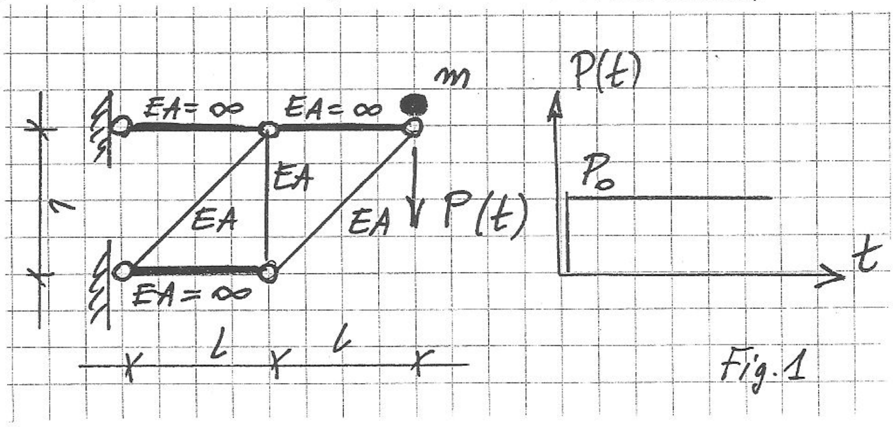
Egzamin pisemny z Mechaniki Konstrukcji II, 20 VI 2016 r.

NAZWISKO imię				
Grupa	Data zaliczenia ćwiczeń		Numer albumu	
Ocena zadania 1	Ocena zadania 2	Ocena zadania 3	Ocena z egzaminu	Ocena łączna Data

Zadanie 1

Dana jest kratownica o prętach nieważkich z jedną masą skupioną, obciążona w sposób nagły siłą P_0, por. rys. Część prętów jest niewydłużalna a część ma sztywność EA, por. Rys 1. Znaleźć pionowe przemieszczenie masy w chwili t.

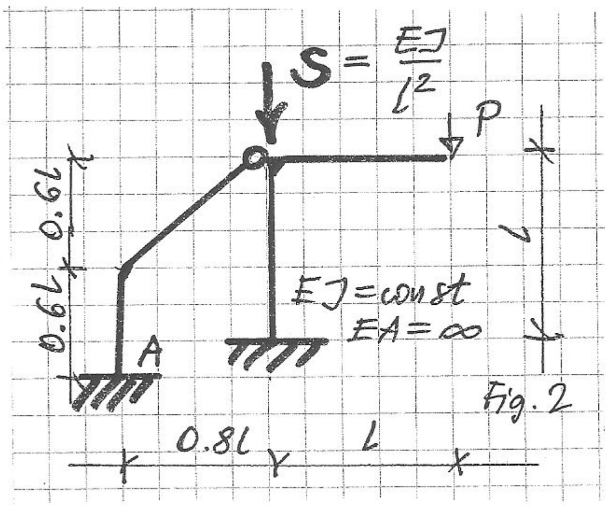
(The given plane truss is made from weightless bars and its mass is concentrated at one node. The truss is subject to a suddenly applied load of magnitude P_0, see Fig1. Some bars are inextensible, while the longitudinal stiffness of other bars is EA, see Fig 1. Find the vertical displacement of the mass at a time instant t.)



Zadanie 2

Dana jest rama obciążona dużą siłą osiową oraz siłą P, która zgina ramę, por. Rys.2 Znaleźć moment zginający M_A.

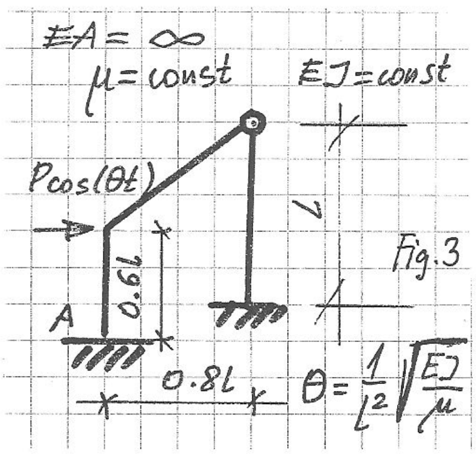
(The given frame is subject to a big axial force and to the force P which causes bending, see Fig.2. Compute the bending moment M_A)



Zadanie 3

Dana jest rama obciążona siłą harmonicznie zmienną w czasie, por. Rys.3. Znaleźć amplitudę M_A .

