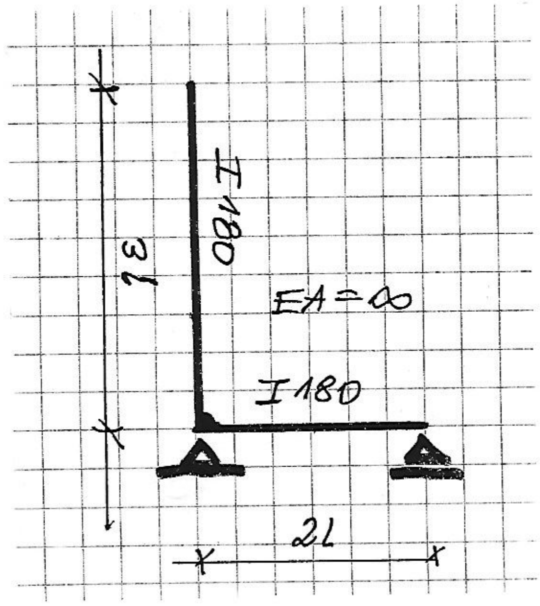
Egzamin pisemny z Mechaniki Konstrukcji II, 28 VI 2017 r.

NAZWISKO imię				
Grupa	Data zaliczenia ćwiczeń		Numer albumu	
Ocena zadania 1	Ocena zadania 2	Ocena zadania 3	Ocena z egzaminu	Ocena łączna Data

Zadanie 1

Znaleźć pierwszą częstość drgań własnych danej ramy wykonanej z kształtownika I 180 o charakterystykach: $A=27{,}9\ cm^2$, $J= 1450\ cm^4$; gęstość masy wynosi $7{,}88\ g/cm^3$. Przyjąć $E=210$ GPa.

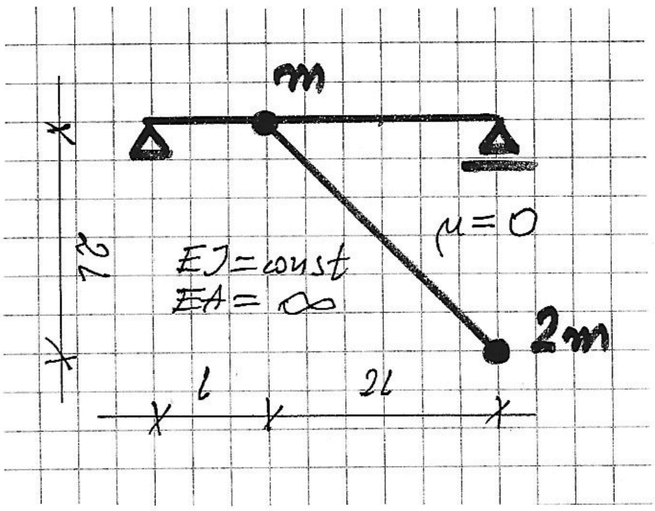
(*Find the first eigenfrequency of the given frame made from the profile I 180 of the characteristics $A=27{,}9\ cm^2$, $J= 1450\ cm^4$; the mass density being $7{,}88\ g/cm^3$. Assume $E=210$ GPa.*)



Zadanie 2

Znaleźć równania określające częstości drgań własnych danej ramy płaskiej o punktowym rozkładzie masy.

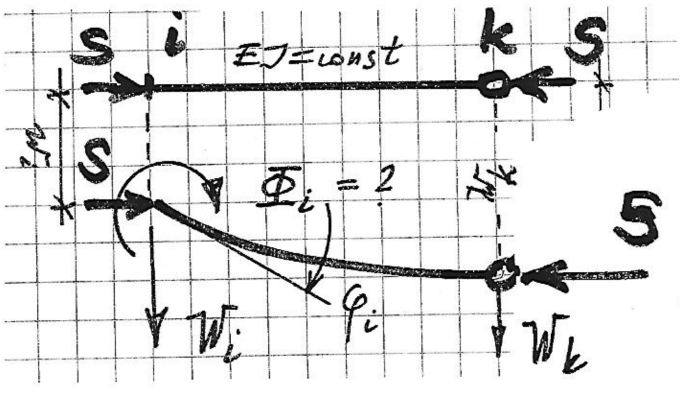
(*Find the equations which determine the eigenfrequencies of the given weightless frame with two point masses*)



