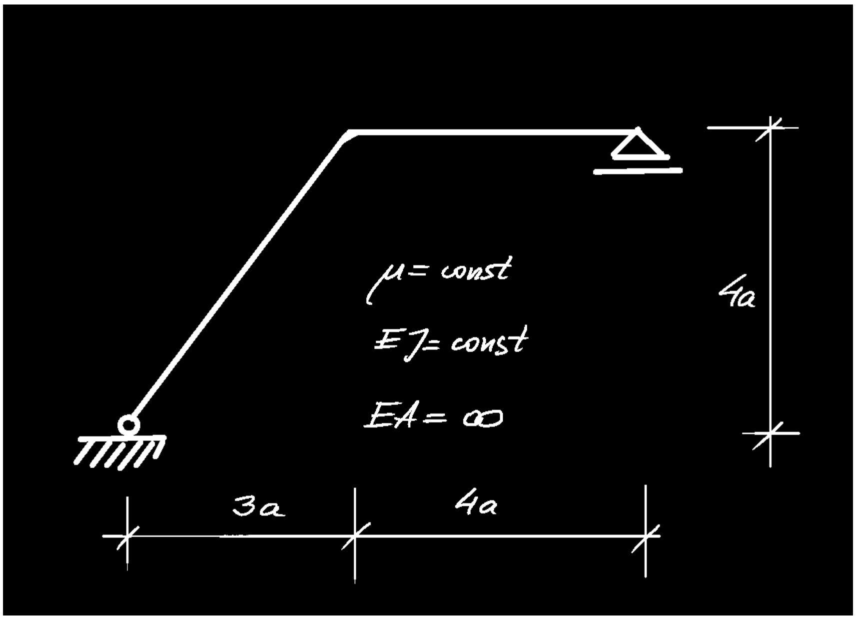
Solution MUST be handed in via MS Teams.

The following declaration on the own completion has to be attached to each solution:

I declare that this piece of work which is the basis for recognition of achieving learning outcomes in the MoS course was completed on my own.
First and last name ____
Student record book number (Student ID number) _____________________

<u>Zadanie 2</u>

Zapisać równania określające pierwszą częstość drgań własnych danej ramy.
(Write down equations which determine the first natural frequency of the given frame)

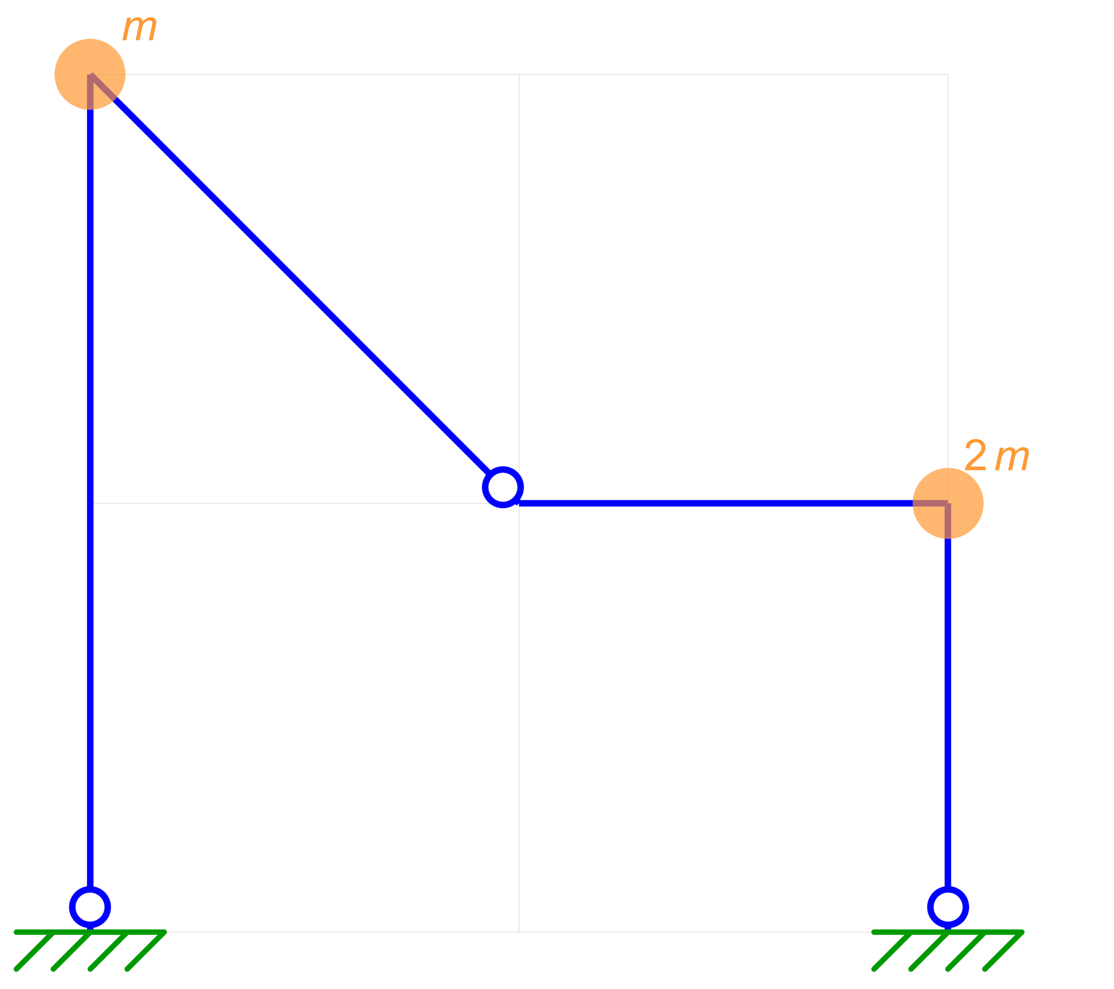


Egzamin MK2 11.02.2022, Zadanie 1

Masa danej ramy jest skoncentrowana w dwu węzłach.