(The given frame is subject to a harmonic load, see Fig.3. Compute the amplitude of M_A)

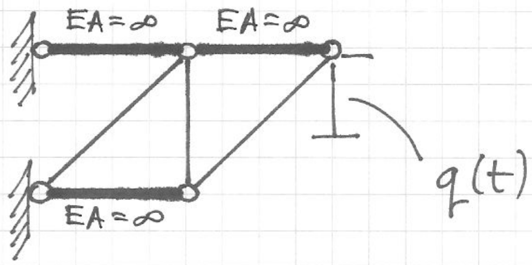


Egzamin MK2, zadanie 1, 20 VI 2016

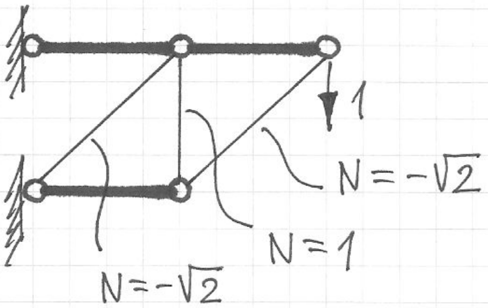
Równanie ruchu / equation of motion:

$$\ddot{q}(t) + \omega^2 q(t) = \frac{P(t)}{m}$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m}, \quad k = \frac{1}{d}$$



Wyznaczenie d / Calculating d:



$$d = \frac{1}{EA}\Big[L\sqrt{2}\cdot(-\sqrt{2})\cdot(-\sqrt{2})\cdot 2 + L\cdot 1\cdot 1\Big] = (4\sqrt{2}+1)\frac{L}{EA}$$

$$k = \frac{EA}{(4\sqrt{2}+1)L}$$

$$\omega^2 = \frac{EA}{mL(4\sqrt{2}+1)}$$

Wyznaczenie funkcji ruchu $q=q(t)$ / Calculating the function $q=q(t)$

CORJ / GSHE: $q_o(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$

CSRN / PSNHE: $q_s(t) = \dfrac{P_o}{m\omega^2}$

Stąd / Hence: $q(t) = q_o(t) + q_s(t)$

Warunki początkowe / Initial conditions: $q(0) = u_o$, $\dot{q}(0) = v_o$

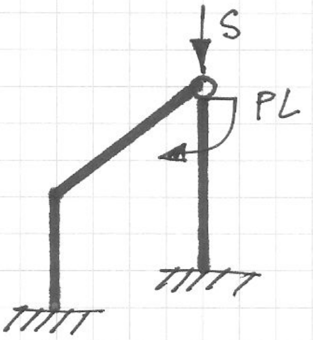
Ostatecznie / Finally:

$$q(t) = \frac{v_o}{\omega}\sin(\omega t) + \left(u_o - \frac{P_o}{m\omega^2}\right)\cos(\omega t) + \frac{P_o}{m\omega^2}$$

Zadanie 2

Schemat zredukowany

Reduced scheme



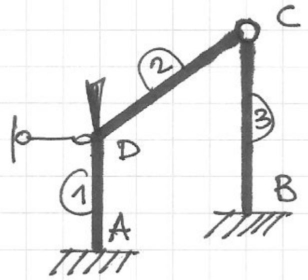
Uwaga / Remark:

W schemacie zredukowanym przyjęto $P \ll S$, tj. $S+P \approx S$.

In the reduced scheme it is assumed that $P \ll S$, hence $S+P \approx S$.

Schemat zastępczy

Primary structure



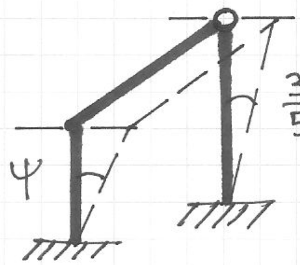
$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \varphi_D \\ \psi \end{bmatrix}$$

$$S^{(3)} = S \ , \ \sigma^{(3)} = \sigma = L\sqrt{\frac{S}{EJ}}$$

$$S = \frac{EJ}{L^2} \longrightarrow \sigma^{(3)} = 1$$

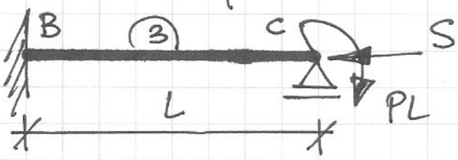
Plan przesunięć

Translation plan



Zadanie pomocnicze – wyznaczenie momentu wyjściowego $\overset{\circ}{\Phi}{}^{(3)}_{B}$

Auxiliary problem – calculation of the initial moment $\overset{\circ}{\Phi}{}^{(3)}_{B}$

