Egzamin pisemny z Mechaniki Konstrukcji II, 12 II 2014 roku.

Imię i NAZWISKO			
Nr albumu			
ocena zadania 1	ocena zadania 2	ocena zadania 3	Ocena egz. pis. Ocena końcowa egz. Ocena łączna

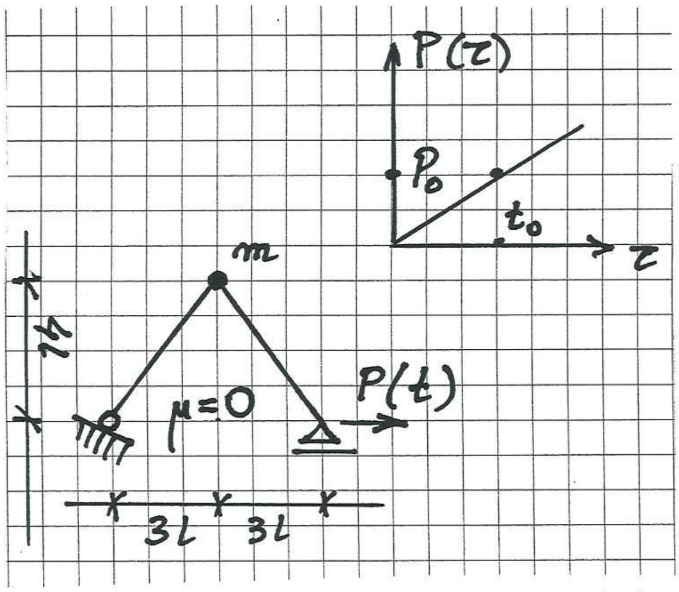
Zadanie/ Problem 1

Zapisać równania określające drgania masy skupionej w węźle danej ramy z prętów nieważkich. Pręty są pryzmatyczne, niewydłużalne, o danej sztywności *EJ*. Obciążenie zmienia się wg wzoru: $P(\tau) = P_0\tau / t_0$.

Warunki początkowe są jednorodne.

[Write down the equations which determine vibrations of the concentrated mass at the node of the given frame, made from inextensible and weightless bars of constant bending stiffness EJ. The load varies in time according to the rule: $P(\tau) = P_0\tau / t_0$.

The initial conditions are homogeneous.].



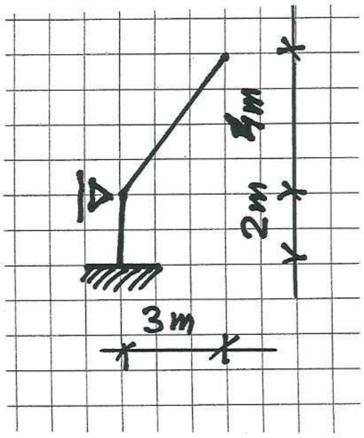
Zadanie/Problem 2

Znaleźć pierwszą częstość drgań własnych danej ramy wykonanej z kształtownika I 180 o charakterystykach: A=27,9 cm^2, J=1450 cm^4, gęstość masy wynosi 7,88 g/cm^3.

Przyjąć *E*= 210 GPa.

[Find the first eigenfrequency of the given frame made from the profile I 180 of the characteristics: A=27,9 cm^2, J=1450 cm^4, the mass density equals 7,88 g/cm^3.

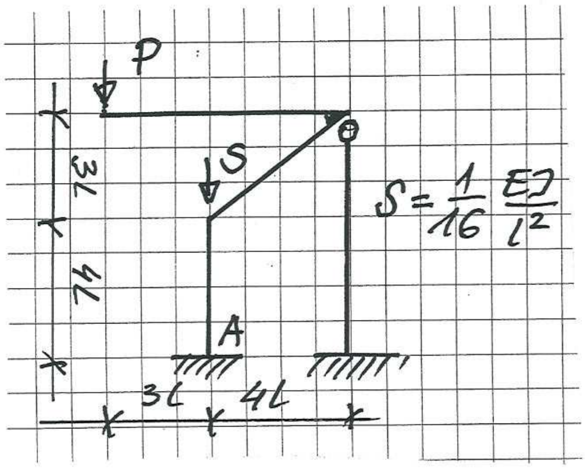
Assume: *E*= 210 GPa.]



Zadanie/Problem 3

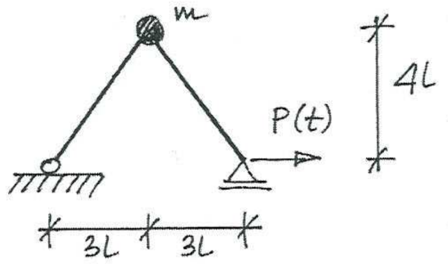
Dana jest rama z prętów niewydłużalnych o stałej sztywności EJ, poddana dużej sile osiowej. Znaleźć moment w utwierdzeniu A.

