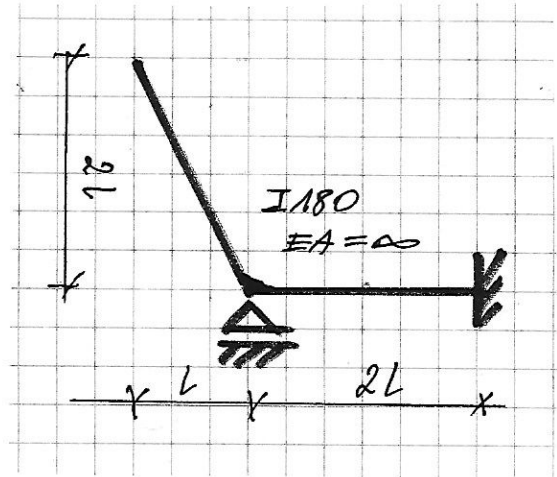


Egzamin pisemny z Mechaniki Konstrukcji II, 11 IX 2017 r.

NAZWISKO imię				
Grupa	Data zaliczenia ćwiczeń		Numer albumu	
Ocena zadania 1	Ocena zadania 2	Ocena zadania 3	Ocena z egzaminu	Ocena łączna
				Data

Zadanie 1

Znaleźć pierwszą częstość drgań własnych danej ramy wykonanej z kształtownika I 180 o charakterystykach: $A=27,9 \text{ cm}^2$, $J=1450 \text{ cm}^4$; gęstość masy wynosi $7,88 \text{ g/cm}^3$. Przyjąć $E=210 \text{ GPa}$ oraz $l=1\text{m}$.
(Find the first eigenfrequency of the given frame made from the profile I 180 of the characteristics $A=27,9 \text{ cm}^2$, $J=1450 \text{ cm}^4$; the mass density being $7,88 \text{ g/cm}^3$. Assume $E=210 \text{ GPa}$ and $l=1\text{m}$)

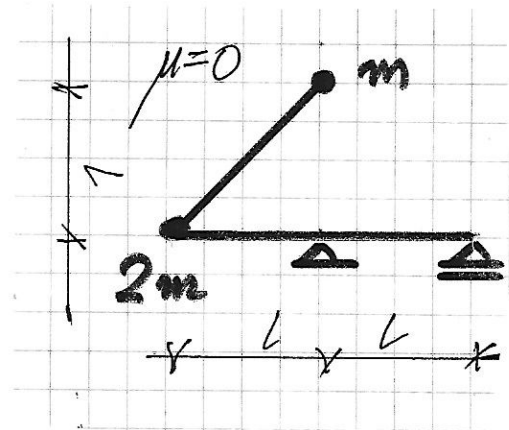


Zadanie 2

Znaleźć równania określające częstości drgań własnych danej ramy płaskiej o punktowym rozkładzie masy.
(Find the equations which determine the eigenfrequencies of the given weightless frame with two point masses)

$$EI = \text{const}$$

$$EA = \infty$$



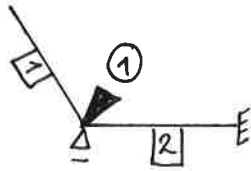
Zadanie 3

Wyprowadzić wzór Eulera na siłę krytyczną ściskanego pręta prostego podpartego w sposób swobodny.

(Derive the Euler formula for the critical force compressing a simply supported straight bar)

ZADANIE 1 / PROBLEM 1

SCHEMAT ZASTĘPCZY / PRIMARY STRUCTURE



$$q_1 = [\varphi_1]$$

$$\lambda = L \sqrt[4]{\frac{\mu \omega^2}{EJ}}$$

$$\omega = \frac{\lambda^2}{L^2} \sqrt{\frac{EJ}{\mu}} = \frac{\lambda^2}{L^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho \cdot A}}$$

$$L_1 = \sqrt{5}L \quad \lambda_1 = \sqrt{5}\lambda$$

$$L_2 = 2L \quad \lambda_2 = 2\lambda$$

RÓWNIANIE RÓWNOWAGI / EQUILIBRIUM EQUATION: $\Phi_1^1 + \Phi_1^2 = 0$

WZORY TRANSFORMACYJNE / SLOPE-DEFLECTION EQUATIONS: $\Phi_1^1 = \frac{EJ}{\sqrt{5}L} [\alpha''(\sqrt{5}\lambda) \varphi_1]$

$$\Phi_1^2 = \frac{EJ}{2L} [\alpha(2\lambda) \varphi_1]$$

$$\frac{EJ}{L} \left[\frac{1}{\sqrt{5}} \alpha''(\sqrt{5}\lambda) + \frac{1}{2} \alpha(2\lambda) \right] \varphi_1 = 0$$