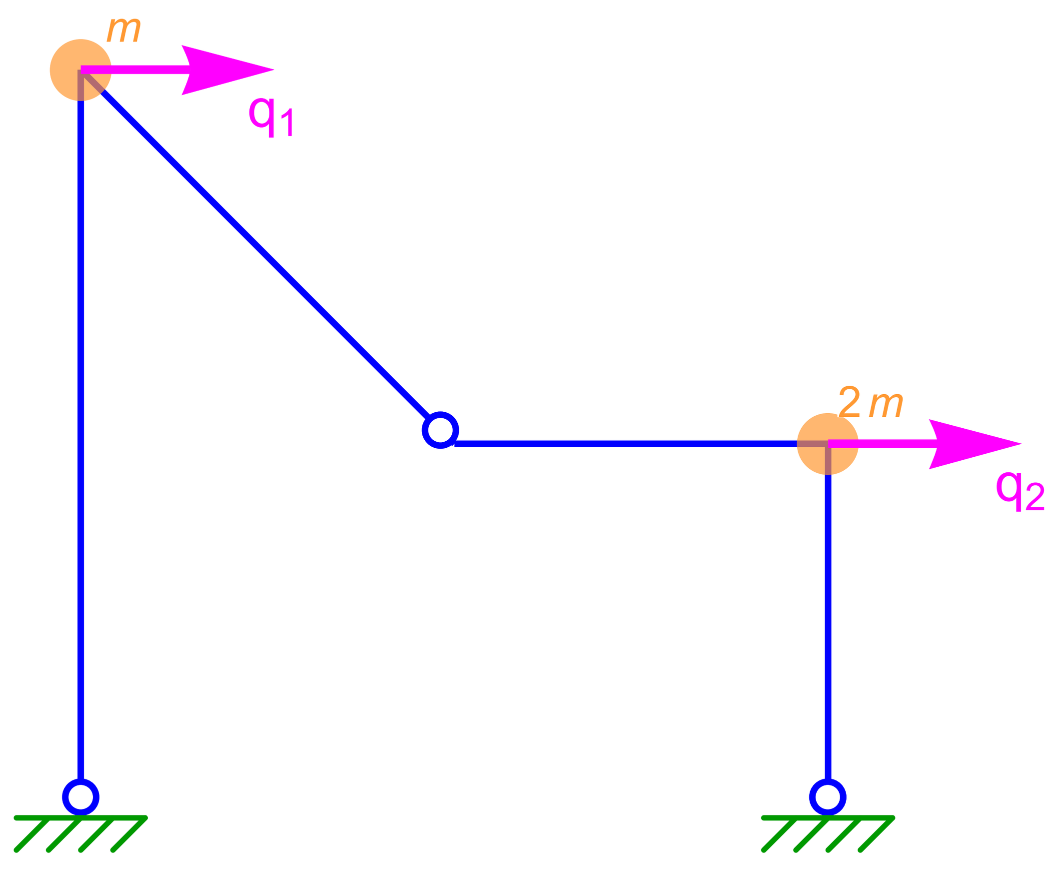
Obliczyć pierwszą częstość drgań własnych.

Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki – l):

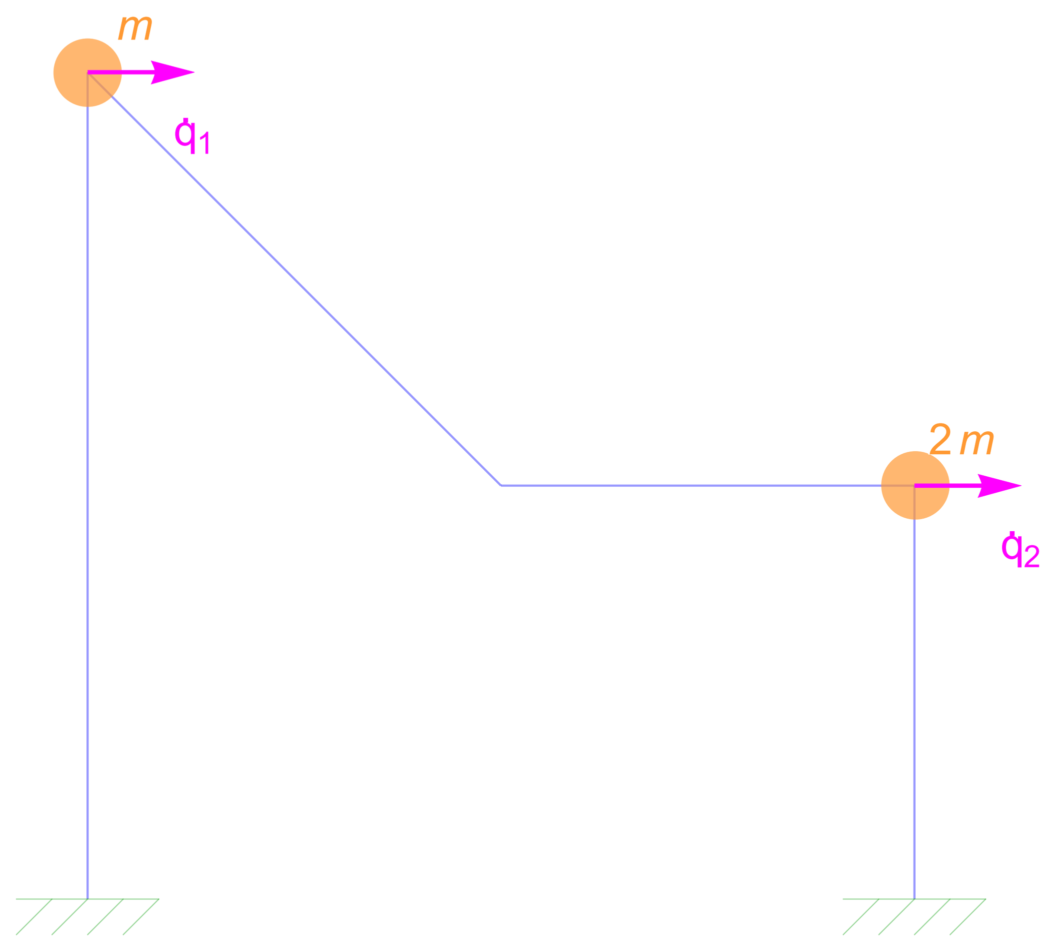


Zadanie statyki konstrukcji jest statycznie wyznaczalne.

