Egzamin z Mechaniki Konstrukcji II 7 IX 2015 r.
Wydział Inżynierii Lądowej, studia stacjonarne

NAZWISKO imię				
Grupa	Data zaliczenia ćwiczeń		Numer albumu	
Ocena zadania 1	Ocena zadania 2	Ocena zadania 3	Ocena z egzaminu	Ocena łączna Data

Zadanie 1

Dana rama ($EJ=const$, $\mu = const$) jest poddana obciążeniu harmonicznemu jak na rysunku.

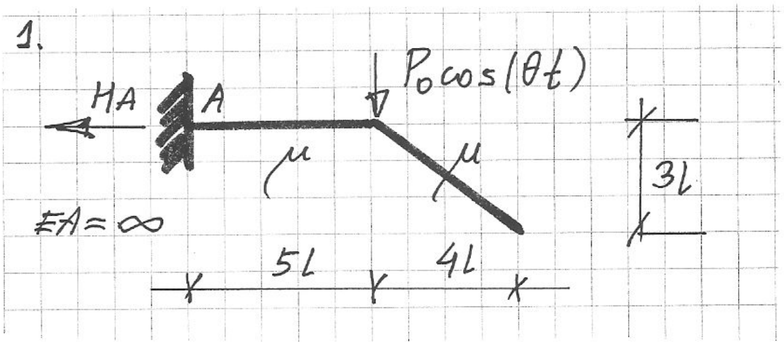
$\theta = \frac{1}{100l^2}\sqrt{\frac{EJ}{\mu}}$

Zapisz równania określające amplitudę reakcji poziomej H_A

(Given frame ($EJ=const$, $\mu = const$) is subject to the harmonic load, cf the figure.

$\theta = \frac{1}{100l^2}\sqrt{\frac{EJ}{\mu}}$

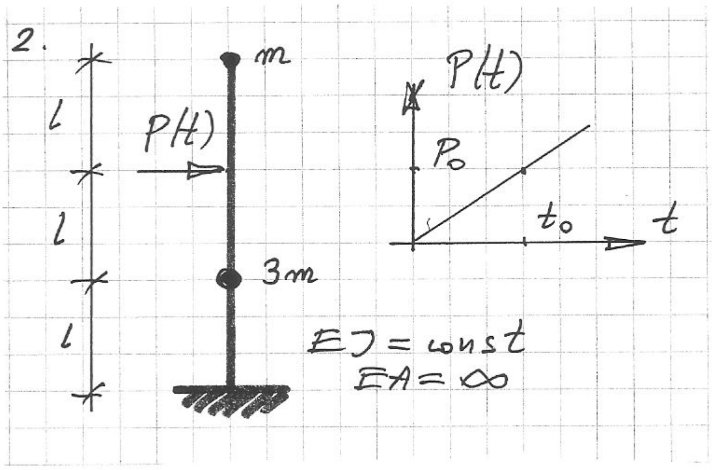
Write down the equations determining the amplitude of the horizontal reaction H_A*)*



Zadanie 2

Dany pręt nieważki, którego masa jest zastąpiona dwiema masami skupionymi $3m$, m poddany jest obciążeniu $P(t) = (P_0 / t_0)t$, por. rys.
Zapisać układ równań określający drgania obu mas
Przyjąć jednorodne warunki początkowe.

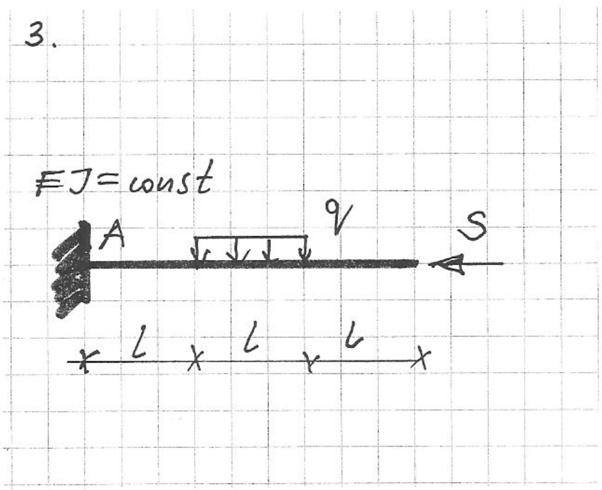
(The given weightless bar, with lamped masses $3m$, m, is subject to the load $P(t) = (P_0 / t_0)t$ cf. the figure.
Write down the equations determining vibrations of both the masses.
Assume the homogeneous initial condtions.