SZUKAMY TAKIEGO ROZWIĄZANIA, ŻE $\varphi_1 \neq 0$ / WE'RE LOOKING FOR SUCH A SOLUTION, THAT $\varphi_1 \neq 0$:

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \alpha''(\sqrt{5}\lambda) = -\frac{1}{2} \alpha(2\lambda)$$

$$\text{GDY } \lambda = 0,6 \text{ / IF } \lambda = 0,6: \quad \frac{1}{\sqrt{5}} \alpha''(\sqrt{5} \cdot 0,6) \quad -\frac{1}{2} \alpha(2 \cdot 0,6)$$

" " " "

$$-0,55 \quad \neq \quad -1,99$$

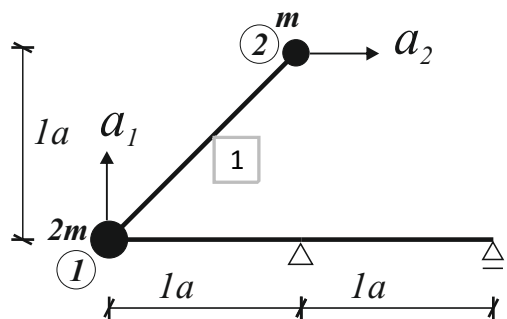
$$\text{GDY } \lambda = 0,7 \text{ / IF } \lambda = 0,7: \quad \frac{1}{\sqrt{5}} \alpha''(\sqrt{5} \cdot 0,7) \approx -1,76 \quad \neq \quad -\frac{1}{2} \alpha(2 \cdot 0,7) \approx -1,982$$

$$\text{GDY } \lambda = 0,8 \text{ / IF } \lambda = 0,8: \quad \frac{1}{\sqrt{5}} \alpha''(\sqrt{5} \cdot 0,8) \approx -10,12 \quad -\frac{1}{2} \alpha(2 \cdot 0,8) \approx -1,97$$

ZATEM / SO: $\lambda \approx 0,7$

$$\omega = 0,7^2 \cdot \sqrt{\frac{EJ}{\rho A L^4}} \approx 182,4 \left[\frac{1}{s} \right] = 182,4 \text{ [Hz]}$$

Egz. mk2/zad2/11.09.2017



Dynamiczne stopnie swobody:

$$\mathbf{a} = [a_1, a_2]^T$$

Amplitudy przemieszczeń mas:



$$u_1 = 0$$

$$v_1 = a_1$$

$$a_2 = 0 + \psi_1 a \Rightarrow \psi_1 = \frac{a_2}{a}$$

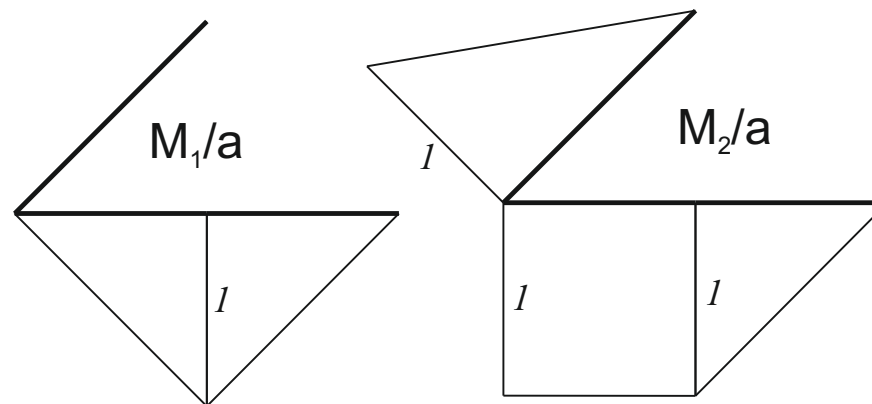
$$v_2 = a_1 - \left(\frac{a_2}{a}\right)a = a_1 - a_2$$

Energia kinetyczna:

$$2E_k = 2m \left[\dot{a}_1 \right]^2 + m \left[\dot{a}_2 \right]^2 + (\dot{a}_1 - \dot{a}_2)^2 = (\dot{a}_1)^2 (3m) + (\dot{a}_1 \dot{a}_2) (-2m) + (\dot{a}_2)^2 (2m)$$

Odp: Równanie rozwiązujące

$$(\mathbf{I} - \omega^2 \mathbf{D} \mathbf{M}) \mathbf{a} = \mathbf{0}$$



Macierz mas:

$$\mathbf{M} = m \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Macierz podatności:

$$\mathbf{D} = \left[\frac{a^3}{EJ} \right] \cdot \begin{bmatrix} 6.6667E-01 & 8.3333E-01 \\ 8.3333E-01 & 1.8047E+00 \end{bmatrix}$$