

Imię i NAZWISKO

Nr albumu

ocena zadania 1

ocena zadania 2

ocena zadania 3

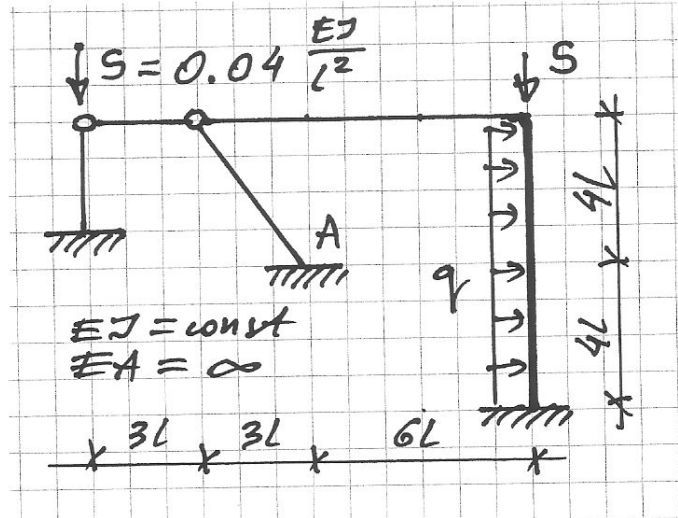
ocena  
egz. pis.

Ocena  
Ostateczna

Data

**Zadanie 1**

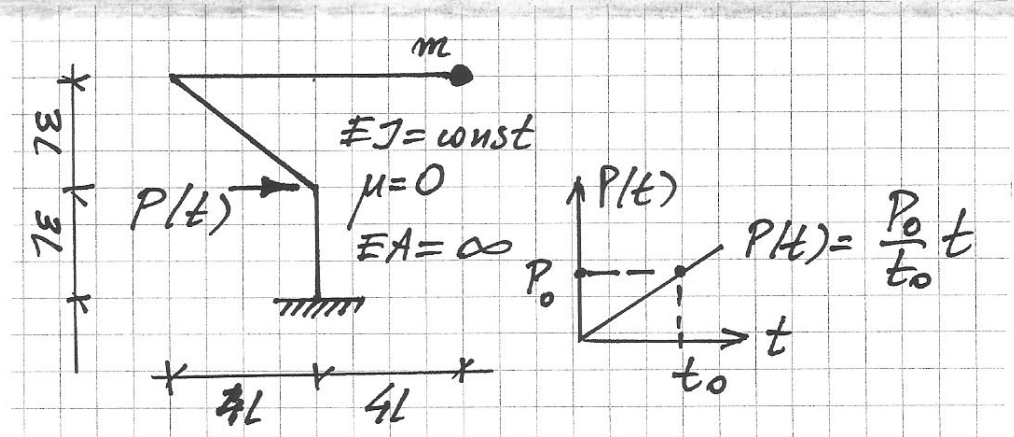
Dana jest rama z prętów nieściśliwych obciążona dużymi siłami osiowymi  $S$  oraz poddana obciążeniu poprzecznemu. Znaleźć moment w utwierdzeniu A. (The given frame (of inextensible bars) is subject to big axial forces  $S$  and to a lateral load, cf. the figure. Find the bending moment at the support A).



**Zadanie 2**

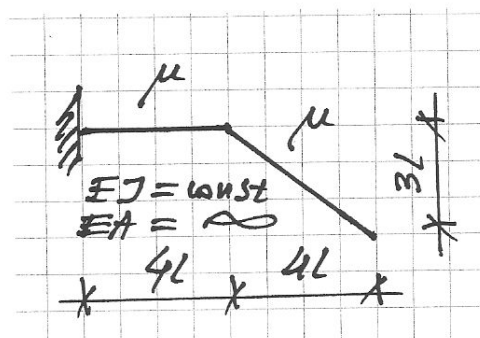
Dana jest nieważka rama z masą skupioną;  $EJ = \text{const}$ ,  $EA = \infty$ . Obciążenie  $P(t)$  jest podane na rysunku. Zapisać układ równań określający drgania układu. Przyjąć jednorodne warunki początkowe.

(The given weightless frame ( $EA = \infty$ ,  $EJ = \text{const}$ ) with a lumped mass is subject to a given non-harmonic load. Assume the homogeneous initial conditions. Write down the equations of motion of the system).



