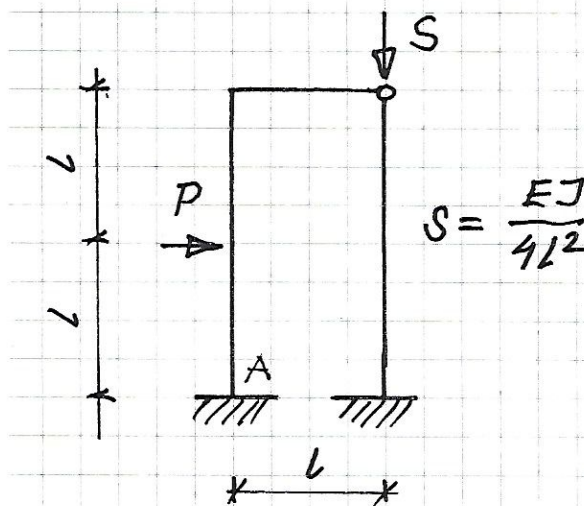


Egzamin pisemny z Mechaniki Konstrukcji II, 26 XI 2018 roku.

NAZWISKO imię				
Grupa	Data zaliczenia ćwiczeń		Numer albumu	
Ocena zadania 1	Ocena zadania 2	Ocena zadania 3	Ocena z egzaminu	Ocena łączna
				Data

**Zadanie/Problem 1**

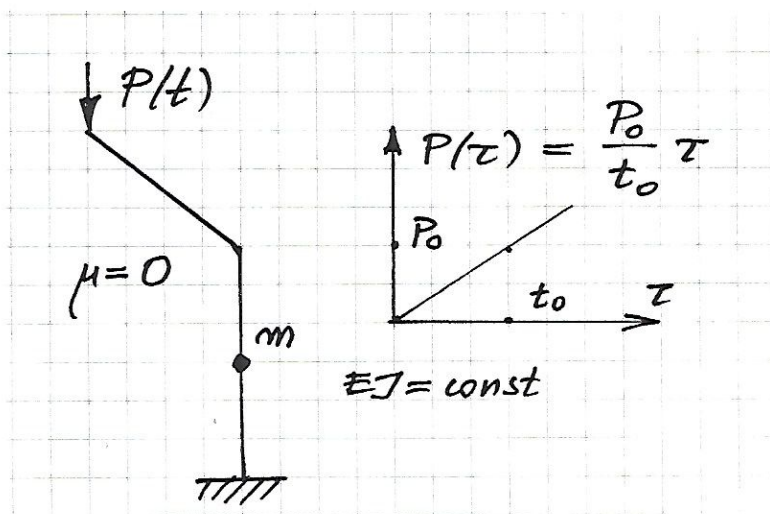
Dana jest rama z prętów niewydłużalnych o stałej sztywności  $EJ$ , zginana siłą  $P$  i poddana dużej sile osiowej  $S$ .  
 Znaleźć moment w utwierdzeniu A.  
 [The frame made from inextensible bars, of the constant bending stiffness  $EJ$ , is subject to the force  $P$  and to the big axial force  $S$  as shown in the figure.  
 Find the bending moment at the clamped edge at A.]



**Zadanie/ Problem 2**

Zapisać równania określające drgania masy skupionej w węzle danej ramy z prętów nieważkich.  
 Pręty są pryzmatyczne, niewydłużalne, o danej sztywności  $EJ$ .  
 Obciążenie zmienia się wg wzoru:  $P(\tau) = P_0\tau / t_0$ .  
 Warunki początkowe są jednorodne.