[The frame made from inextensible bars, of the constant bending stiffness EJ, is subject to a big axial force as shown in the figure. Find the bending moment at the clamped edge at A.]



EGZAMIN MK2 , 12 II 2014 , ZADANIE 1

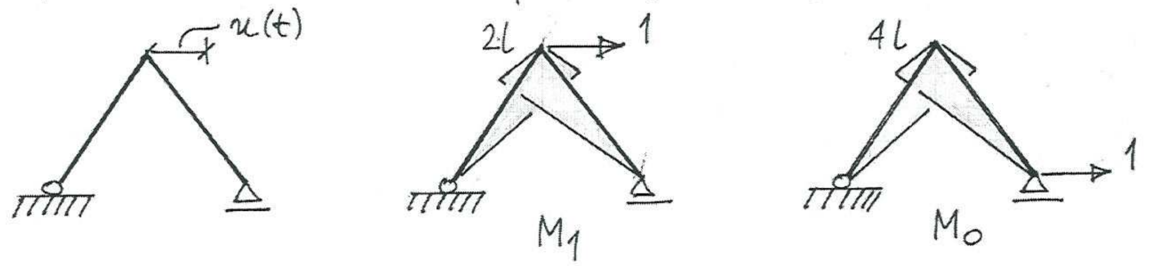
Znaleźć równanie określające drgania masy m. $P(t) = \frac{P_0}{t_0} t$



$EJ = \text{const.}$

$\mu = 0.$

Rozwiązanie ma postać $u(t) = d_{11} B_1(t) + d_{10} P(t)$, gdzie $B_1(t) = -m\ddot{u}(t)$, $u(t)$ – patrz rys. poniżej.



$$d_{11} = \frac{40}{3}\frac{L^3}{EJ} \quad , \quad d_{10} = \frac{80}{3}\frac{L^3}{EJ} \quad , \quad m_* = \frac{25}{16} m$$

Równanie drgań : $u(t) = -\frac{40}{3}\frac{L^3}{EJ} m_* \ddot{u}(t) + \frac{80}{3}\frac{L^3}{EJ}\frac{P_0}{t_0} t$

przekształcamy do postaci : $\ddot{u}(t) + \omega^2 u(t) = b t$, (1)

w której : $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_*}}$, $k = \frac{3}{40}\frac{EJ}{L^3}$, $b = \frac{2P_0}{m_* t_0}$

Wyznaczamy CORJ : $u_0(t) = C_1 \cos\omega t + C_2 \sin\omega t$

CSRN : $u_s(t) = C_3 \cdot t$

CSRN musi spełniać równanie (1), a więc $C_3 = \frac{b}{\omega^2}$.

Zatem CORN ma postać :

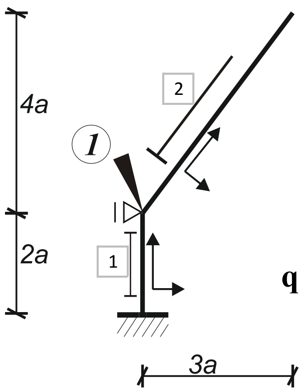
$$u(t) = C_1 \cos\omega t + C_2 \sin\omega t + \frac{b}{\omega^2} t$$

Stałe C_1, C_2 wyznaczamy z warunków początkowych :

$$\left.\begin{array}{l} u(0) = 0 \rightarrow C_1 = 0 \\ \dot{u}(0) = 0 \rightarrow C_2 = -\frac{b}{\omega^3} \end{array}\right| \rightarrow u(t) = -\frac{b}{\omega^3}\sin\omega t + \frac{b}{\omega^2} t$$

Rozwiązanie opracował G. Drzewanowski

Zad 2 z egz. mk2/12.02.2014:



$\mathbf{q} = [\varphi_1]$

a=1m

Równanie równowagi:

$$\Phi_1^1 + \Phi_1^2 = 0$$

Niech :

$$\lambda = a\sqrt[4]{\frac{\mu\omega^2}{EJ}}, \Rightarrow \omega^2 = \frac{EJ}{\mu a^4}\lambda^4,$$

$$\lambda_1 = 2\lambda,$$

$$\lambda_2 = 5\lambda.$$

Wzory transformacyjne
Element 1
$\Phi_1^1 = \frac{EJ}{a}[+\frac{1}{2}\alpha(\lambda_1)\varphi_1]$
Element 2
$\Phi_1^2 = \frac{EJ}{a}[+\frac{1}{5}\alpha''(\lambda_2)\varphi_1]$

$$\frac{EJ}{a}\left[\ +\frac{1}{2}\alpha(\lambda_1) + \frac{1}{5}\alpha''(\lambda_2)\ \right]\varphi_1 = 0$$

$$\lambda_I \approx 0.34[1]$$

Przeliczenie danych na jednostki układu SI:

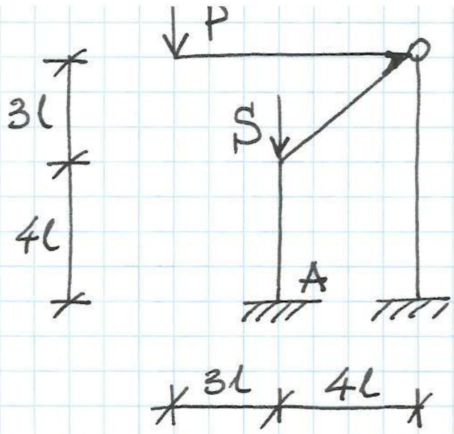
μ_i' $\left[\frac{kg}{m}\right]$	EJ $[Nm^2]$
21.9852	3.0450E+06

$$\frac{EJ}{\mu a^4} = 1.38502E+05 \left[\frac{1}{s^2}\right]$$

Odpowiedź:

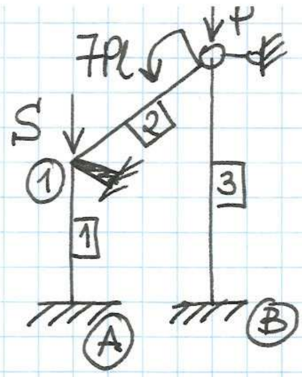
$$\omega_I^2 = \frac{EJ}{\mu a^4}\lambda_I^4 \approx 1.95 \cdot 10^3\left[\frac{1}{s^2}\right] \Rightarrow \omega_1 \approx 44.18\left[\frac{1}{s}\right]$$

Oprac. K. Hetmański



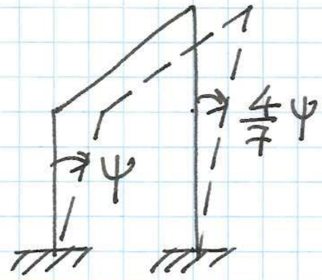
$$S=\frac{1}{16}\frac{EI}{l^2}$$

$$M_A=?$$



$$\sigma=l\sqrt{\frac{S}{EI}}=\frac{1}{4}$$

$$\sigma_1=4\sigma=1$$



1) $\phi_1^1+\phi_1^2=0$

2) $\left(\phi_A^1+\phi_1^1\right)\overline{\psi}+\phi_B^3\cdot\frac{4}{7}\overline{\psi}+S\cdot 4l\cdot\psi\cdot\overline{\psi}=0$

$$\phi_A^1=\frac{EI}{4l}\left[\beta(1)\varphi_1-\theta(1)\psi\right]$$

$$\phi_1^1=\frac{EI}{4l}\left[\alpha(1)\varphi_1-\theta(1)\psi\right]$$

$$\phi_1^2=\frac{3EI}{5l}\varphi_1-\frac{7}{2}Pl$$

$$\phi_B^3=\frac{3EI}{7l}\left[-\frac{4}{7}\psi\right]$$

$$\alpha(1)=3{,}865$$

$$\beta(1)=2{,}034$$

$$\theta(1)=5{,}899$$

$$\frac{EI}{l}\begin{bmatrix}\frac{1}{4}\alpha(1)+\frac{3}{5} & -\frac{1}{4}\theta(1)\\ -\frac{1}{4}(\beta(1)+\alpha(1)) & \frac{1}{2}\theta(1)+\frac{48}{343}+\frac{1}{4}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varphi_1\\ \psi\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{7}{2}\\ 0\end{bmatrix}Pl$$

$$\frac{EI}{l}\begin{bmatrix}1{,}566 & -1{,}475\\ -1{,}475 & 2{,}839\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varphi_1\\ \psi\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{7}{2}\\ 0\end{bmatrix}Pl$$

$$\varphi_1=-4{,}377\,\frac{Pl^2}{EI}$$

$$\psi=-2{,}274\,\frac{Pl^2}{EI}$$

$$M_A=\phi_A^1=-1{,}128\,Pl$$

Opracował Jan Pełczyński