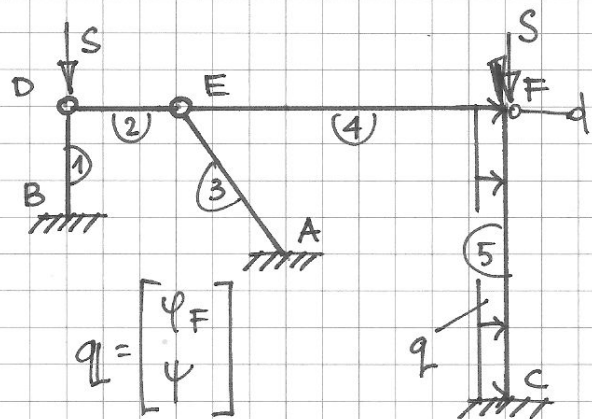
**Zadanie 3**

Zapisać równania określające częstości drgań własnych danej ramy dwupretowej. (Write down the equations determining the eigenfrequencies of the given two-bar frame)



# Egzamin z MK2, 11 II 2015, zadanie 1

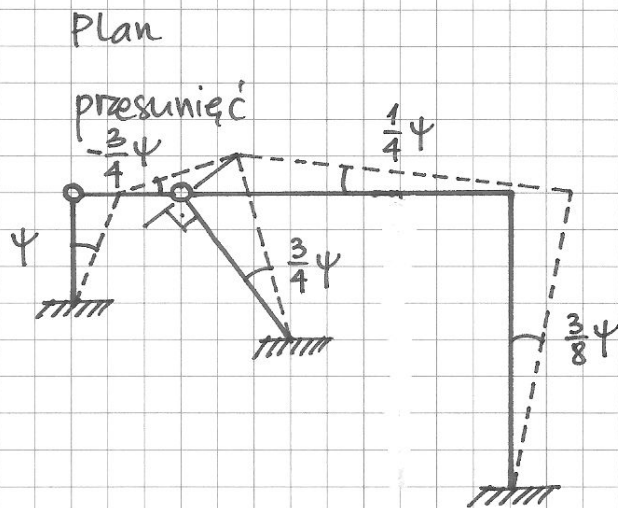
Schemat geometrycznie wyznaczalny



$$q = \begin{bmatrix} \psi_F \\ \psi \end{bmatrix}$$

$$S^{(1)} = S \quad \sigma^{(1)} = 0,6$$

$$S^{(5)} = S \quad \sigma^{(5)} = 1,6$$



Równania równowagi:

$$\Phi_F^{(4)} + \Phi_F^{(5)} = 0$$

$$\Phi_B^{(1)} \cdot \bar{\psi} + \Phi_A^{(3)} \cdot \frac{3}{4} \bar{\psi} + \Phi_E^{(4)} \cdot \frac{1}{4} \bar{\psi} + (\Phi_C^{(5)} + \Phi_F^{(5)}) \cdot \frac{3}{8} \bar{\psi} + S \cdot 3L \cdot \psi \cdot \bar{\psi} + S \cdot 8L \cdot \frac{3}{8} \psi \cdot \frac{3}{8} \bar{\psi} + q \cdot 8L \cdot 4L \cdot \frac{3}{8} \bar{\psi} = 0$$

Wzory transformacyjne:

$$\Phi_B^{(1)} = \frac{EJ}{3L} [-\alpha^{(1,6)} \psi]$$

$$\Phi_A^{(3)} = \frac{EJ}{5L} [-3 \cdot \frac{3}{4} \psi]$$

$$\Phi_F^{(4)} = \frac{EJ}{9L} [3(\psi_F - \frac{1}{4} \psi)]$$

$$\Phi_C^{(5)} = \frac{EJ}{8L} [\beta^{(1,6)} \psi_F - \gamma^{(1,6)} \frac{3}{8} \psi] - \gamma^{(1,6)} \cdot q \cdot (8L)^2$$

$$\Phi_F^{(5)} = \frac{EJ}{8L} [\alpha^{(1,6)} \psi_F - \gamma^{(1,6)} \frac{3}{8} \psi] + \gamma^{(1,6)} \cdot q \cdot (8L)^2$$