Zadanie 3

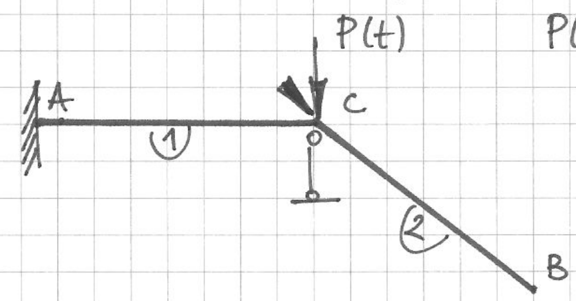
Dana belka obciążona dużą siłą osiową $S = \frac{EJ}{9l^2}$ jest poddana danemu obciążeniu, por. rys.
Znaleźć moment zginający M_A korzystając z twierdzenia Bettiego

(Given beam subjected to a big axial force $S = \frac{EJ}{9l^2}$ is loaded as in the figure.
Find the bending moment M_A with using Betti's theorem)



Egzamin z MK2, 7 IX 2015, zadanie 1

Schemat geometrycznie wyznaczalny



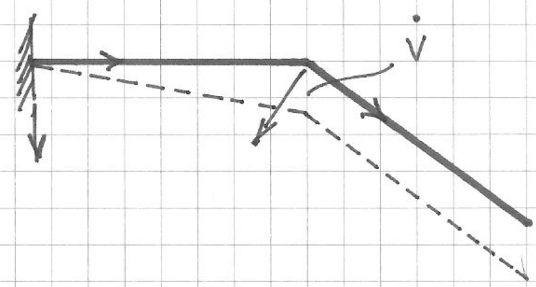
$P(t) = P_0 \cos(\theta t)$

$$q = \begin{bmatrix} \varphi_C \\ \frac{V}{L} \end{bmatrix}$$

$\lambda^{(1)} = \frac{1}{2}$

$\lambda^{(2)} = \frac{1}{2}$

Plan prędkości



$W_C^{(1)} = V$

$W_C^{(2)} = \frac{4}{5} V \qquad u^{(2)} = \frac{3}{5} V$

Równania równowagi:

$$\Phi_C^{(1)} + \Phi_C^{(2)} = 0$$

$$W_C^{(1)} \cdot \bar{V} + W_C^{(2)} \cdot \frac{4}{5} \bar{V} - B_{\parallel}^{(2)} \cdot \frac{3}{5} \bar{V} = P_0 \cdot \bar{V}$$

Wzory transformacyjne:

$$\Phi_C^{(1)} = \frac{EJ}{5L} \left[\alpha(0{,}5) \varphi_C - \vartheta(0{,}5) \frac{V}{5L} \right]$$

$$\Phi_C^{(2)} = \frac{EJ}{L} \left[\alpha''(0{,}5) \varphi_C + \vartheta''(0{,}5) \frac{4V}{5 \cdot 5L} \right]$$

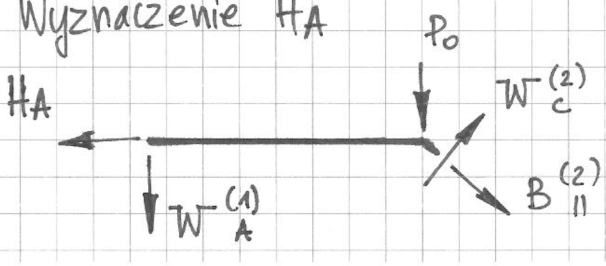
$$W_C^{(1)} = \frac{EJ}{25L^2} \left[-\vartheta(0{,}5) \varphi_C + \gamma(0{,}5) \frac{V}{5L} \right]$$

$$W_C^{(2)} = \frac{EJ}{25L^2} \left[\vartheta''(0{,}5) \varphi_C + \gamma''(0{,}5) \frac{4V}{5 \cdot 5L} \right]$$

$$B_{\parallel}^{(2)} = \mu \cdot 5L \cdot \theta^2 \cdot \frac{3}{5} V = \frac{EJ}{L^2} \left[\frac{3}{10000} \right] \frac{V}{L}$$

$$\varphi_C = 13{,}517 \frac{P_0 L^2}{EJ} \qquad \frac{V}{L} = 44{,}651 \frac{P_0 L^2}{EJ}$$

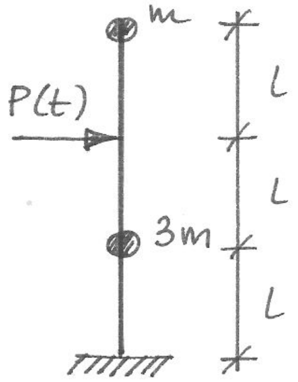
Wyznaczenie H_A



$$H_A = \frac{4}{5} B_{\parallel}^{(2)} + \frac{3}{5} W_C^{(2)}$$

Egzamin MK2 7.09.2015 Zadanie 2

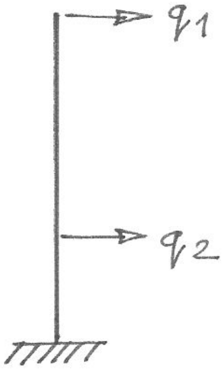
Zapisać układ równań określający drgania mas i jednorodne warunki początkowe.



