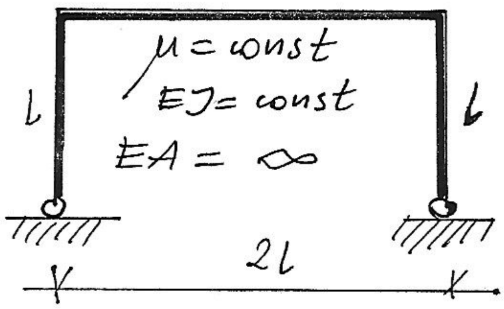
Egzamin z Mechaniki Konstrukcji II, 4 IX 2017 r.
Wydział Inżynierii Lądowej, studia stacjonarne

NAZWISKO imię				
Grupa	Data zaliczenia ćwiczeń		Numer albumu	
Ocena zadania 1	Ocena zadania 2	Ocena zadania 3	Ocena z egzaminu	Ocena łączna Data

Zadanie 1

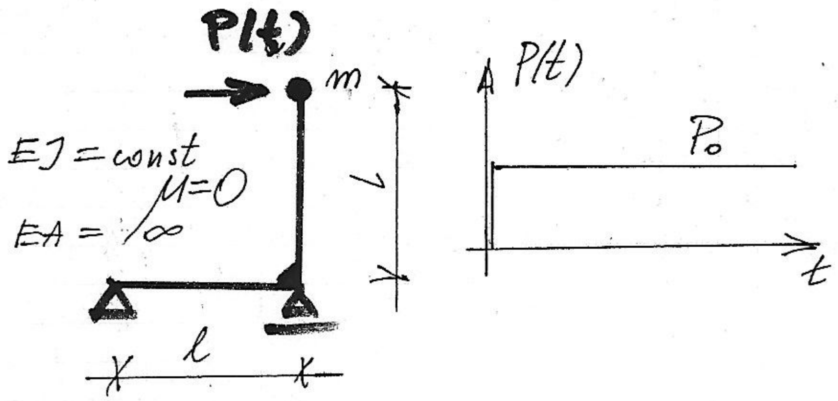
Zapisz równania określające częstości drgań własnych (*Write down the equations determining the eigenfrequencies*)



Zadanie 2

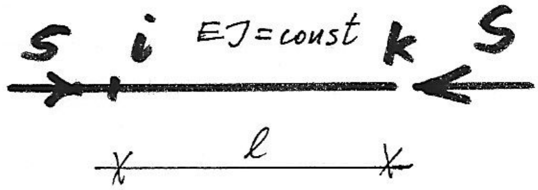
a.Znaleźć częstość drgań własnych ω_0 danej ramy nieważkiej z masą skupioną
b.Rozważyć drgania tłumione wywołane nagle przyłożonym obciążeniem P_0; przyjąć poziom tłumienia $h/\omega_0 = 1/20$ oraz jednorodne warunki początkowe. Znaleźć przemieszczenie masy w dowolnej chwili czasu

(*a.Compute the eigenfrequency* ω_0 *of the given weightless frame with a lumped mass*
b.Consider the damped vibrations caused by a suddenly applied load P_0*; assume the damping according to* $h/\omega_0 = 1/20$ *as well as the homogeneous initial conditions. Find the displacement of the mass at an arbitrary time instant*



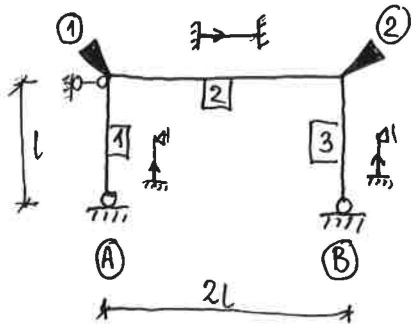
Zadanie 3

Naszkicować wyprowadzenie wzoru transformacyjnego metody przemieszczeń określającego lewy moment w danym pręcie o wolnym prawym końcu, obciążonym dużą siłą osiową.