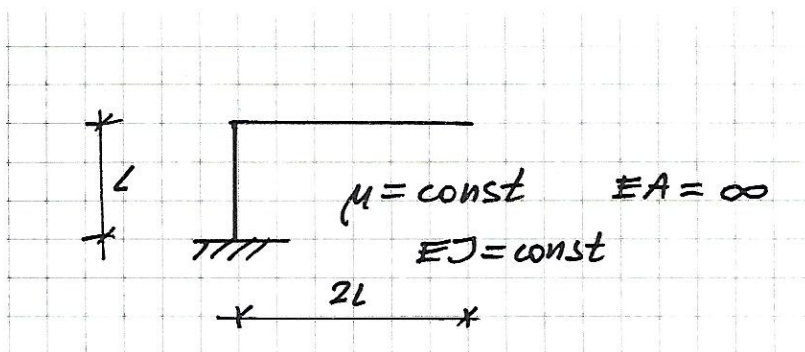
[Write down the equations which determine vibrations of the concentrated mass at the node of the given frame, made from inextensible and weightless bars of constant bending stiffness  $EJ$ .  
 The load varies in time according to the rule:  $P(\tau) = P_0\tau / t_0$ .  
 The initial conditions are homogeneous.]

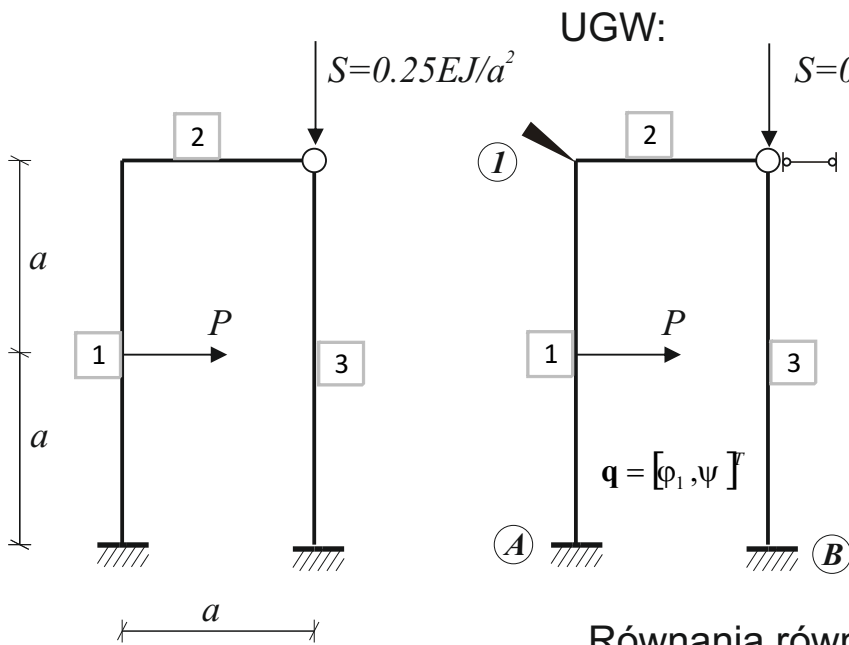


**Zadanie/Problem 3**

Znaleźć równania określające częstości drgań własnych danej ramy.

[Find the equations which determine the eigenfrequencies of the given frame]





PP:

$$\psi_1 = \psi$$

$$\psi_2 = 0$$

$$\psi_3 = \psi$$

$$\bar{L}_z = Pa\bar{\psi}$$

$$\bar{L}_S = S \cdot 2a\psi\bar{\psi} = \frac{1}{2} \frac{EJ}{a} \psi\bar{\psi}$$

DSO:

$$S_1 = S_2 = 0$$

$$S_3 = S$$

Równania równowagi:

$$1. \Phi_1^1 + \Phi_1^2 = 0$$

$$2. \sqrt{\bar{\psi}} = -1 / (\Phi_A^1 + \Phi_1^1)(-1) + \Phi_B^3(-1) - \frac{1}{2} \frac{EJ}{a} \psi - Pa = 0$$

Wzory transformacyjne:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 0$$

$$\sigma_3 = 1$$

EJ/a	$\phi_1$	$\psi$	+	$\Phi_0$ [Pa]	=	$\Phi_{ik}$ [Pa]
$\Phi_{A1}$	1	-3		-0.5		-0.92961
$\Phi_{11}$	2	-3		0.5		0.05280
$\Phi_{12}$	3					-0.05280
$\Phi_{B3}$		-1.3970				-0.19186

Układ równań:

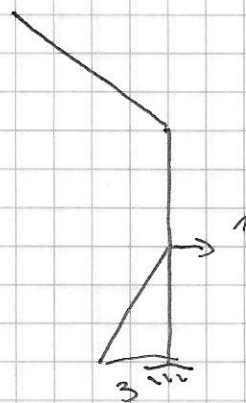
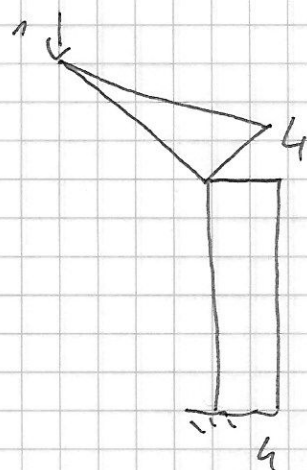
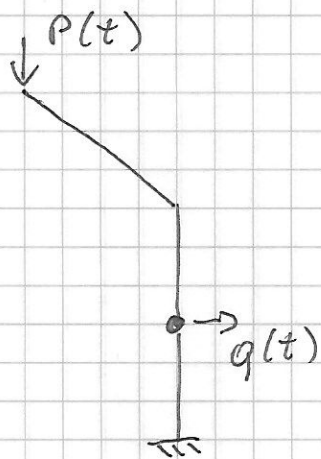
$$\frac{EJ}{a} \begin{bmatrix} 5 & -3 & \phi_1 \\ -3 & 6.8970 & \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/2 \\ 1 \end{bmatrix} Pa \Rightarrow \mathbf{q} = \begin{bmatrix} -1.760E-02 \\ 1.373E-01 \end{bmatrix} \frac{Pa^2}{EJ}$$

Egrainin 2 MK 2 26.11.2018v.

Teoreem 2

$M_0(l)$

$M_1[l]$



$$d m \ddot{q}(t) + q(t) = d_0 P(t)$$

$$d = 9 \frac{l^3}{EJ} \quad d_0 = -18 \frac{l^3}{EJ}$$

$$\omega^2 = \sqrt{\frac{1}{d m}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{EJ}{m l^3}}$$

$$q(t) = q_0(t) + q_s(t)$$

$$q_0(t) = A_1 \sin(\omega t) + A_2 \cos(\omega t)$$

$$q_s(t) = B t$$

$$B t = d_0 \frac{P_0}{t_0} t \Rightarrow B = d_0 \frac{P_0}{t_0} = -18 \frac{P_0 l^3}{EJ t_0}$$