$$\psi_F = -3,566 \frac{qL^3}{EJ}$$

$$\Phi_A^{(3)} = -3,527 qL^2$$

$$\psi = 7,837 \frac{qL^3}{EJ}$$

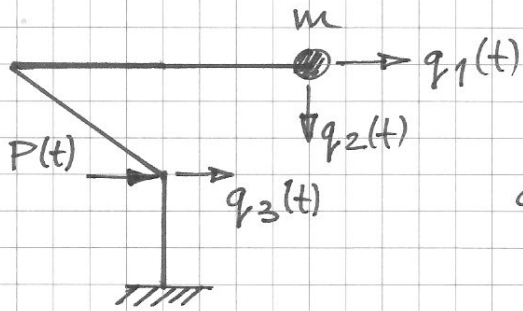
Egzamin z MK2, 11 II 2015, zadanie 2

Równanie ruchu:  $Kq(t) + M\ddot{q}(t) = P(t)$

Niech  $D = K^{-1}$ . Wtedy

$$q(t) + DM\ddot{q}(t) = DP(t)$$

$q = q(t)$  - wektor współrzędnych Lagrange'a



$$q(t) = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$$

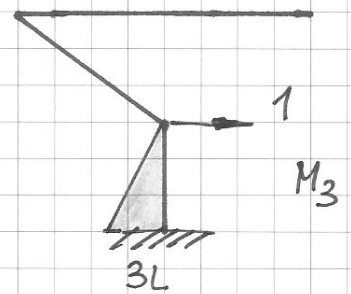
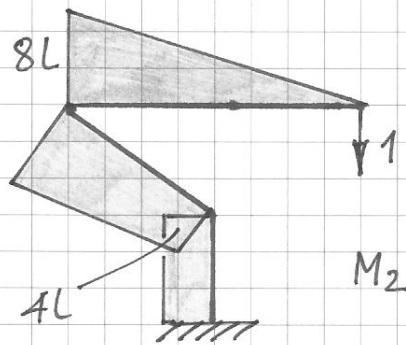
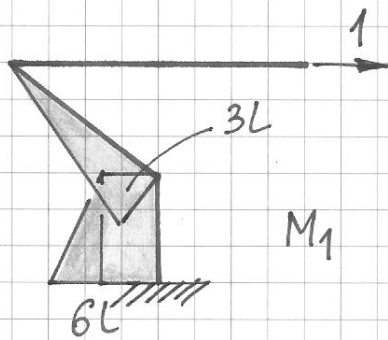
$$P(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_0 \frac{t}{t_0} \end{bmatrix}$$

Energia kinetyczna

$$2E_K = m(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2) = \dot{q}^T M \dot{q}$$

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

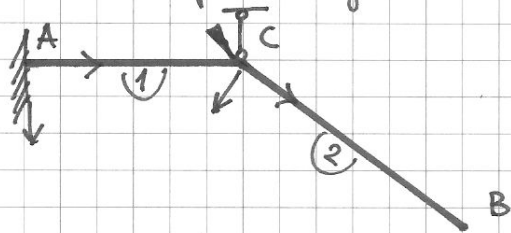
Wyznaczenie macierzy  $D$



$$D = \begin{bmatrix} 78 & 94 & 22,5 \\ 94 & 405,33 & 18 \\ 22,5 & 18 & 9 \end{bmatrix} \frac{L^3}{EJ}$$

Examin z MK2, 11 II 2015, zadanie 3

Schemat geometrycznie wyznaczalny

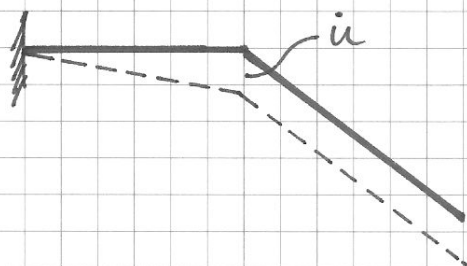


$$q_L = \begin{bmatrix} q_L \\ \frac{v}{L} \end{bmatrix}$$

$a$  - amplituda  $q_L$

$$\lambda^{(1)} = 4\lambda \quad \lambda^{(2)} = 5\lambda \quad \lambda = L \sqrt[4]{\frac{\mu \omega^2}{EJ}}$$

Plan prędkości



$$W_C^{(1)} = u \quad u^{(1)} = 0$$

$$W_C^{(2)} = \frac{4}{5}u \quad u^{(2)} = \frac{3}{5}u$$

Równania równowagi:

$$\Phi_C^{(1)} + \Phi_C^{(2)} = 0$$

$$W_C^{(1)} \cdot W_C^{(1)} + W_C^{(2)} \cdot W_C^{(2)} - B_{||}^{(2)} \cdot u^{(2)} = 0$$

Wzory transformacyjne i siły bezładności

$$\Phi_C^{(1)} = \frac{EJ}{4L} \left[ \alpha(4\lambda) \varphi_C - \nu(4\lambda) \frac{u}{4L} \right]$$

$$\Phi_C^{(2)} = \frac{EJ}{5L} \left[ \alpha''(5\lambda) \varphi_C + \nu''(5\lambda) \frac{4u}{5 \cdot 5L} \right]$$

$$W_C^{(1)} = -\frac{EJ}{16L^2} \left[ \nu(4\lambda) \varphi_C - \delta(4\lambda) \frac{u}{4L} \right]$$

$$W_C^{(2)} = \frac{EJ}{25L^2} \left[ \nu''(5\lambda) \varphi_C + \delta''(5\lambda) \frac{4u}{5 \cdot 5L} \right]$$

$$B_{||}^{(2)} = \mu \cdot 5L \cdot \omega^2 \cdot u^{(2)} = \frac{EJ}{L^2} (3\lambda^4) \frac{u}{L}$$