Współrzędne Lagrange'a:



Plan predkosci:



Energia kinetyczna jako forma kwadratowa wektora $\dot{\mathbf{q}}$:

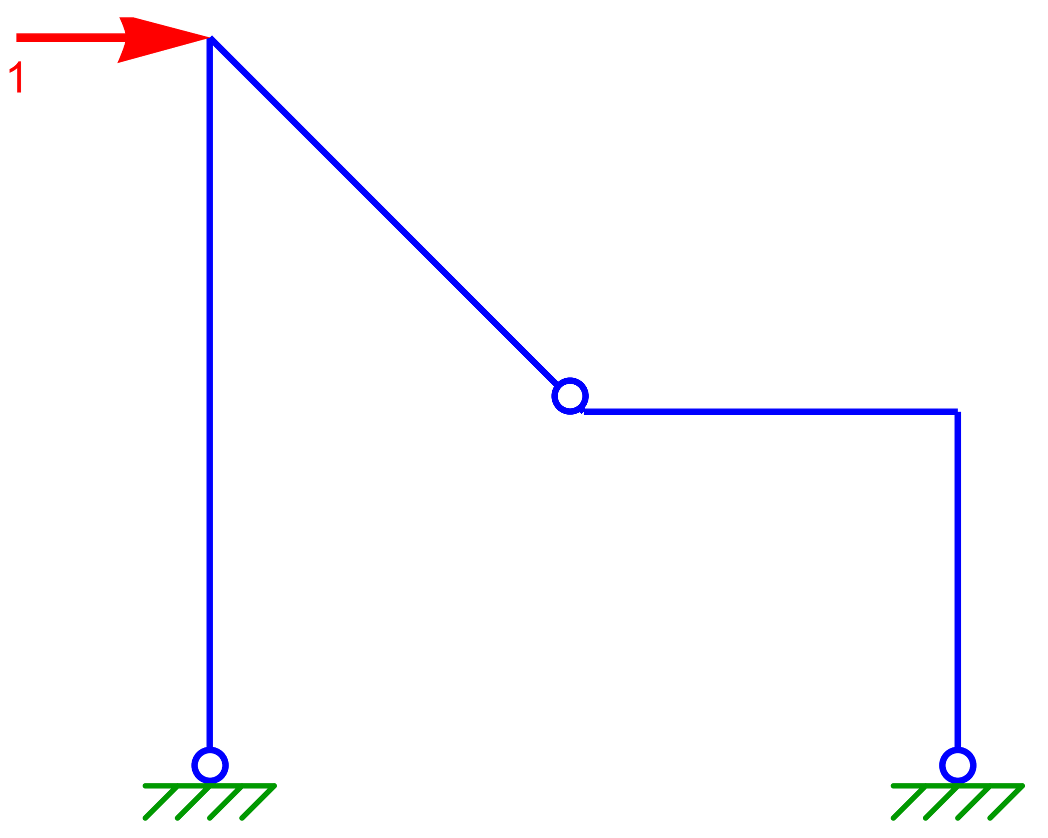
$2\,E_K\,(\,\dot{\mathbf{q}}\,) = m\,\dot{q}_1^{\,2} + 2\,m\,\dot{q}_2^{\,2} = m\,\dot{q}_1^{\,2} + 2\,m\,\dot{q}_2^{\,2} = \dot{\mathbf{q}}^T\,\mathbf{M}\,\dot{\mathbf{q}}$

Macierz mas:

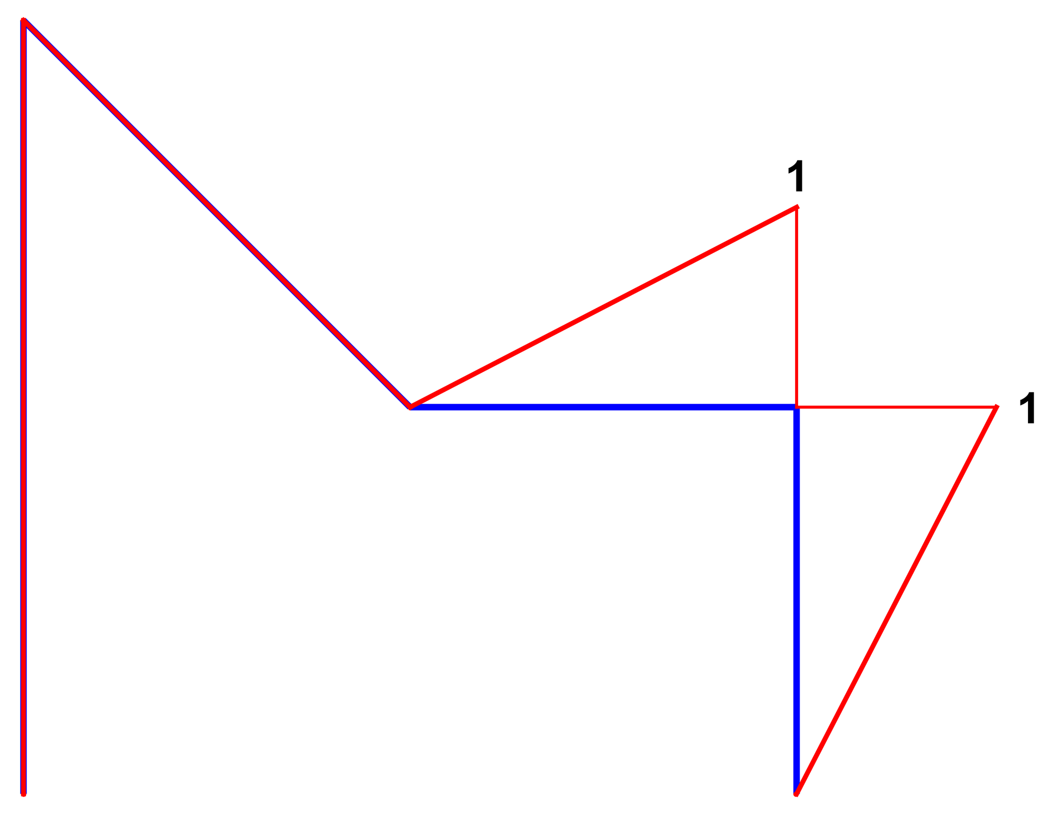
$\mathbf{M} = m \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

