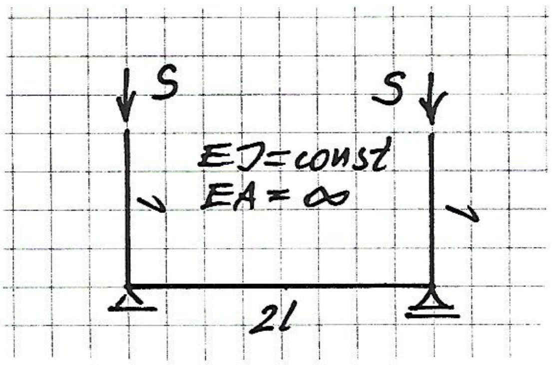
Egzamin z Mechaniki Konstrukcji II, 6 II 2019 r.

Wydział Inżynierii Lądowej, studia stacjonarne

NAZWISKO imię				
Grupa	Data zaliczenia ćwiczeń		Numer albumu	
Ocena zadania 1	Ocena zadania 2	Ocena zadania 3	Ocena z egzaminu	Ocena łączna Data

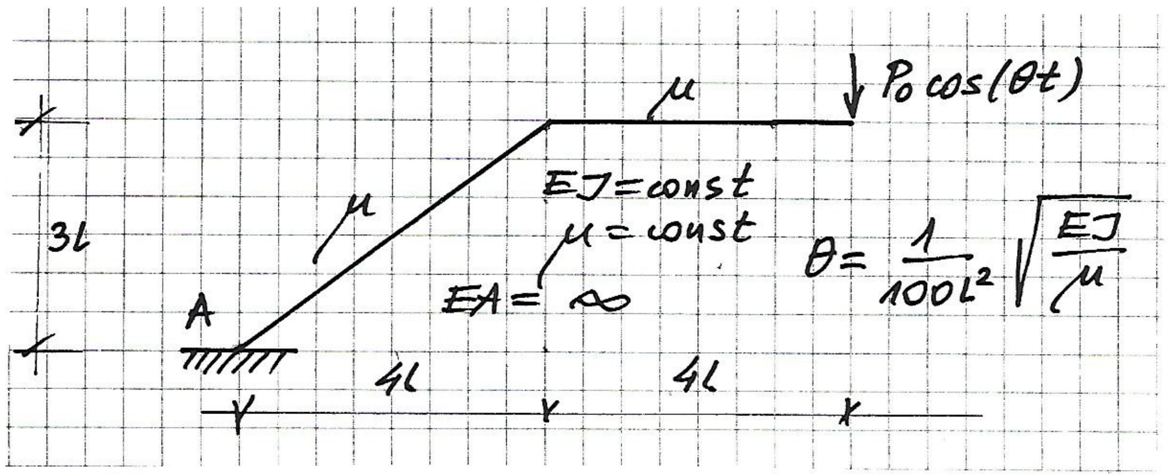
Zadanie 1

Dana jest rama
obciążona dużymi siłami osiowymi.
Znajdź wartość siły krytycznej S.
(For the given frame subjected to big axial forces compute the value of the critical force S)



Zadanie 2

Dana jest rama obciążona siłą harmoniczną. Zapisać równania określające amplitudę momentu zginającego w utwierdzeniu A. *(The frame is subject to the harmonic load. Write down equations which determine the amplitude at the clamped end A.)*