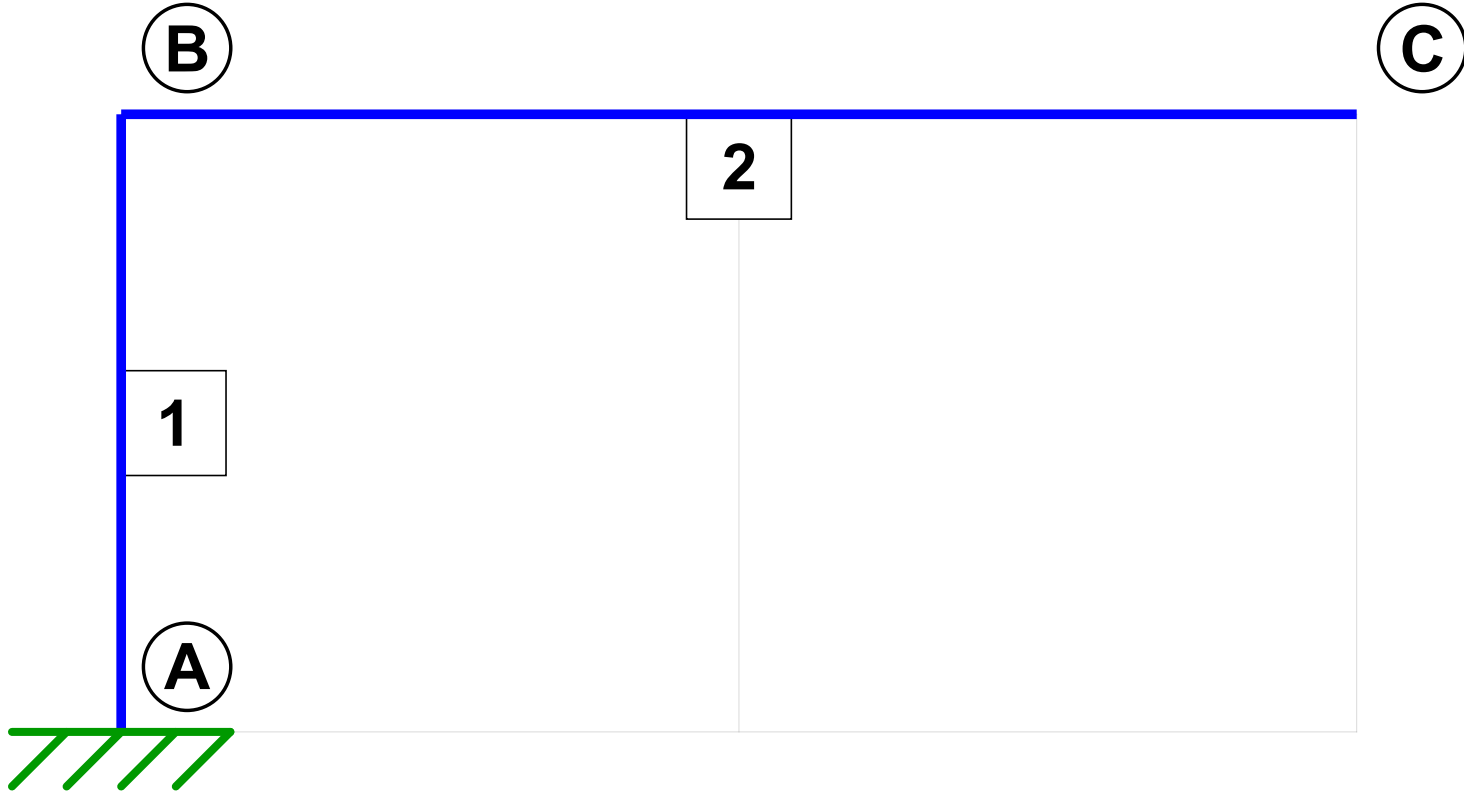
$$q(t) = A_1 \sin \omega t + A_2 \cos(\omega t) - 18 \frac{P_0 l^3}{EJ t_0} t$$

$$q(0) = 0 \Rightarrow A_2 = 0$$

$$\dot{q}(0) = 0 \Rightarrow A_1 = -\frac{B}{\omega}$$

$$q(t) = 18 \frac{P_0 l^3}{EJ t_0} \left[ \frac{\sin(\omega t)}{\omega} - t \right]$$

Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki - 1):



Parametry  $\lambda$  w prętach:

$$\lambda_1 = \lambda$$

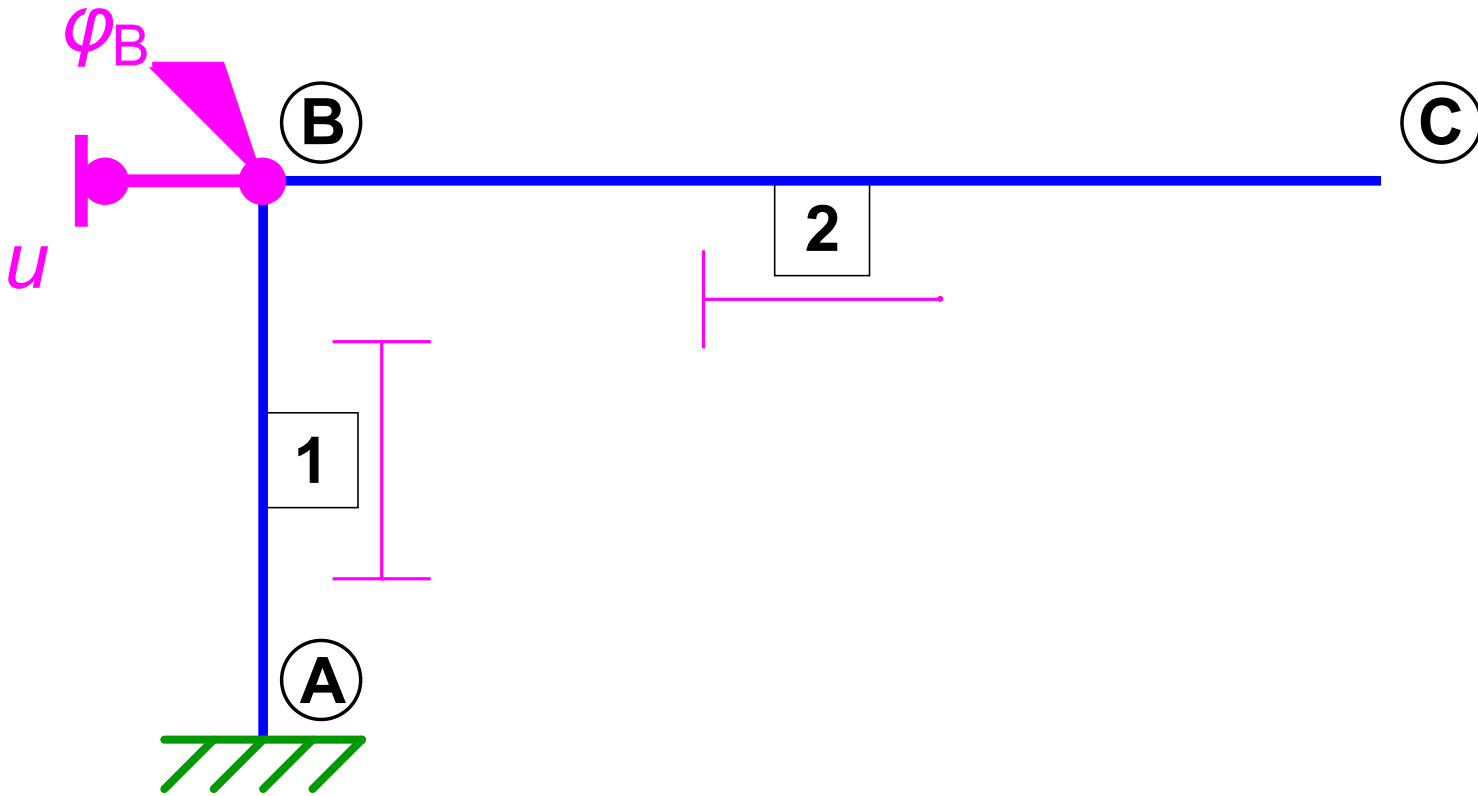
$$\lambda_2 = 2\lambda$$

Dokonano kondensacji statycznej prętów: 2

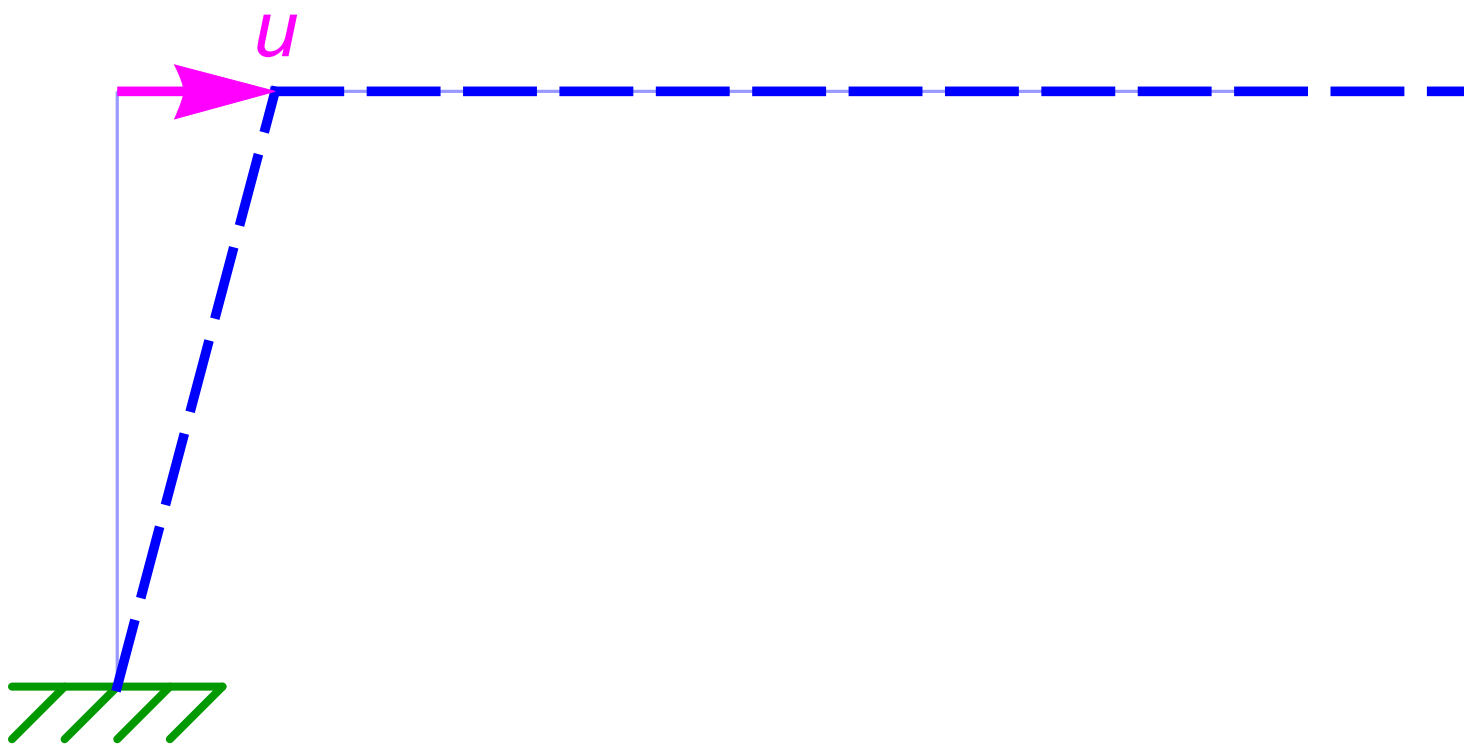
Wektor niewiadomych:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \varphi_B \\ u \\ 1 \end{pmatrix}$$

Układ geometrycznie wyznaczalny:



Plan przemieszczeń:



	$w_i^K$	$w_k^K$	$u^K$
Pręt 1:	$w_A^1 = 0$	$w_B^1 = u$	$u^1 = 0$
Pręt 2:	$w_B^2 = 0$	$\bar{w}_B^2 = 0$	$u^2 = u$

Wzory transformacyjne:

$$\Phi_B^1 = \frac{EJ}{1} [ \alpha(\lambda) \varphi_B - \vartheta(\lambda) \frac{u}{1} ]$$

$$\Phi_B^2 = \frac{EJ}{1} [ \frac{1}{2} \alpha''(2\lambda) \varphi_B ]$$

$$W_B^1 = \frac{EJ}{1^2} [ -\vartheta(\lambda) \varphi_B + \gamma(\lambda) \frac{u}{1} ]$$

Osiowe siły bezwładności w prętach:

$$B_{||}^2 = \omega^2 \cdot \mu \cdot 2 \cdot 1 \cdot u = \frac{EJ}{1^2} [ 2 \lambda^4 \frac{u}{1} ]$$

Równania równowagi:

$$\Phi_B^1 + \Phi_B^2 = 0$$

$$-W_B^1 \cdot \bar{u} + B_{||}^2 \cdot \bar{u} = 0$$

Macierz sztywności konstrukcji:

$$\mathbf{K}(\lambda) = \frac{EJ}{1} \begin{pmatrix} \frac{\alpha''(2\lambda)}{2} + \alpha(\lambda) & -\vartheta(\lambda) \\ -\vartheta(\lambda) & \gamma(\lambda) - 2\lambda^4 \end{pmatrix}$$

$$\det \mathbf{K}(\lambda) = 0$$