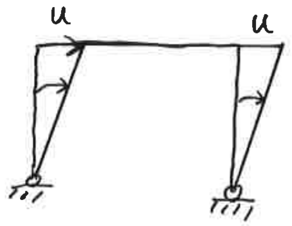


(*Outline the derivation of the slope deflection equation for the left bending moment for the given straight bar (with a free right end) subject to a compression force S.*)

ZADANIE 1



SCHEMAT ZASTĘPCZY / PRIMARY STRUCTURE



PLAN PRZEMIESZCZEŃ / TRANSLATION PLAN

$$q = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \frac{u}{l} \end{bmatrix} \qquad \lambda = l\sqrt[4]{\frac{\mu\omega^2}{EJ}} \qquad \omega^2 = \frac{\lambda^4}{l^4}\frac{EJ}{\mu}$$

	l	λ	w_i	w_k	u	B_{11}
1	l	λ	0	u	0	0
2	$2l$	2λ	0	0	u	$\mu \cdot 2l \cdot \omega^2 \cdot u$
3	l	λ	0	u	0	0

RÓWNANIA RÓWNOWAGI / EQUILIBRIUM EQUATIONS

1) $\Phi_1^1 + \Phi_1^2 = 0$

2) $\Phi_2^2 + \Phi_2^3 = 0$

3) $W_1^1 \cdot \bar{u} + W_2^3 \cdot \bar{u} - \overset{\frac{EJ}{l^2} 2\lambda^4 \frac{u}{l}}{\overset{\shortparallel}{B_{11}^2}} \cdot \bar{u} = 0$

$$\Phi_1^1 = \frac{EJ}{l}\left[\alpha'(\lambda)\varphi_1 - \vartheta'(\lambda)\frac{u}{l}\right] \qquad W_1^1 = -\frac{EJ}{l^2}\left[\vartheta'(\lambda)\varphi_1 - \gamma'(\lambda)\frac{u}{l}\right]$$

$$\Phi_1^2 = \frac{EJ}{2l}\left[\alpha(2\lambda)\varphi_1 + \beta(2\lambda)\varphi_2\right] \qquad W_2^3 = -\frac{EJ}{l^2}\left[\vartheta'(\lambda)\varphi_2 - \gamma'(\lambda)\frac{u}{l}\right]$$

$$\Phi_2^2 = \frac{EJ}{2l}\left[\beta(2\lambda)\varphi_1 + \alpha(2\lambda)\varphi_2\right]$$

$$\Phi_2^3 = \frac{EJ}{l}\left[\alpha'(\lambda)\varphi_2 - \vartheta'(\lambda)\frac{u}{l}\right]$$

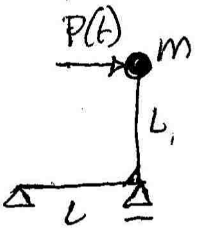
$$\mathbb{K}(\lambda) = \begin{bmatrix} \alpha'(\lambda) + \frac{1}{2}\alpha(2\lambda) & \frac{1}{2}\beta(2\lambda) & -\vartheta'(\lambda) \\ \frac{1}{2}\beta(2\lambda) & \alpha'(\lambda) + \frac{1}{2}\alpha(2\lambda) & -\vartheta'(\lambda) \\ -\vartheta'(\lambda) & -\vartheta'(\lambda) & 2\gamma'(\lambda) - 2\lambda^4 \end{bmatrix}$$

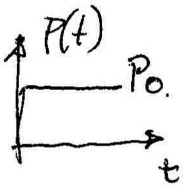
$$\det \mathbb{K}(\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda \Rightarrow \omega$$

Egz. MK II / 04.09.2017

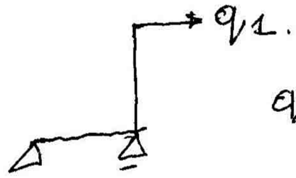
Zad. 2 $\quad \frac{h}{\omega_0} = \frac{1}{20}$

EJ=const
EA=∞
$\mu=0$





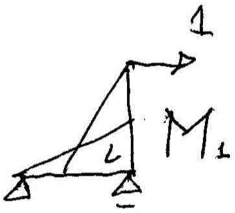
Dynam. st. swobody:



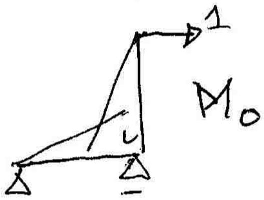
$q = [q_1]$

Macierz mas.