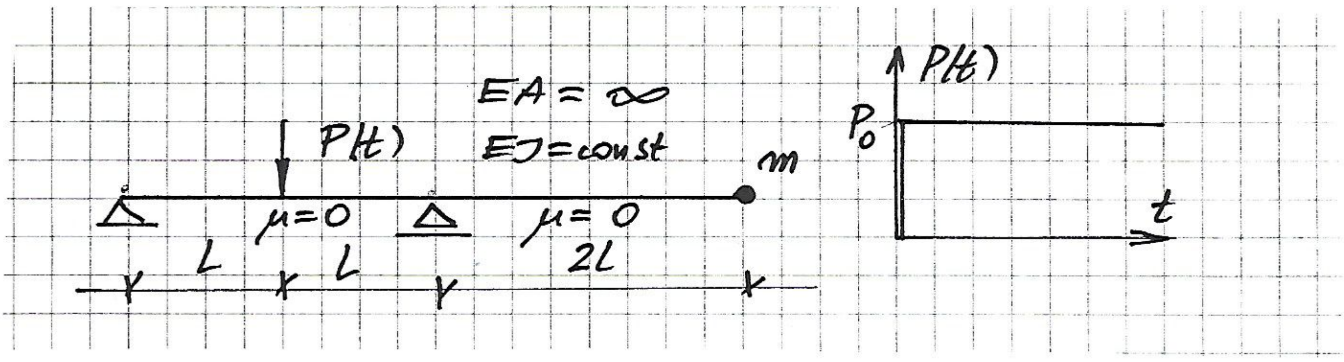


Zadanie 3

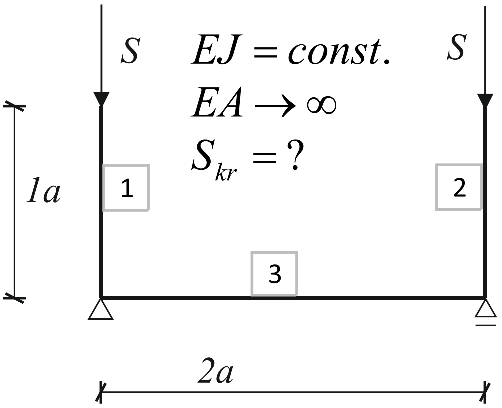
a.Znaleźć częstości drgań własnych danej belki nieważkiej z masą skupioną

b. Rozważyć drgania wywołane nagle przyłożonym obciążeniem. Przyjąć jednorodne warunki początkowe. Znaleźć przemieszczenie masy w dowolnej chwili czasu

(a.Compute the eigenfrequencies of the given weightless beam with a lumped mass
b.Consider the vibrations caused by a suddenly applied load P_0; Assume the homogeneous initial conditions. Find the displacement of the mass at an arbitrary time instant)

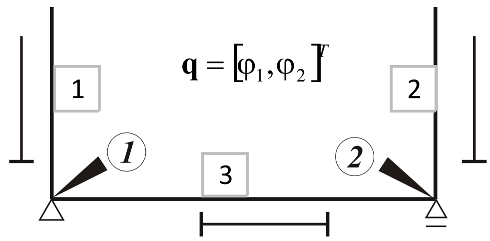


egz. MK2/06.02.2019/zad_1:



UGW:

DSO:
$S_1 = S_2 = S$
$S_3 = 0$



RR:

$$\Phi_1^1 + \Phi_1^3 = 0$$

$$\Phi_2^2 + \Phi_2^3 = 0$$

Wzory transformacyjne:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma, \quad \sigma = a\sqrt{\tfrac{S}{EJ}}$$

$$\sigma_3 = 0$$

$$\Phi_1^1 = \tfrac{EJ}{a}[\alpha'''(\sigma_1)\varphi_1]$$

$$\Phi_2^2 = \tfrac{EJ}{a}[\alpha'''(\sigma_2)\varphi_1]$$

$$\Phi_1^3 = \tfrac{2EJ}{2a}[2\varphi_1 + \varphi_2]$$

$$\Phi_2^3 = \tfrac{2EJ}{2a}[\varphi_1 + 2\varphi_2]$$

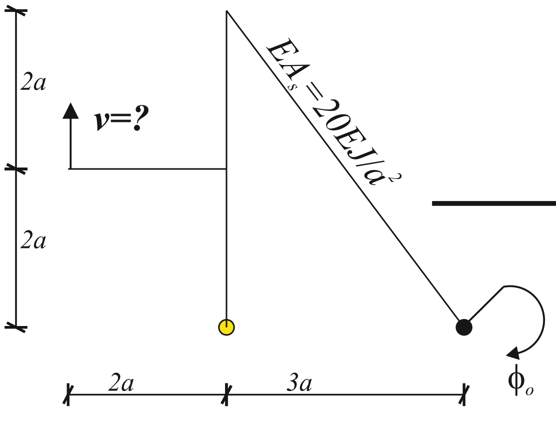
Macierz UR:

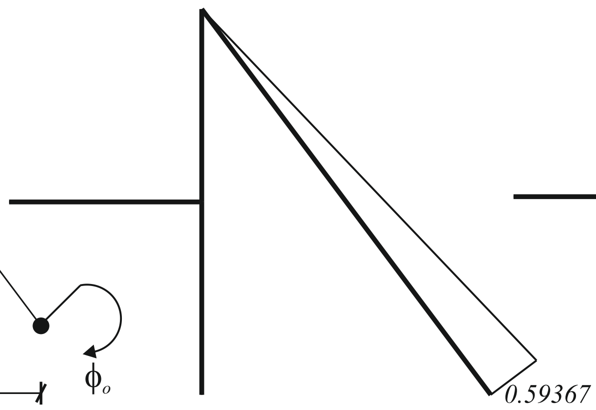
$$\frac{EJ}{a}\begin{bmatrix} \alpha'''(\sigma) + 2 & 1 \\ 1 & \alpha'''(\sigma) + 2 \end{bmatrix}$$