Zadanie 3

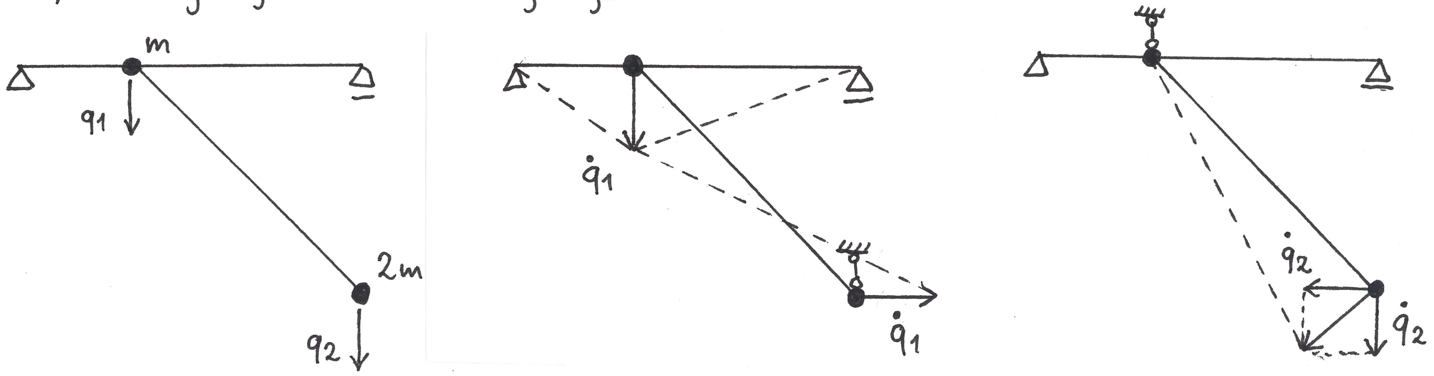
Naszkicować wyprowadzenie wzoru transformacyjnego metody przemieszczeń określającego lewy moment w danym pręcie z przegubem po prawej stronie, obciążonym dużą siłą osiową.

(*Outline the derivation of the slope deflection equation for the left bending moment for the given straight bar (with a hinge at the right hand side) subject to a compression force S.*)



ZADANIE 2 / PROBLEM 2

Współrzędne Lagrange'a / The Lagrange Coordinates

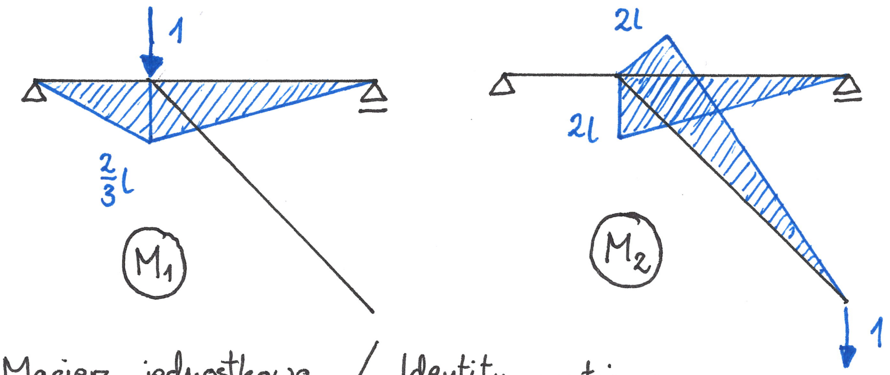


Macierz mas / The mass matrix:

$$2E_k = m\dot{q}_1^2 + 2m\left[(\dot{q}_1-\dot{q}_2)^2 + \dot{q}_2^2\right] = 3m\dot{q}_1^2 - 2\cdot 2m\dot{q}_1\dot{q}_2 + 4m\dot{q}_2^2$$

$$\mathbb{M} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} m$$

Macierz $\mathbb{D}$ / $\mathbb{D}$ matrix:



$$\mathbb{D} = \begin{bmatrix} \frac{4}{9} & \frac{8}{9} \\ \frac{8}{9} & \frac{8+8\sqrt{2}}{3} \end{bmatrix} \frac{l^3}{EJ} \approx \begin{bmatrix} 0{,}444 & 0{,}889 \\ 0{,}889 & 6{,}438 \end{bmatrix} \frac{l^3}{EJ}$$

Macierz jednostkowa / Identity matrix:

$$\mathbb{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

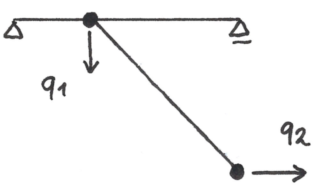
Równanie określające częstość drgań własnych / Equation for eigenfrequencies:

$$(\mathbb{I} - \omega^2 \mathbb{D}\mathbb{M})\,q = 0$$

$$\det(\mathbb{I} - \omega^2 \mathbb{D}\mathbb{M}) = 0 \qquad \det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \frac{4}{9} & \frac{8}{9} \\ \frac{8}{9} & \frac{8+8\sqrt{2}}{3} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \frac{ml^3}{EJ}\right) = 0$$

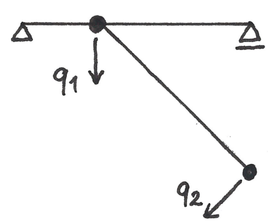
Rozwiązania alternatywne / Alternative solutions:

a)