Wykresy momentów zginających od jednostkowych sił bezwładności:

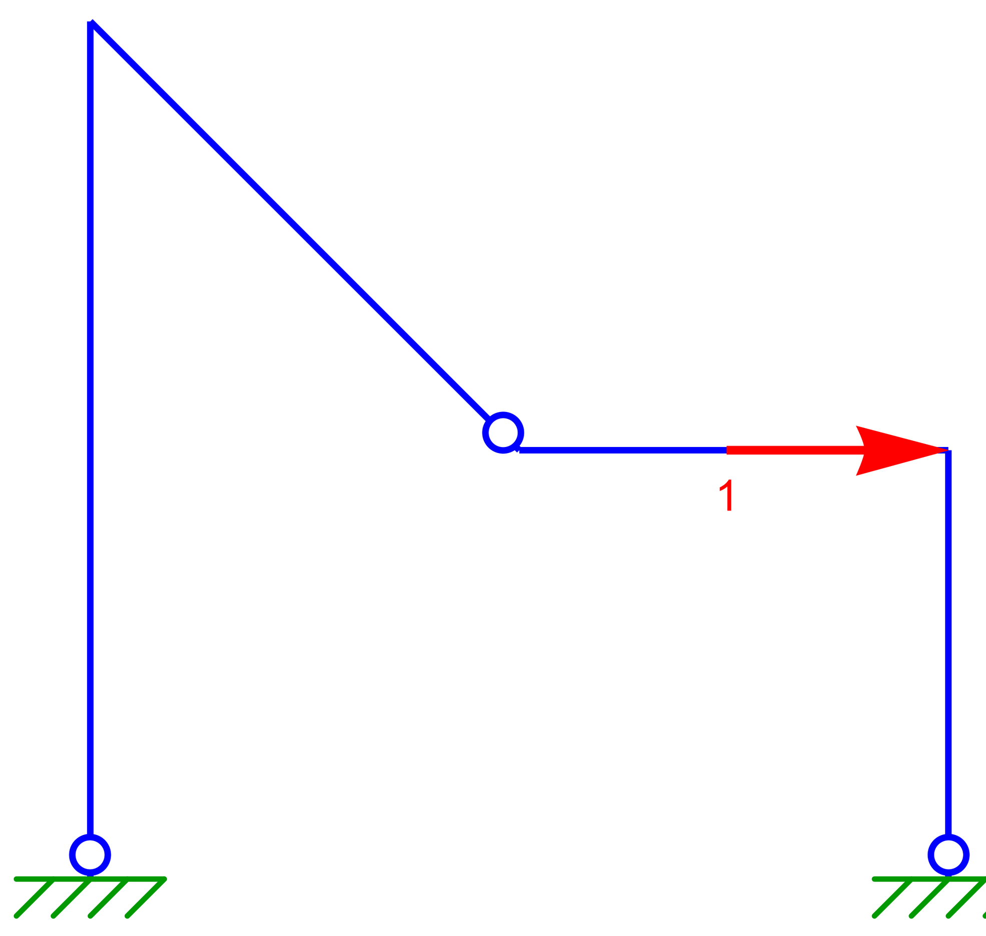
– od q_1:



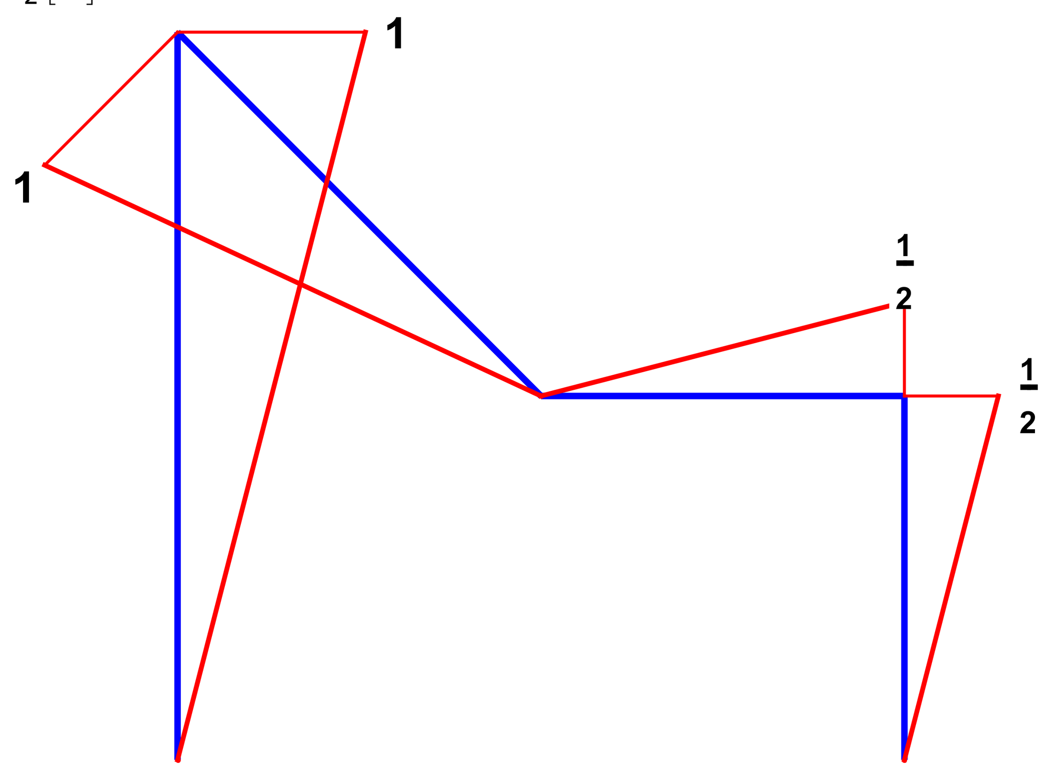
$M_1\,[\,l\,]$:



– od q_2:



$M_2\,[\,l\,]$:



Macierz podatności:

$d_{11} = \frac{1}{EJ}\left[\left(\frac{1}{2}\cdot l\cdot l\right)\left(\frac{2}{3}\cdot l\right)\right]_3 + \frac{1}{EJ}\left[\left(\frac{1}{2}\cdot l\cdot l\right)\left(\frac{2}{3}\cdot l\right)\right]_4 = 0.667\,\frac{l^3}{EJ}$

$d_{12} = d_{21} = \frac{1}{EJ}\left[\left(\frac{1}{2}\cdot l\cdot l\right)\left(\frac{2}{3}\cdot \frac{1}{2}l\right)\right]_3 + \frac{1}{EJ}\left[\left(\frac{1}{2}\cdot l\cdot l\right)\left(\frac{2}{3}\cdot \frac{1}{2}l\right)\right]_4 = 0.333\,\frac{l^3}{EJ}$

$d_{22} = \frac{1}{EJ}\left[\left(\frac{1}{2}\cdot l\cdot 2\,l\right)\left(\frac{2}{3}\cdot l\right)\right]_1 + \frac{1}{EJ}\left[\left(\frac{1}{2}\cdot l\cdot \sqrt{2}\,l\right)\left(\frac{2}{3}\cdot l\right)\right]_2 + \frac{1}{EJ}\left[\left(\frac{1}{2}\cdot \frac{1}{2}l\cdot l\right)\left(\frac{2}{3}\cdot \frac{1}{2}l\right)\right]_3 + \frac{1}{EJ}\left[\left(\frac{1}{2}\cdot \frac{1}{2}l\cdot l\right)\left(\frac{2}{3}\cdot \frac{1}{2}l\right)\right]_4 = 1.305\,\frac{l^3}{EJ}$

$\mathbf{D} = \frac{l^3}{EJ}\begin{pmatrix} 0.667 & 0.333 \\ 0.333 & 1.305 \end{pmatrix}$

ZADANIE DRGAŃ WŁASNYCH:

– poszukiwanie funkcji przemieszczeń postaci:

$\mathbf{q}\,(t) = \mathbf{a}\,\sin(\omega t)$

– zadanie własne:

$(\,\mathbf{I} - \omega^2\,\mathbf{D}\,\mathbf{M}\,)\,\mathbf{a} = \mathbf{0}$

– równanie charakterystyczne $\left(\lambda = \frac{\omega^2\,l^3\,m}{EJ}\right)$:

$\det\,(\,\mathbf{I} - \omega^2\,\mathbf{D}\,\mathbf{M}\,) = 0$

$\det\left(\begin{pmatrix} 1.000 - 0.667\,\lambda & -0.667\,\lambda \\ -0.333\,\lambda & 1.000 - 2.609\,\lambda \end{pmatrix}\right) = 1.000 - 3.276\,\lambda + 1.517\,\lambda^2 = 0$

$\lambda^{(1)} = 0.36794$, $\lambda^{(2)} = 1.79107$

Częstości drgań własnych:

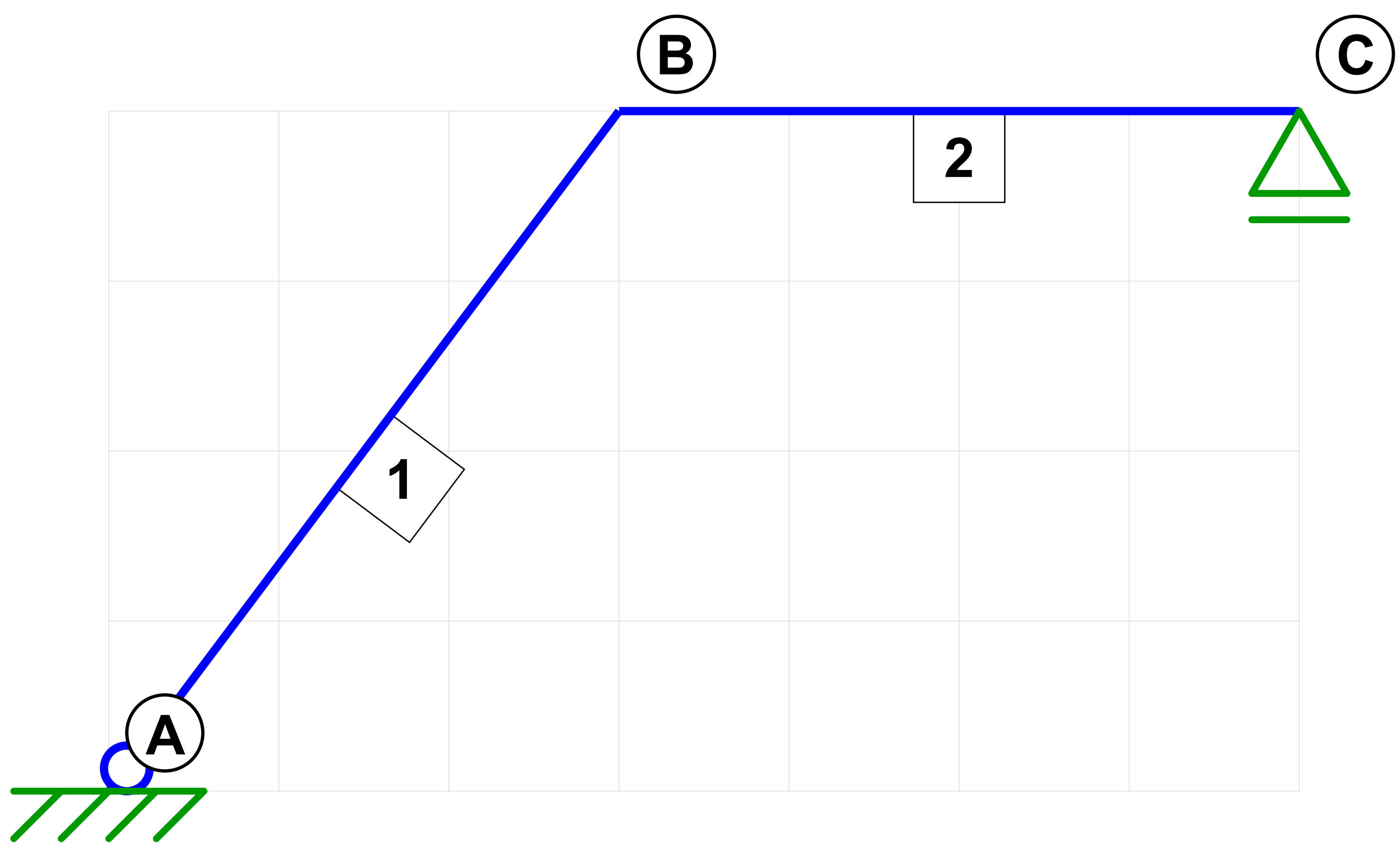
$\omega^{(1)} = 0.607\,\sqrt{\frac{EJ}{l^3\,m}}$, $\omega^{(2)} = 1.338\,\sqrt{\frac{EJ}{l^3\,m}}$

Zadanie przygotował Karol Bołbotowski.

Egzamin MK2 11.02.2022, Zadanie 2

Zapisać równania określające pierwszą częstość drgań własnych danej ramy o rozkładzie masy μ = const.

Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki – 1):



Parametry λ w prętach:

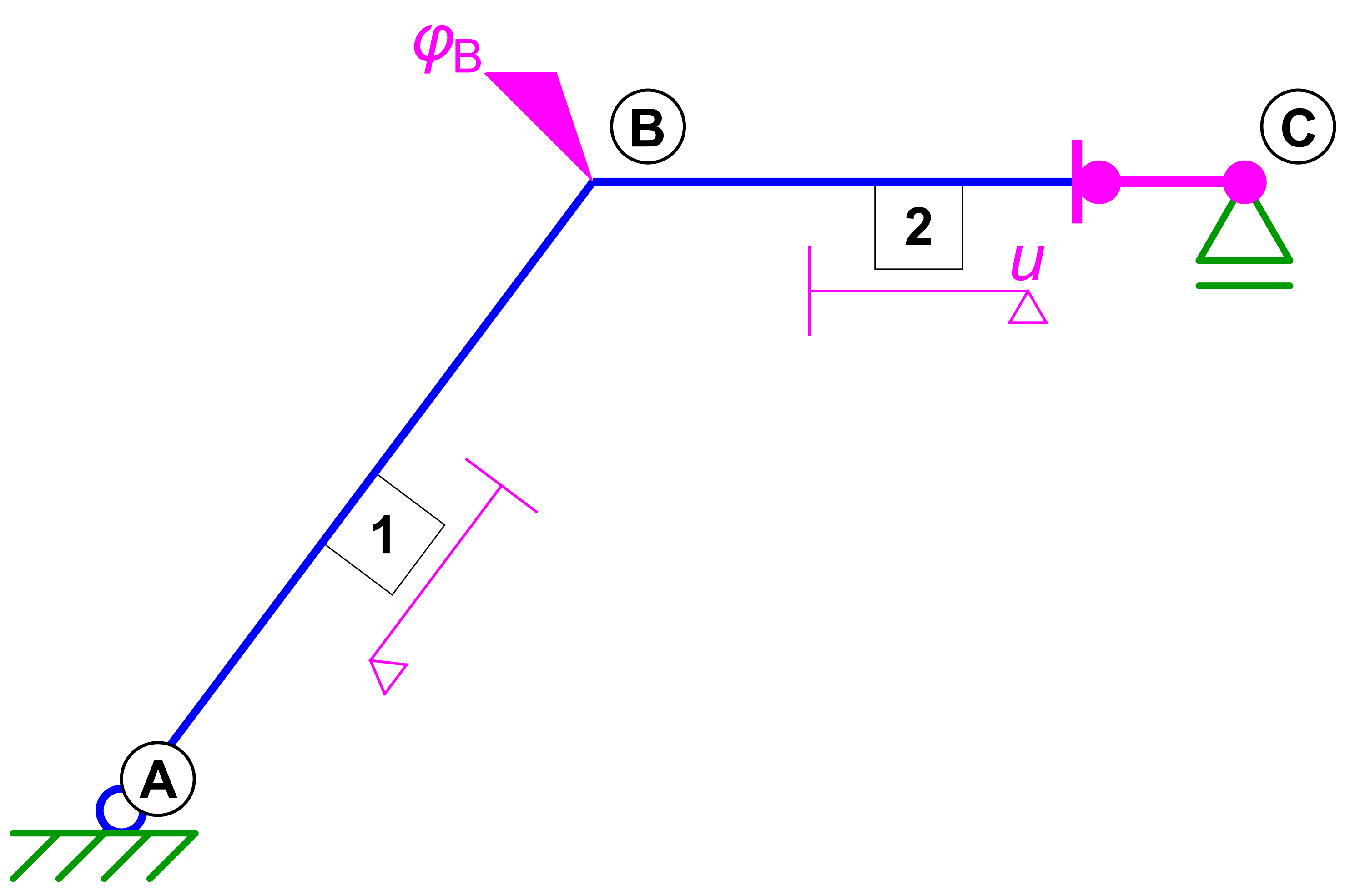
$\lambda_1 = 5\,\lambda$

$\lambda_2 = 4\,\lambda$

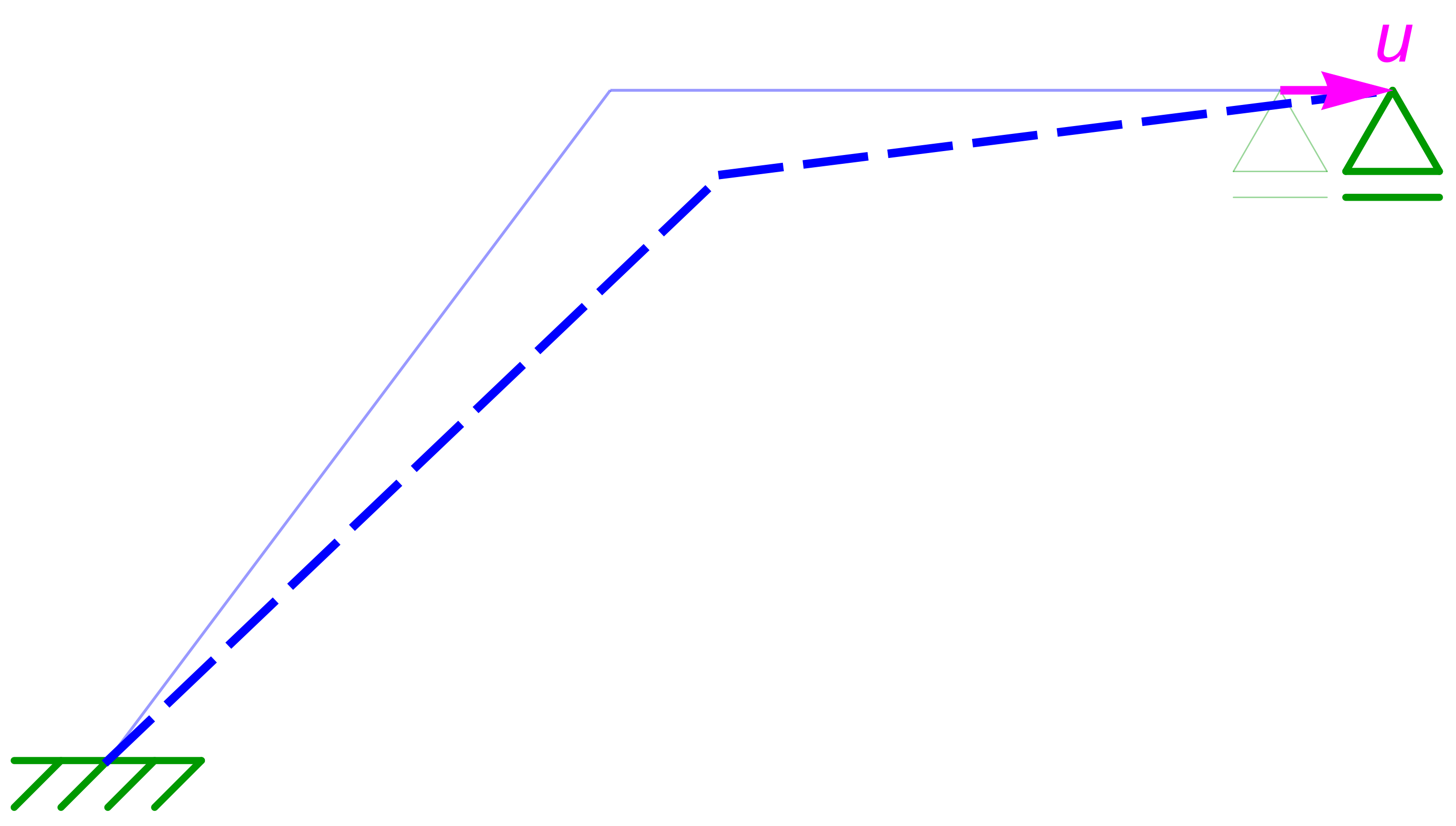
Wektor niewiadomych:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \varphi_B \\ \frac{u}{l} \end{pmatrix}$$

Układ geometrycznie wyznaczalny:



Plan przemieszczeń:



	w_i^K	w_k^K	u^K
Pręt 1:	$w_A^1 = 0$	$w_B^1 = \frac{5}{4}\,u$	$u^1 = 0$
Pręt 2:	$w_B^2 = \frac{3}{4}\,u$	$w_C^2 = 0$	$u^2 = u$

Wzory transformacyjne:

$$\Phi_B^1 = \frac{EJ}{l}\left[\frac{1}{5}\,\alpha'(5\,\lambda)\,\varphi_B - \frac{1}{20}\,\vartheta'(5\,\lambda)\,\frac{u}{l}\right]$$

$$\Phi_B^2 = \frac{EJ}{l}\left[\frac{1}{4}\,\alpha'(4\,\lambda)\,\varphi_B + \frac{3}{64}\,\vartheta'(4\,\lambda)\,\frac{u}{l}\right]$$

$$W_B^1 = \frac{EJ}{l^2}\left[-\frac{1}{25}\,\vartheta'(5\,\lambda)\,\varphi_B + \frac{1}{100}\,\gamma'(5\,\lambda)\,\frac{u}{l}\right]$$

$$W_B^2 = \frac{EJ}{l^2}\left[\frac{1}{16}\,\vartheta'(4\,\lambda)\,\varphi_B + \frac{3}{256}\,\gamma'(4\,\lambda)\,\frac{u}{l}\right]$$