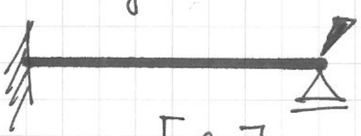


Równanie równowagi / Equilibrium equation

$$\left.\begin{aligned} \Phi^{(3)}_{C} &= PL \\ \Phi^{(3)}_{C} &= \frac{EJ}{L}\left[\alpha(1)\varphi_C\right] \end{aligned}\right| \longrightarrow \varphi_C = 0{,}259\,\frac{PL^2}{EJ}$$

Schemat zastępczy

Primary structure



$$\mathbf{r} = \left[\varphi_C\right]$$

Stąd / Hence:

$$\overset{\circ}{\Phi}{}^{(3)}_{B} = \frac{EJ}{L}\left[\beta(1)\varphi_C\right] = 0{,}526\,PL$$

Równania równowagi / Equilibrium equations:

$$\Phi^{(1)}_{D} + \Phi^{(2)}_{D} = 0$$

$$\left[\Phi^{(1)}_{A} + \Phi^{(1)}_{D}\right]\cdot\bar{\Psi} + \left[\Phi^{(3)}_{B}\right]\cdot\frac{3}{5}\bar{\Psi} + SL\cdot\frac{3}{5}\psi\cdot\frac{3}{5}\bar{\Psi} + PL\cdot\frac{3}{5}\bar{\Psi} = 0$$

$$\Phi^{(1)}_{A} = \frac{EJ}{0{,}6L}\left[4\varphi_D - 6\psi\right] =$$

$$\Phi_D^{(1)} = \frac{EJ}{0{,}6L}\left[2\varphi_D - 6\psi\right]$$
$$\Phi_D^{(2)} = \frac{EJ}{L}\left[3\varphi_D\right]$$
$$\Phi_B^{(3)} = \frac{EJ}{L}\left[-\frac{3}{5}\alpha'(1)\psi\right] + \overset{\circ}{\Phi}{}_B^{(3)}$$

Rozwiązanie / Solution:

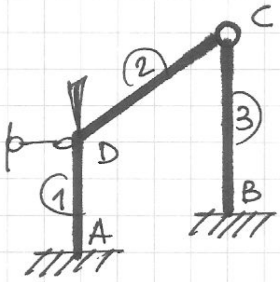
$$\varphi = 0{,}092\,\frac{PL^2}{EJ} \qquad \psi = 0{,}089\,\frac{PL^2}{EJ}$$

Stąd / Hence

$$M_A = \Phi_A^{(1)} = -0{,}582\,PL$$

Zadanie 3

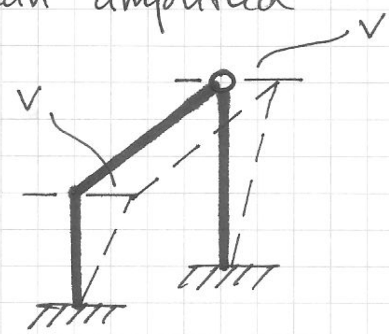
Schemat zastępczy / Primary structure



$$\lambda_\theta^4 = 1 \longrightarrow \lambda^{(1)} = 0{,}6\ ,\ \lambda^{(2)} = \lambda^{(3)} = 1$$

$$q = \begin{bmatrix}\varphi_D \\ \frac{V}{L}\end{bmatrix}$$

Plan amplitud



Wartości amplitud przesunięć

Values of the translation amplitudes

1: $w_A^{(1)} = 0$, $w_D^{(1)} = V$, $u^{(1)} = 0$

2: $w_D^{(2)} = 0{,}6V$, $w_C^{(2)} = 0{,}6V$, $u^{(2)} = 0{,}8V$

3: $w_C^{(3)} = V$, $w_B^{(3)} = 0$, $u^{(3)} = 0$

Równania równowagi / Equilibrium equations

$$\Phi_D^{(1)} + \Phi_D^{(2)} = 0$$
$$W_D^{(1)}\cdot\overline{V} + W_D^{(2)}\cdot 0{,}6\overline{V} + W_C^{(2)}\cdot 0{,}6\overline{V} + W_C^{(3)}\cdot\overline{V} - B^{(2)}\cdot 0{,}8\overline{V} = P\cdot\overline{V}$$

Rozwiązanie / Solution:

$$\varphi_D = 0{,}062\,\frac{PL^2}{EJ} \qquad \frac{V}{L} = 0{,}036\,\frac{PL^2}{EJ}$$

Stąd / Hence:

$$\mathrm{am}\,M_A = \Phi_A^{(1)} = -0{,}388\,PL$$