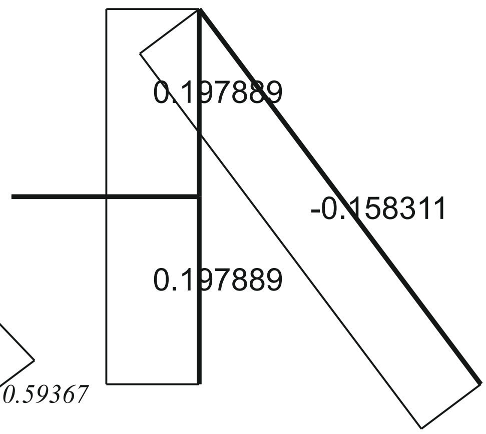
$Wyznacznik = 0:$

$$(\alpha'''(\sigma) + 2)^2 - 1 = 0$$
$$\alpha'''(\sigma) + 2 = \pm 1$$
$$\alpha'''(\sigma) = -3 \Rightarrow \sigma = 1.19 \Rightarrow S = 1.42\tfrac{EJ}{a^2}$$
$$\alpha'''(\sigma) = -1 \Rightarrow \sigma = 0.86 \Rightarrow \boxed{S_{kr} = 0.74}\tfrac{EJ}{a^2}$$

oprac. K. Hetmański



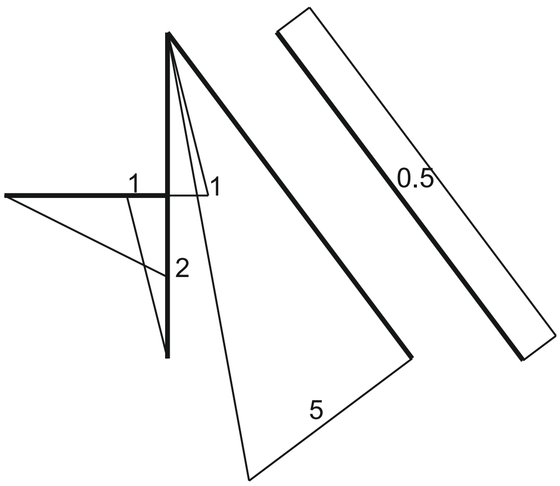




$v4 = (3.298e\text{-}02)a\phi_o$

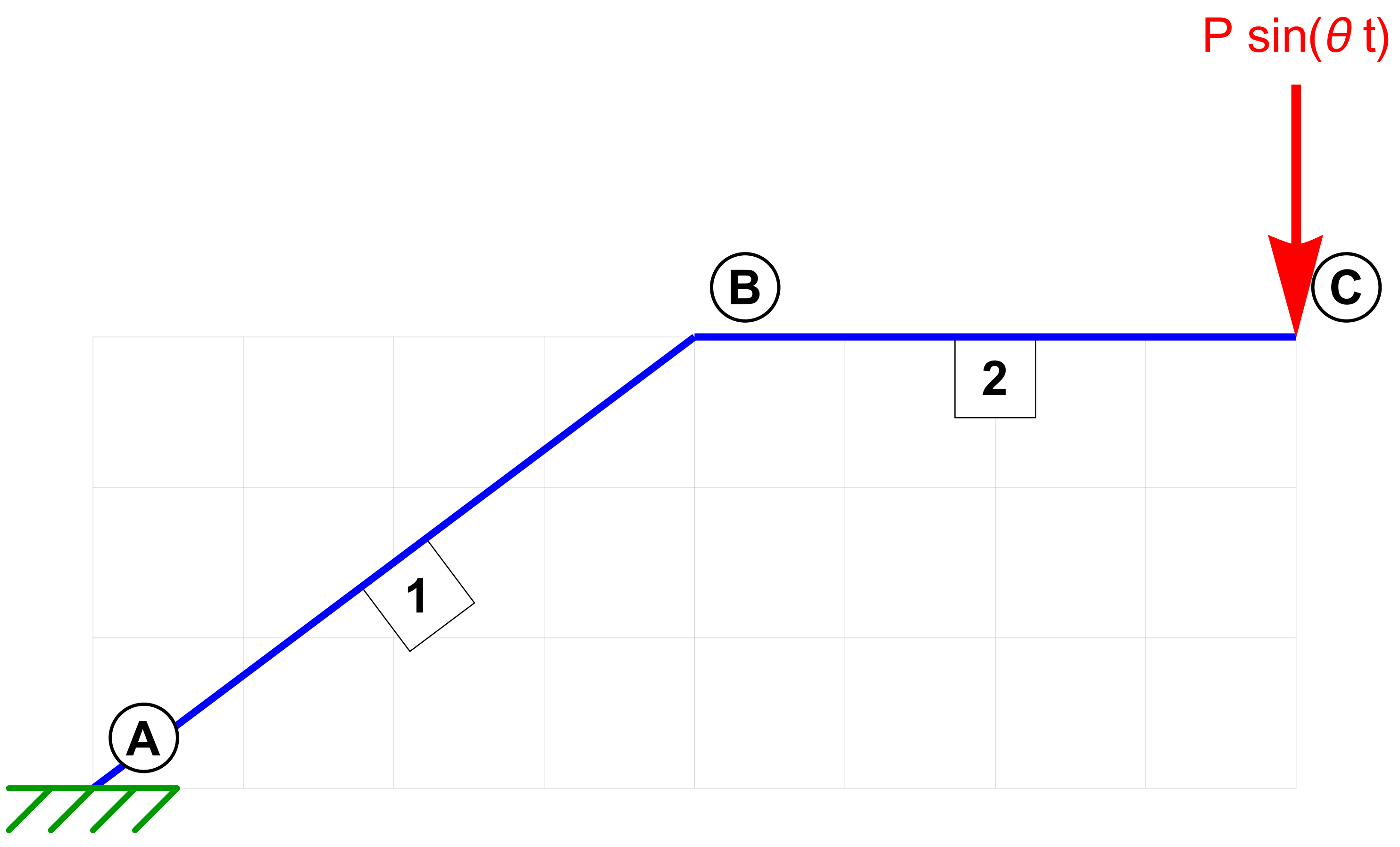
$$\int \frac{M\overline{M}}{EJ} ds \approx -4.94725 a\phi_o$$