Osiowe siły bezwładności w prętach:

$$B_{||}^2 = \omega^2 \cdot \mu \cdot 4\,l \cdot u = \frac{EJ}{l^2}\left[4\,\lambda^4\,\frac{u}{l}\right]$$

Równania równowagi:

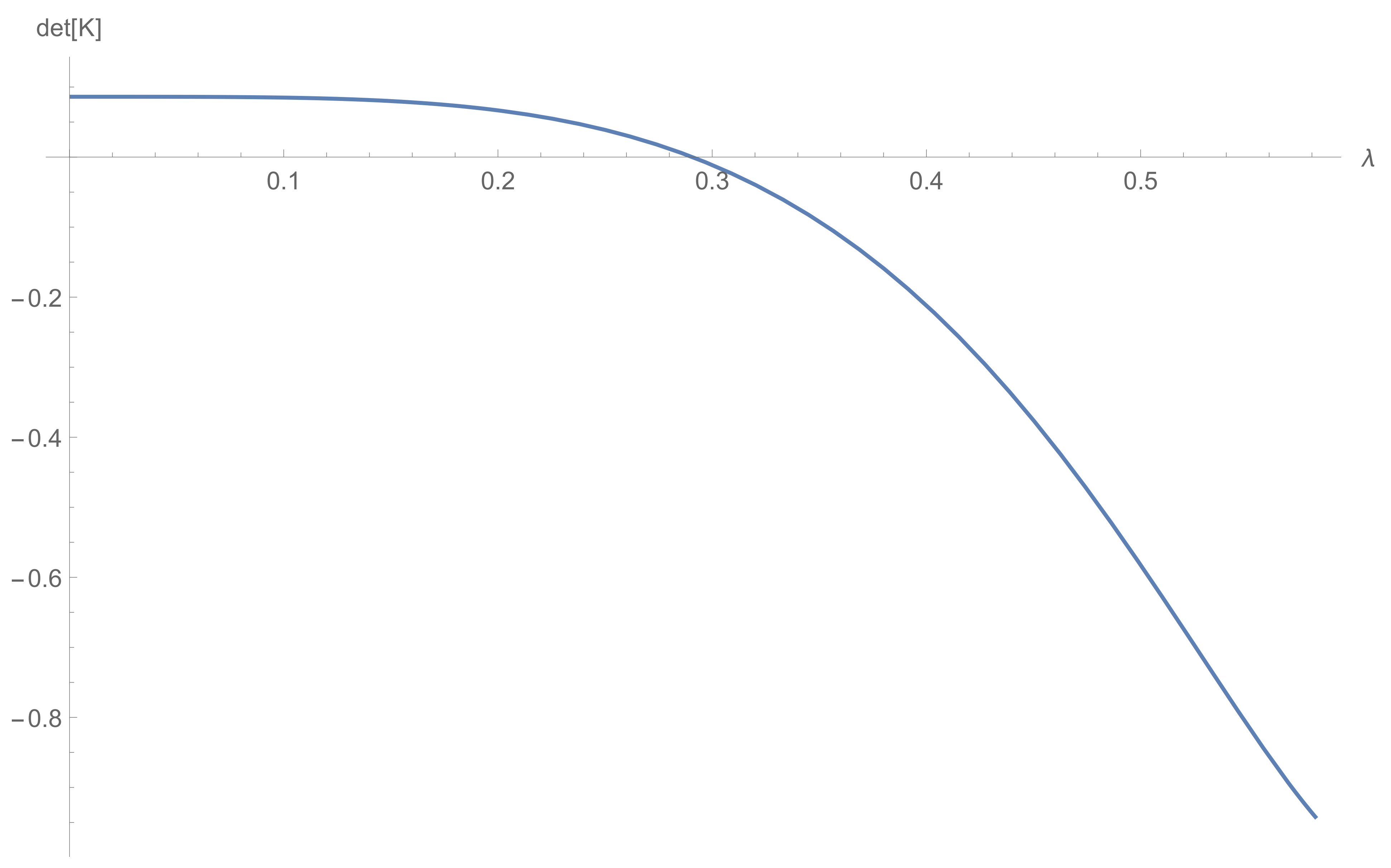
$$\Phi_B^1 + \Phi_B^2 = 0$$

$$-W_B^1 \cdot \frac{5}{4}\,\overline{u} - W_B^2 \cdot \frac{3}{4}\,\overline{u} + B_{||}^2 \cdot \overline{u} = \overline{0}$$

Macierz sztywności konstrukcji:

$$\mathbf{K}(\lambda) = \frac{EJ}{l}\begin{pmatrix} \frac{\alpha'(4\,\lambda)}{4} + \frac{\alpha'(5\,\lambda)}{5} & \frac{3\,\vartheta'(4\,\lambda)}{64} - \frac{\vartheta'(5\,\lambda)}{20} \\ \frac{3\,\vartheta'(4\,\lambda)}{64} - \frac{\vartheta'(5\,\lambda)}{20} & \frac{9\,\gamma'(4\,\lambda)}{1024} + \frac{\gamma'(5\,\lambda)}{80} - 4\,\lambda^4 \end{pmatrix}$$

Wykres wyznacznika macierzy sztywności w zależności od parametru λ:



Pierwsza częstość drgań własnych wynosi $\omega^{(1)} = 0.085\,\frac{\sqrt{\frac{EJ}{\mu}}}{l^2}$

Zadanie przygotował Karol Bołbotowski.