$$P(t) = \left(\frac{P_0}{t_0}\right) t$$

Równanie w postaci macierzowej:

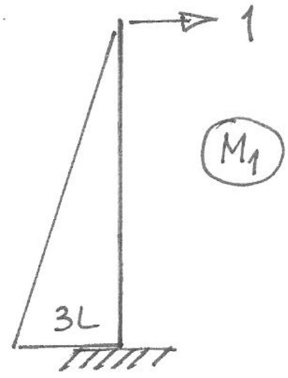
$$\mathbf{q}(t) = -\mathbb{D}\mathbb{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{d}_0 P(t)$$



gdzie

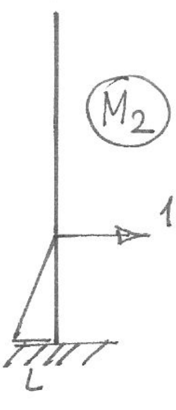
$$\mathbf{q}(t) = \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{bmatrix} \qquad \mathbb{M} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & 3m \end{bmatrix}$$

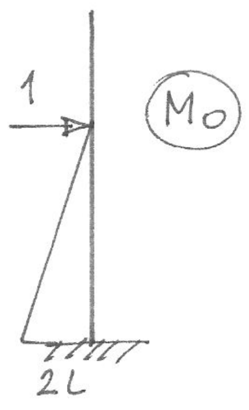
$$\mathbb{D} = \begin{bmatrix} 9 & \frac{4}{3} \\ \frac{4}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \frac{L^3}{EJ} \qquad \mathbf{d}_0 = \begin{bmatrix} \frac{14}{3} \\ \frac{5}{6} \end{bmatrix} \frac{L^3}{EJ}$$



Warunki początkowe:

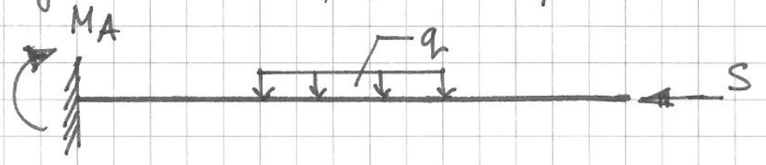
$$\mathbf{q}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \dot{\mathbf{q}}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



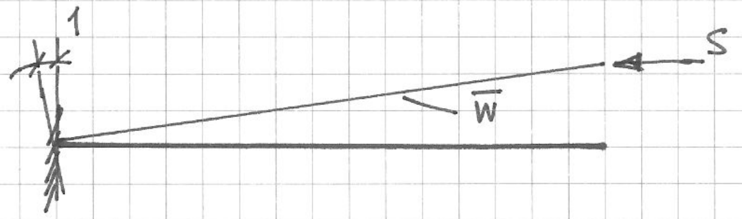


opracował:
G. Dzierżanowski

Egzamin z MK2, 7 IX 2015, zadanie 3



$$S = \frac{1}{9}\,\frac{EJ}{l^2}$$



Z tw. Bettiego :

$$-M_A \cdot 1 + \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} q\,\overline{w}(\xi)\,3l\,d\xi = 0$$

$$M_A = \int_{1/3}^{2/3} q\,\overline{w}(\xi)\,3l\,d\xi = 3ql\int_{1/3}^{2/3} \overline{w}(\xi)\,d\xi$$

Wyznaczenie $\overline{w}(\xi)$

$$\frac{d^4\overline{w}}{d\xi^4} + 9\sigma^2\,\frac{d^2\overline{w}}{d\xi^2} = 0 \qquad \sigma^2 = \frac{Sl^2}{EJ} = \frac{1}{9}$$

Warunki brzegowe:

$$\overline{w}(\xi)\Big|_{\xi=0} = 0 \qquad -\frac{EJ}{9l^2}\,\frac{d^2\overline{w}}{d\xi^2}(\xi)\Big|_{\xi=1} = 0$$

$$\frac{1}{3l}\cdot\frac{d\overline{w}}{d\xi}(\xi)\Big|_{\xi=0} = -1 \qquad -\frac{EJ}{27l^3}\left(\frac{d^3\overline{w}}{d\xi^2}(\xi) + 9\sigma^2\,\frac{d\overline{w}}{d\xi}(\xi)\right)\Big|_{\xi=1} = 0$$

Po podstawieniu danych:

$$\overline{w}(\xi) = C_1 + C_2\,\xi + C_3\cos(\xi) + C_4\sin(\xi)$$

$$C_1 = -3l\,tg(1),\quad C_2 = 0,\quad C_3 = 3l\,tg(1),\quad C_4 = -3l$$

$$\overline{w}(\xi) = -3l\left[1{,}557 - 1{,}557\cos\xi + \sin\xi\right]$$

$$M_A = -9ql^2\cdot\int_{1/3}^{2/3}\left(1{,}557 - 1{,}557\cos\xi + \sin\xi\right)d\xi = -2{,}022\,ql^2$$