$$\int \frac{N\overline{N}}{EA_s} ds \approx -0.019788875 a\phi_o$$



Egzamin MKII 06.02.2019 R.A. 2018/19 – obliczyć amplitudę momenty w utwierdzeniu przy drganiach harmonicznych.

Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki – l, $\theta = \frac{1}{100}\frac{\sqrt{\frac{EJ}{\mu}}}{l^2}$):



Parametry λ w prętach:

$\lambda_1 = \frac{1}{2}$

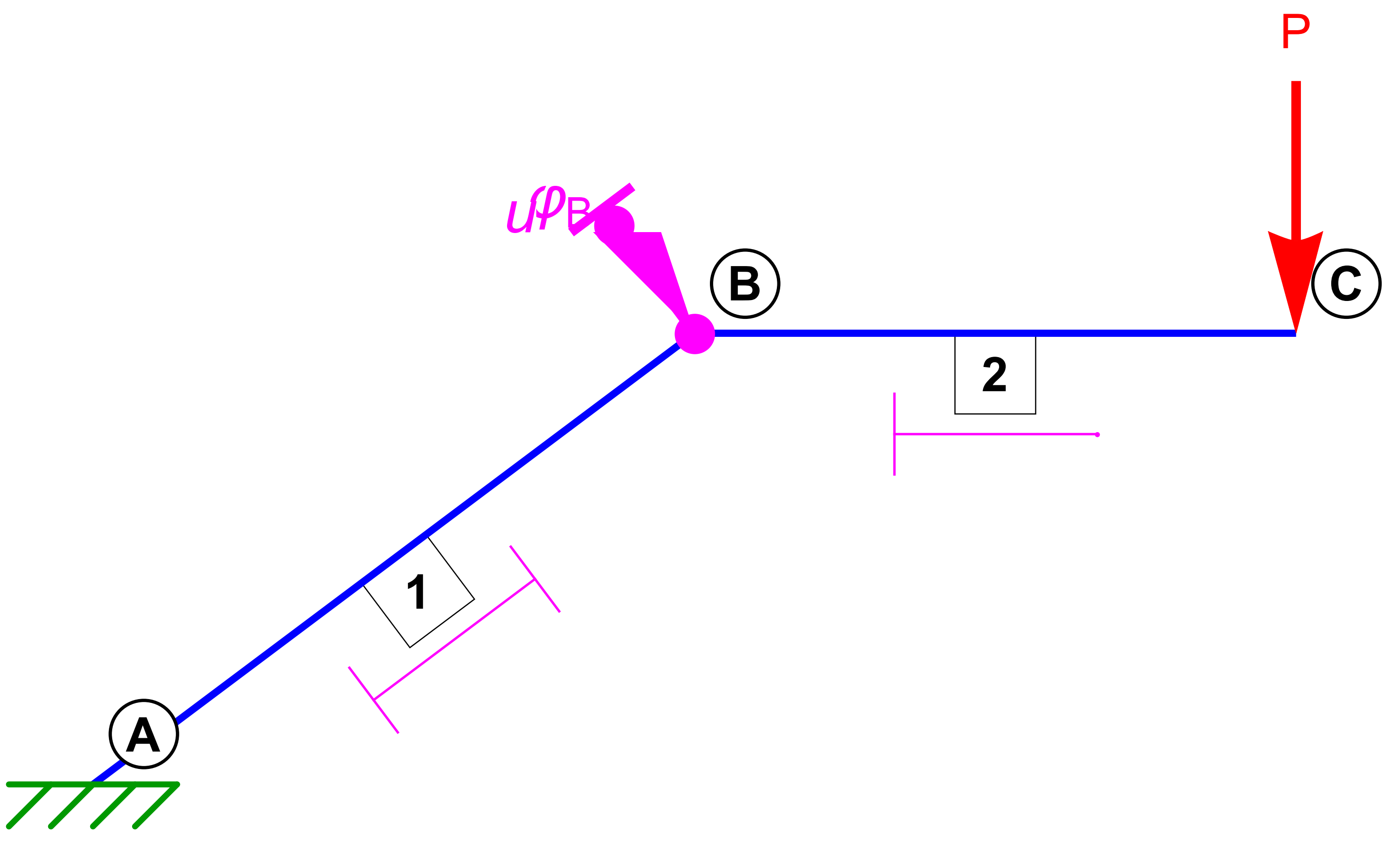
$\lambda_2 = \frac{2}{5}$

Dokonano kondensacji statycznej prętow: 2

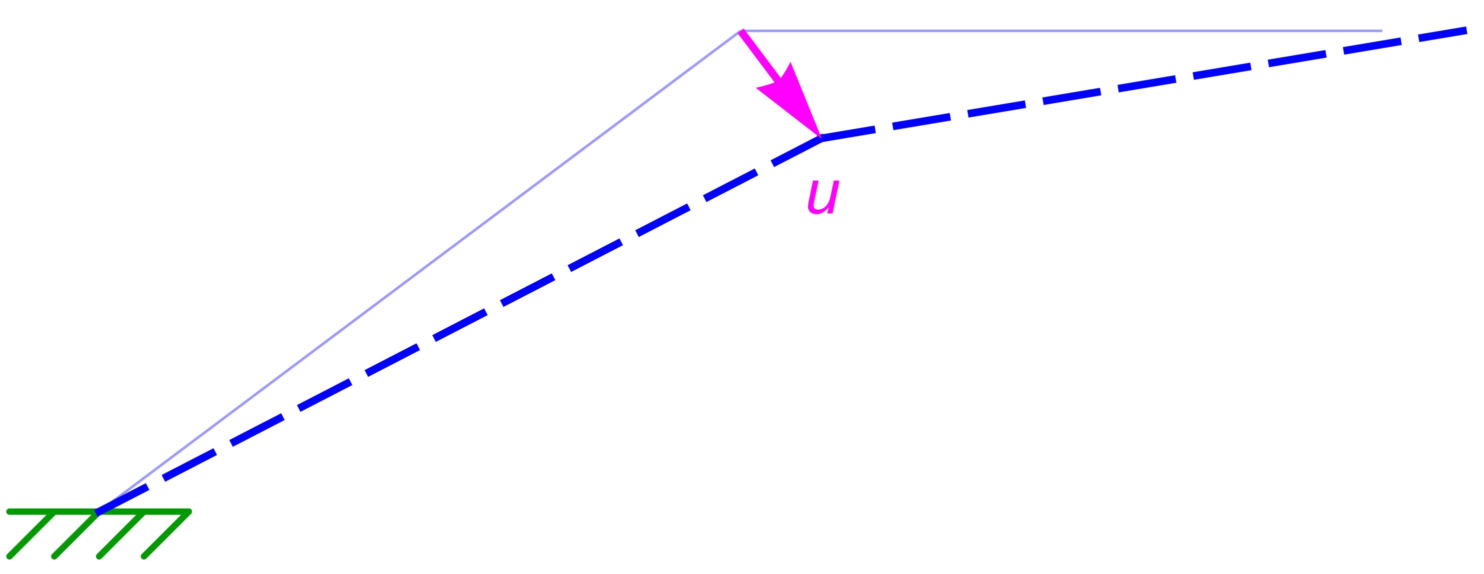
Wektor niewiadomych:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \varphi_B \\ \frac{u}{l} \end{pmatrix}$$