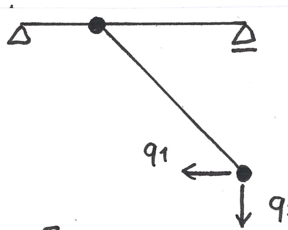
$$\mathbb{M} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} m \qquad \mathbb{D} = \begin{bmatrix} 0{,}444 & -0{,}444 \\ -0{,}444 & 5{,}104 \end{bmatrix} \frac{l^3}{EJ}$$

b)



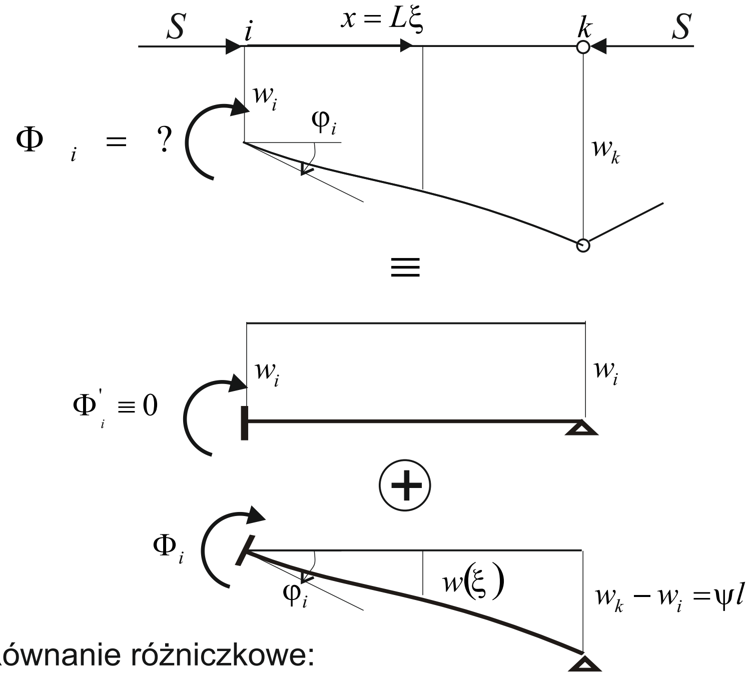
$$\mathbb{M} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} m \qquad \mathbb{D} = \begin{bmatrix} 0{,}444 & 0{,}944 \\ 0{,}944 & 11{,}329 \end{bmatrix} \frac{l^3}{EJ}$$

c)



$$\mathbb{M} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \qquad \mathbb{D} = \begin{bmatrix} 6{,}438 & 5{,}549 \\ 5{,}549 & 5{,}104 \end{bmatrix} \frac{l^3}{EJ}$$

egz. mk II/28.06.2017 - zad. 3:



Równanie różniczkowe:

$${}^{IV}+\sigma^2 w''=0,\ \sigma=L\sqrt{\frac{S}{EJ}}$$

Rozwiązanie równania różniczkowego = CORJ:

$$w(\xi)=A+B\xi+C\sin(\sigma\xi)+D\cos(\sigma\xi)$$

$$w'(\xi)=B+C\sigma\cos(\sigma\xi)-D\sigma\sin(\sigma\xi)$$

$$w''(\xi)=-C\sigma^2\sin(\sigma\xi)-D\sigma^2\cos(\sigma\xi)$$

$$M(\xi)=-\frac{EJ}{L^2}w''=-\frac{EJ}{L^2}\left(-C\sigma^2\sin(\sigma\xi)-D\sigma^2\cos(\sigma\xi)\right)=\frac{EJ}{L^2}\left(C\sigma^2\sin(\sigma\xi)+D\sigma^2\cos(\sigma\xi)\right)$$

WB:

$$\left.\begin{array}{l} w(0)=0 \quad \Rightarrow A+D=0\Rightarrow A=-D \\ w'(0)=L\varphi_i \quad \Rightarrow B+C\sigma=L\varphi_i \\ w(1)=L\psi \quad \Rightarrow A+B+C\sin(\sigma)+D\cos(\sigma)=L\psi \\ M(1)=0\Rightarrow\frac{EJ}{L^2}\left(C\sigma^2\sin(\sigma)+D\sigma^2\cos(\sigma)\right)=0\Rightarrow C=-D\frac{\cos(\sigma)}{\sin(\sigma)} \end{array}\right\}\Rightarrow D=\frac{\sin(\sigma)}{\sin(\sigma)-\sigma\cos(\sigma)}L(\varphi_i-\psi)$$

Rozwiązanie zadania:

$$\Phi_i=M(0)=\frac{EJ}{L^2}\sigma^2 D=\frac{EJ}{L}\underbrace{\frac{\sigma^2\sin(\sigma)}{\sin(\sigma)-\sigma\cos(\sigma)}}_{\alpha'(\sigma)}(\varphi_i-\psi)$$

oprac. K. Hetmański