$\mathbb{M} = [m]$



$EJ d_{11} = 2 \cdot \frac{1}{2} l^2 \cdot \frac{2}{3} l = \frac{2}{3} l^3 \Rightarrow d_{11} = \frac{1}{EJ} \frac{2}{3} l^3 \rightarrow k = \frac{1}{d_{11}} = \frac{3}{2} \frac{EJ}{l^3}$



$d_{10} = \frac{2}{3} \frac{l^3}{EJ}$

1. Częstość drgań własnych

$q_1(t) = - d_{11} \cdot m \ddot{q}_1(t) \; / : m d_{11}$

$\ddot{q}_1(t) + \underbrace{\frac{1}{d_{11} m}}_{\text{"}\omega_0^2} q_1(t) = 0$

2. Wymuszenie z uwzględnieniem tłumienia:

$\omega_0^2 = \frac{k}{m} = \frac{3}{2} \frac{EJ}{m l^3} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{EJ}{m l^3}}}$

$m \ddot{q}_1(t) + c \dot{q}_1(t) + k q_1(t) = P(t) \; / \frac{1}{m} \quad ; \; c = 2h \cdot m$

$\ddot{q}_1(t) + 2h \dot{q}_1(t) + \omega_0^2 q_1(t) = \frac{P(t)}{m}$

$q_1(t) = \underbrace{q_0(t)}_{CORJ} + \underbrace{q_s(t)}_{CSRN} \quad ; \quad q_0(t) = e^{-ht}(C_1 \sin \tilde{\omega} t + C_2 \cos \tilde{\omega} t)$

$q_s(t) = \frac{P_0}{m \omega_0^2} \; ; \; \tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - h^2}$

Warunki początkowe:

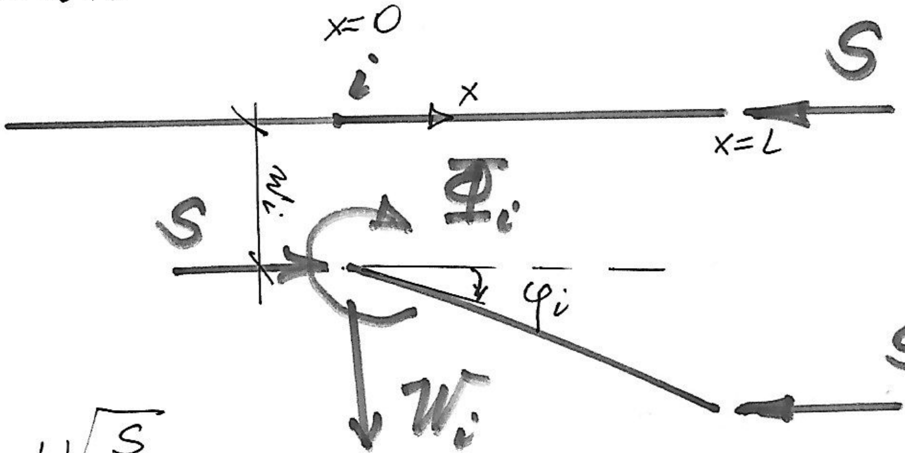
$q_1(0) = 0 \rightarrow C_2 = - \frac{P_0}{m \omega_0^2}$

$\dot{q}_1(t) = -h e^{-ht}(C_1 \sin \tilde{\omega} t + C_2 \cos \tilde{\omega} t) + e^{-ht}(\tilde{\omega} C_1 \cos \tilde{\omega} t - \omega C_2 \sin \tilde{\omega} t)$

$\dot{q}_1(0) = 0 \Rightarrow -h C_2 + \tilde{\omega} C_1 = 0 \Rightarrow C_1 = \frac{h C_2}{\tilde{\omega}} = - \frac{h P_0}{m \omega_0^2 \tilde{\omega}}$

Zadanie 3

$EJ = \text{konst}$



$$\xi = \frac{x}{L}$$

$$\sigma = L\sqrt{\frac{S}{EJ}}$$

$$\frac{d^4 w}{d\xi^4} + \sigma^2 \frac{d^2 w}{d\xi^2} = 0$$

Rozwiązanie

$$w = \left(C_0 + C_1 \sigma \xi + C_2 \sin(\sigma\xi) + C_3 \cos(\sigma\xi) \right)\Big|_{\xi = \frac{x}{L}}$$

Warunki brzegowe

$$w(0) = w_i$$

$$\varphi(0) = \frac{1}{L}\frac{dw}{d\xi}\Big|_{\xi=0} = \varphi_i$$

$$T(l) = -\frac{EJ}{l^3}\left(\frac{d^3 w}{d\xi^3} + \sigma^2 \frac{dw}{d\xi} \right)\Big|_{\xi=1} = 0$$

$$M(l) = -\frac{EJ}{l^2}\frac{d^2 w}{d\xi^2}\Big|_{\xi=1} = 0$$

prowadzą do układu równań na stałe C_i

$$\Phi_i = M(0)$$