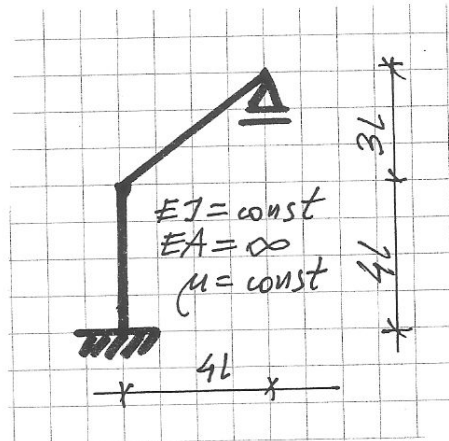


Imię i NAZWISKO				
Nr albumu				
ocena zadania 1	ocena zadania 2	ocena zadania 3	ocena egz. pis.	Ocena Ostateczna
				Ocena łączna, data, podpis

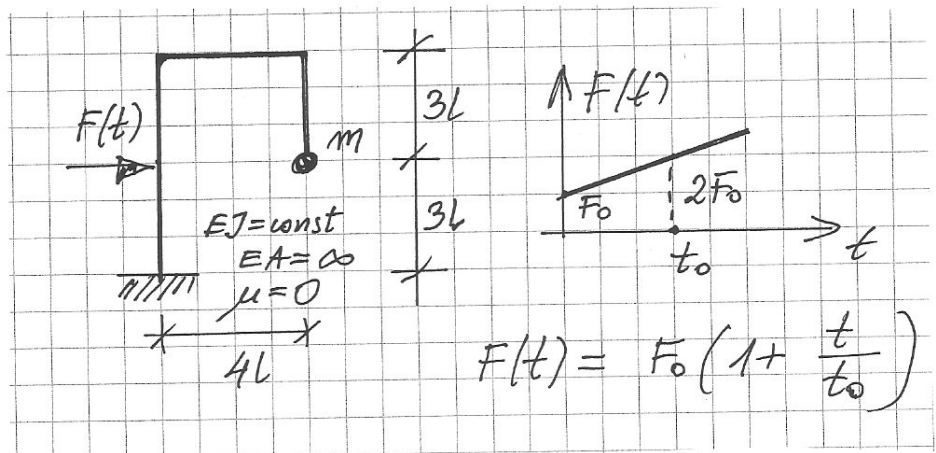
Zadanie 1

Zapisać równania określające częstości drgań własnych danej ramy dwuprętowej.
(Write down the equations determining the eigenfrequencies of the given two-bar frame)

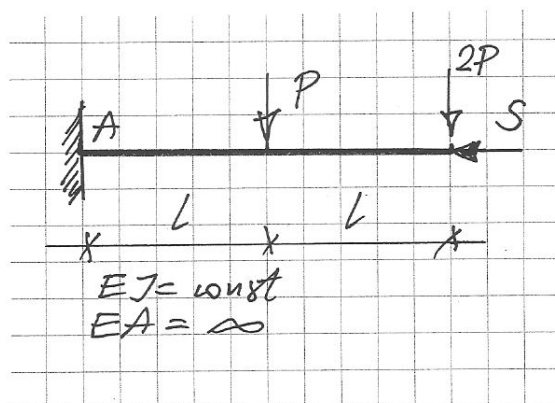
**Zadanie 2**

Dana jest nieważka rama z masą skupioną; $EJ = \text{const}$, $EA = \infty$. Obciążenie $F(t)$ jest podane na rysunku. Zapisać układ równań określający drgania układu. Przyjąć jednorodne warunki początkowe.

(The given weightless frame ($EA = \infty$, $EJ = \text{const}$) with a lumped mass is subject to a given time-dependent load, cf. the figure. Assume the homogeneous initial conditions. Write down the equations of motion of the system).

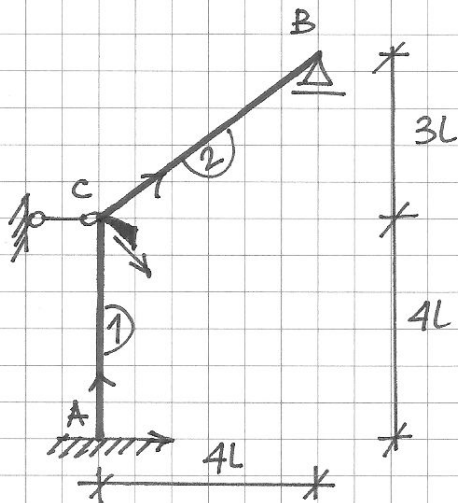
**Zadanie 3**

Dany jest pręt obciążony dużą siłą osiową S poddany obciążeniu poprzecznemu. Korzystając z twierdzenia Bettiego znaleźć moment w utwierdzeniu A.
(The bar is subject to big axial forces S and to a lateral load, cf. the figure. By using Betti's theorem find the bending moment at the support A).