Układ geometrycznie wyznaczalny:



Plan przemieszczeń:



	w_i^K	w_k^K	u^K
Pręt 1 :	$w_A^1 = 0$	$w_B^1 = u$	$u^1 = 0$
Pręt 2 :	$w_B^2 = \frac{4}{5} u$	$\overline{w}_B^2 = 0$	$u^2 = \frac{3}{5} u$

Siły brzegowe wyjściowe:

$\Phi_B^{02} = -4.009\, l\, P$

$W_B^{02} = -1.003\, P$

Wzory transformacyjne:

$$\Phi_B^1 = \frac{EJ}{l}\left[\frac{1}{5}\alpha\left(\frac{1}{2}\right)\varphi_B - \frac{1}{25}\vartheta\left(\frac{1}{2}\right)\frac{u}{l}\right] = \frac{EJ}{l}\left[0.800\,\varphi_B - 0.240\,\frac{u}{l}\right]$$

$$\Phi_B^2 = \frac{EJ}{l}\left[\frac{1}{4}\alpha''\left(\frac{2}{5}\right)\varphi_B + \frac{1}{20}\vartheta''\left(\frac{2}{5}\right)\frac{u}{l}\right] - 4.009\, l\, P = \frac{EJ}{l}\left[-0.002\,\varphi_B - 0.\times 10^{-4}\,\frac{u}{l}\right] - 4.009\, l\, P$$

$$W_B^1 = \frac{EJ}{l^2}\left[-\frac{1}{25}\vartheta\left(\frac{1}{2}\right)\varphi_B + \frac{1}{125}\gamma\left(\frac{1}{2}\right)\frac{u}{l}\right] = \frac{EJ}{l^2}\left[-0.240\,\varphi_B + 0.096\,\frac{u}{l}\right]$$

$$W_B^2 = \frac{EJ}{l^2}\left[\frac{1}{16}\vartheta''\left(\frac{2}{5}\right)\varphi_B + \frac{1}{80}\gamma''\left(\frac{2}{5}\right)\frac{u}{l}\right] - 1.003\, P = \frac{EJ}{l^2}\left[-0.\times 10^{-4}\,\varphi_B - 0.\times 10^{-4}\,\frac{u}{l}\right] - 1.003\, P$$

Osiowe siły bezwładności w prętach:

$$B_{||}^2 = \theta^2 \cdot \mu \cdot 4\, l \cdot \frac{3}{5} u = \frac{EJ}{l^2}\left[\frac{3}{12\,500}\,\frac{u}{l}\right]$$

Równania równowagi:

$$\Phi_B^1 + \Phi_B^2 = 0$$

$$-W_B^1 \cdot \overline{u} - W_B^2 \cdot \frac{4}{5}\overline{u} + B_{||}^2 \cdot \frac{3}{5}\overline{u} = \overline{0}$$

$$\frac{EJ}{l}\begin{pmatrix} 0.798 & -0.241 \\ -0.241 & 0.095 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \varphi_B \\ \frac{u}{l} \end{pmatrix} = l\, P \begin{pmatrix} 4.009 \\ 0.803 \end{pmatrix}$$

Rozwiązanie metody przemieszczeń:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \varphi_B \\ \frac{u}{l} \end{pmatrix} = \frac{l^2 P}{EJ}\begin{pmatrix} 31.503 \\ 87.821 \end{pmatrix}$$

Siły brzegowe:

$\Phi_A^1 = -8.480\, l\, P$

$\Phi_B^1 = 4.133\, l\, P$

$\Phi_B^2 = -4.133\, l\, P$

$W_A^1 = -0.873\, P$

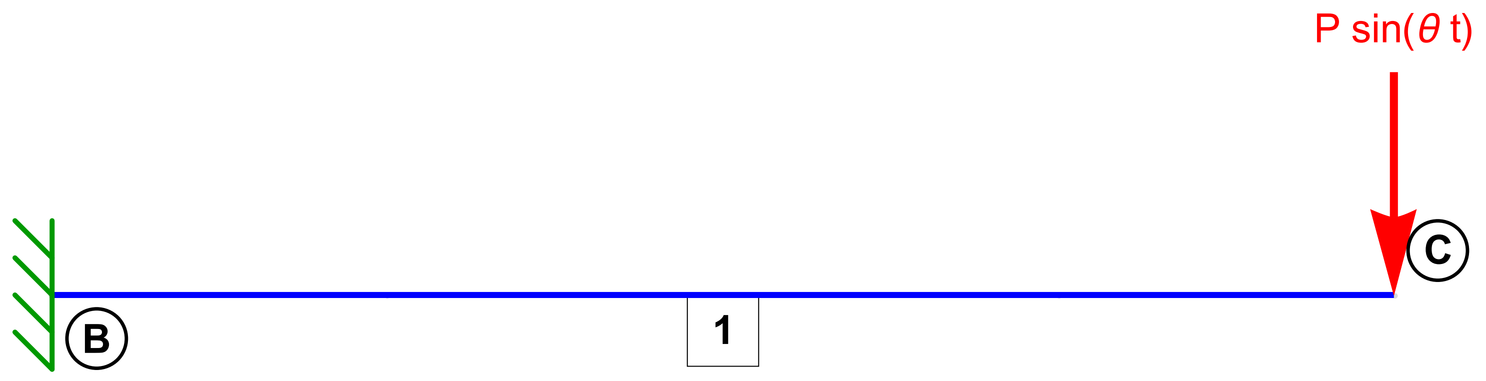
$W_B^1 = 0.858\, P$

$W_B^2 = -1.057\, P$

Zadanie przygotował Karol Bołbotowski.

Obliczenie wartości wyjściowych sił brzegowych:

Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki – l, $\Theta = \frac{1}{100}\frac{\sqrt{\frac{EJ}{\mu}}}{l^2}$):



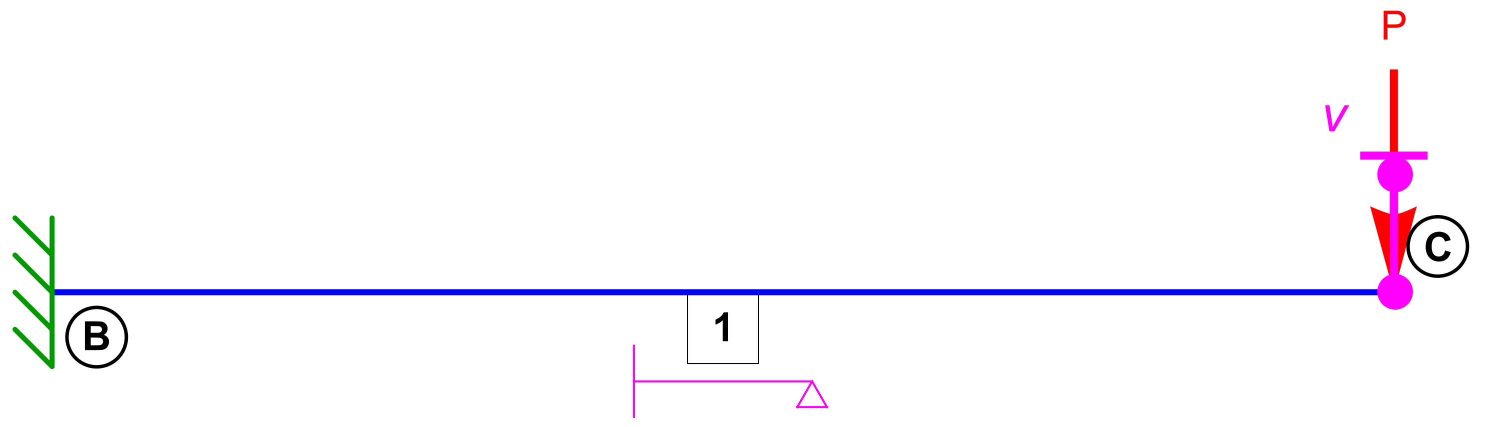
Parametry λ w prętach:

$\lambda_1 = \frac{2}{5}$

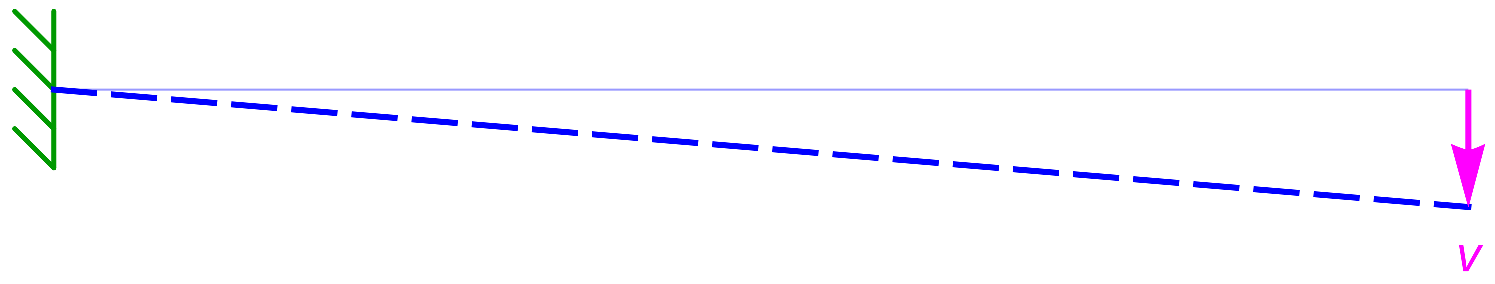
Wektor niewiadomych:

$\mathbf{q} = \left(\frac{v}{l} \right)$

Układ geometrycznie wyznaczalny:



Plan przemieszczeń:



	w_i^K	w_k^K	u^K
Pręt 1 :	$w_B^1 = 0$	$w_C^1 = v$	$u^1 = 0$

W konstrukcji nie występują wyjściowe siły brzegowe.

Wzory transformacyjne:

$W_C^1 = \frac{EJ}{l^2} \left[\frac{1}{64} \chi'\left(\frac{2}{5}\right) \frac{v}{l} \right] = \frac{EJ}{l^2} \left[0.047 \frac{v}{l} \right]$

W prętach nie wystepują osiowe siły bezwładności.

Równania równowagi:

$- W_C^1 \cdot \overline{v} + P \cdot \overline{v} = \overline{0}$

$\frac{EJ}{l} (0.047) \left(\frac{v}{l} \right) = l\, P\, (1.000)$

Rozwiązanie metody przemieszczeń:

$\mathbf{q} = \left(\frac{v}{l} \right) = \frac{l^2 P}{EJ} (21.376)$

Siły brzegowe:

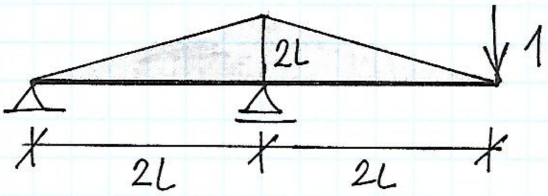
$\Phi_B^1 = -4.009\, l\, P$

$W_B^1 = -1.003\, P$

Zadanie przygotował Karol Bołbotowski.

Zadanie 3 / Problem #3

a) częstość drgań własnych / the eigenfrequency

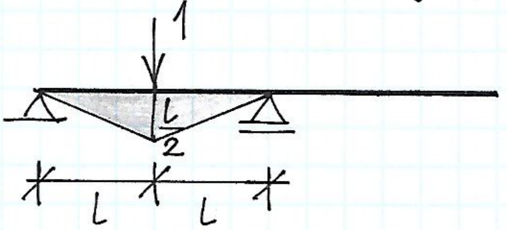


M

$$d = \frac{1}{EJ}\left[\frac{1}{2}\cdot 2L\cdot 2L\cdot \frac{2}{3}\cdot 2L\cdot 2\right] = \frac{16L^3}{3EJ} \quad ; \quad k = \frac{1}{d} = \frac{3EJ}{16L^3}$$

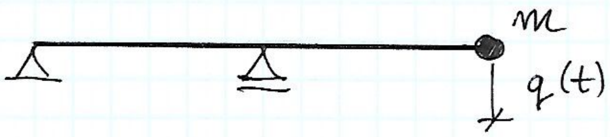
$$\omega^2 = \frac{k}{m} = \frac{3EJ}{16mL^3} \Rightarrow \omega = \frac{\sqrt{3}}{4}\sqrt{\frac{EJ}{mL^3}}$$

b) przemieszczenie masy / displacement of mass



M_0

$$d_0 = \frac{1}{EJ}\left[\frac{1}{2}\cdot 2L\cdot \frac{L}{2}\cdot(-L)\right] = -\frac{L^3}{2EJ}$$



$$dm\ddot{q}(t) + q(t) = d_0 P(t) \quad ; \quad P(t) = P_0 \quad t > 0$$

$$q(t) = A_1 \sin(\omega t) + A_2\cos(\omega t) + B \Rightarrow B = d_0 P_0$$

$$\left.\begin{array}{l} q(0) = 0 \Rightarrow A_2 + B = 0 \\ \dot{q}(0) = 0 \Rightarrow \omega A_1 = 0 \end{array}\right\} \; A_1 = 0 \;,\; A_2 = -B$$

$$q(t) = B\,(1 - \cos(\omega t)), \text{ gdzie / where } \; B = -\frac{P_0 L^3}{2EJ}$$

$$\omega = \frac{\sqrt{3}}{4}\sqrt{\frac{EJ}{mL^3}}$$

G. Dzierzanowski