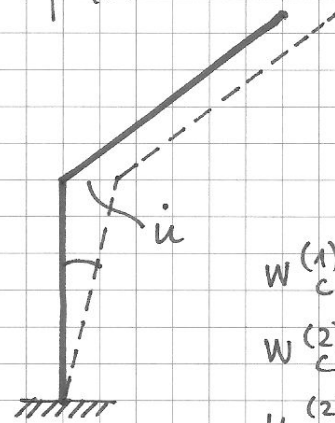
Egzamin z MK2, 18 VI 2015, zadanie 1

Schemat geometrycznie wyznaczalny:



$$q = \begin{bmatrix} \psi_c \\ \frac{u}{l} \end{bmatrix}$$

Plan prędkości:



$$W_C^{(1)} = u$$

$$W_C^{(2)} = \frac{3}{5} u$$

$$u^{(2)} = \frac{4}{5} u$$

$$W_B^{(2)} = \frac{3}{5} u$$

$$\lambda^{(1)} = 4\lambda \quad \lambda^{(2)} = 5\lambda \quad \lambda = L \sqrt[4]{\frac{\mu \omega^2}{EJ}}$$

Równania równowagi:

$$\Phi_C^{(1)} + \Phi_C^{(2)} = 0$$

$$W_C^{(1)} \cdot \bar{W}_C^{(1)} + W_C^{(2)} \cdot \bar{W}_C^{(2)} + W_B^{(2)} \cdot \bar{W}_B^{(2)} - B_{||}^{(2)} \cdot \bar{u}^{(2)} = 0$$

Wzory transformacyjne i siły bezwładności:

$$\Phi_C^{(1)} = \frac{EJ}{4L} \left[\alpha(4\lambda) \psi_c - \gamma(4\lambda) \frac{u}{4L} \right]$$

$$\Phi_C^{(2)} = \frac{EJ}{5L} \left[\alpha'(5\lambda) \psi_c + \gamma'(5\lambda) \cdot \frac{3u}{5 \cdot 5L} - \delta'(5\lambda) \frac{3u}{5 \cdot 5L} \right]$$

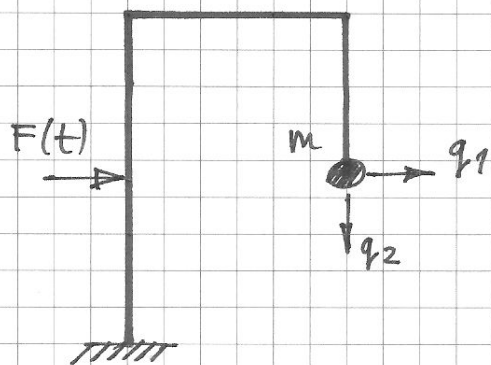
$$W_C^{(1)} = \frac{EJ}{16L^2} \left[-\gamma(4\lambda) \psi_c + \delta(4\lambda) \frac{u}{4L} \right]$$

$$W_C^{(2)} = \frac{EJ}{25L^2} \left[\gamma'(5\lambda) \psi_c + \delta'(5\lambda) \frac{3u}{5 \cdot 5L} - \varepsilon'(5\lambda) \frac{3u}{5 \cdot 5L} \right]$$

$$W_B^{(2)} = -\frac{EJ}{25L^2} \left[\delta'(5\lambda) \psi_c + \varepsilon'(5\lambda) \frac{3u}{5 \cdot 5L} - \chi'(5\lambda) \frac{3u}{5 \cdot 5L} \right]$$

$$B_{||}^{(2)} = \mu \cdot 5L \cdot \omega^2 \cdot u^{(2)} = \frac{EJ}{L^2} \cdot 4\lambda^4 \cdot \frac{u}{L}$$

Współrzędne Lagrange'a



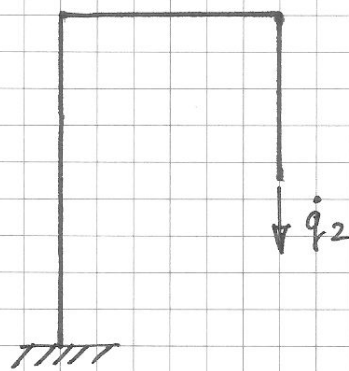
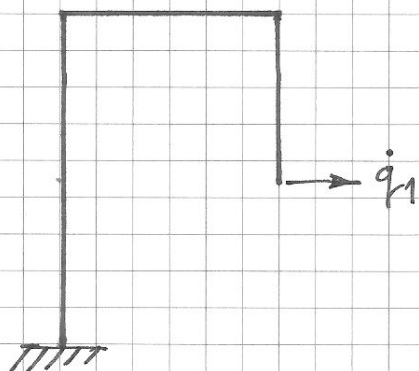
$$q_L = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}$$

$$F(t) = F_0 \left(1 + \frac{t}{t_0}\right)$$

Równanie ruchu:

$$q_L(t) + D M \ddot{q}_L(t) = D_0 F(t)$$

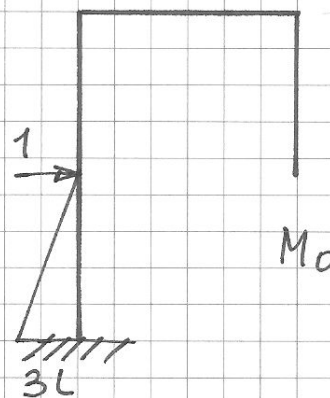
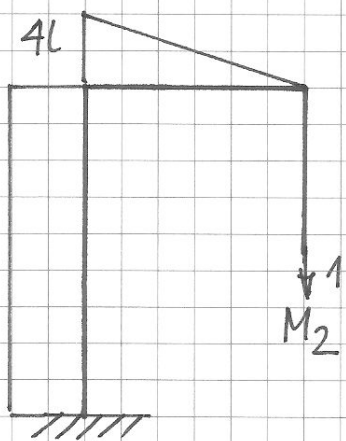
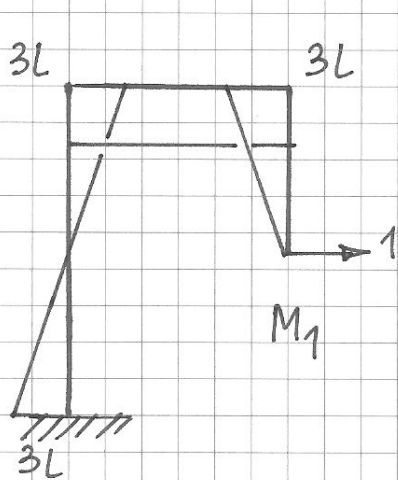
Plany prędkości masy



Energia kinetyczna:

$$2E_k = m(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2) = \dot{q}_L^T M \dot{q}_L$$

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$$

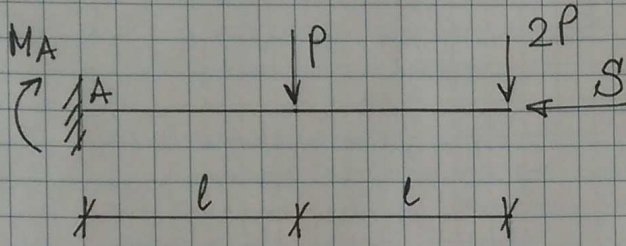


$$D = \begin{bmatrix} 63 & -24 \\ -24 & 117,33 \end{bmatrix} \frac{L^3}{EJ}$$

$$D_0 = \begin{bmatrix} 9 \\ 18 \end{bmatrix} \frac{L^3}{EJ}$$

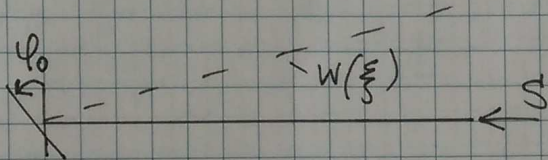
18.06.2015

ZAD 3



$$EJ = \text{const}$$

$$EA = \infty$$



$$\xi = \frac{x}{2l}$$

Z tw. Bettiego

$$M_A (-\varphi_0) + P \cdot w(0.5) + 2P \cdot w(1) = 0$$

$$M_A = \frac{1}{\varphi_0} P (w(0.5) + 2 \cdot w(1)) \quad (1)$$

$$W(\xi) = C_0 + C_1 \xi + C_2 \sin(\delta \xi) + C_3 \cos(\delta \xi)$$

$$\xi = \frac{x}{2l}$$

$$\delta = 2l \sqrt{\frac{S}{EI}}$$

warunki brzegowe:

$$w(0) = 0$$

$$\varphi(0) = -\varphi_0 \rightarrow \frac{1}{2l} \frac{dw(\xi)}{d\xi} \Big|_{\xi=0} = -\varphi_0$$

$$M(1) = 0 \rightarrow -\frac{EI}{(2l)^2} \frac{d^2w(\xi)}{d\xi^2} \Big|_{\xi=1} = 0$$

$$T(1) = 0 \rightarrow -\frac{EI}{(2l)^3} \frac{d^3w(\xi)}{d\xi^3} \Big|_{\xi=1} - \frac{S}{2l} \frac{dw(\xi)}{d\xi} \Big|_{\xi=1} = 0$$

Należy znaleźć stałe C_i , $i=0..3$ oraz obliczyć M_A ze wzoru (1)