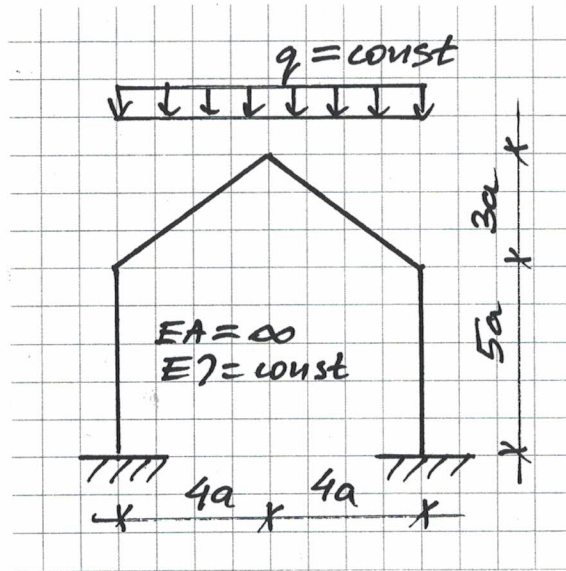


NAZWISKO imię				
Grupa	Data zaliczenia ćwiczeń		Numer albumu	
Ocena zadania 1	Ocena zadania 2	Ocena zadania 3	Ocena z egzaminu	Ocena łączna
				Data

Zadanie 1

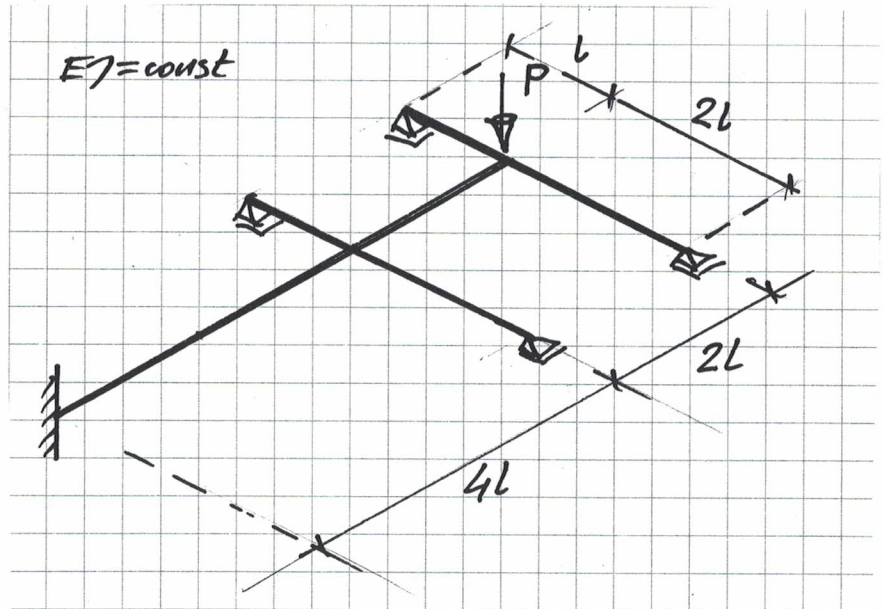
Dana jest rama płaska obciążona jak na rysunku; zapisać układ równań metody przemieszczeń. (For the given frame write down the equations of the displacement method.)



Zadanie 2

Dany jest ruszt przegubowy, obciążony jak na rysunku. Sporządzić wykres momentów zginających.

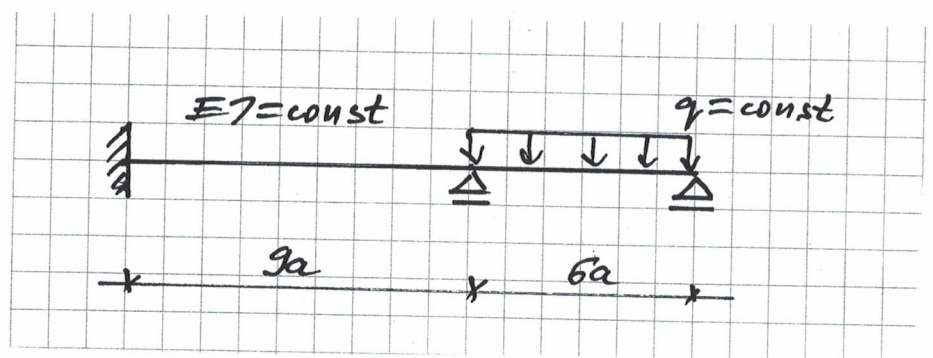
(There is given a system of beams, loaded as shown in the figure. Find the diagram of the bending moments).



Zadanie 3

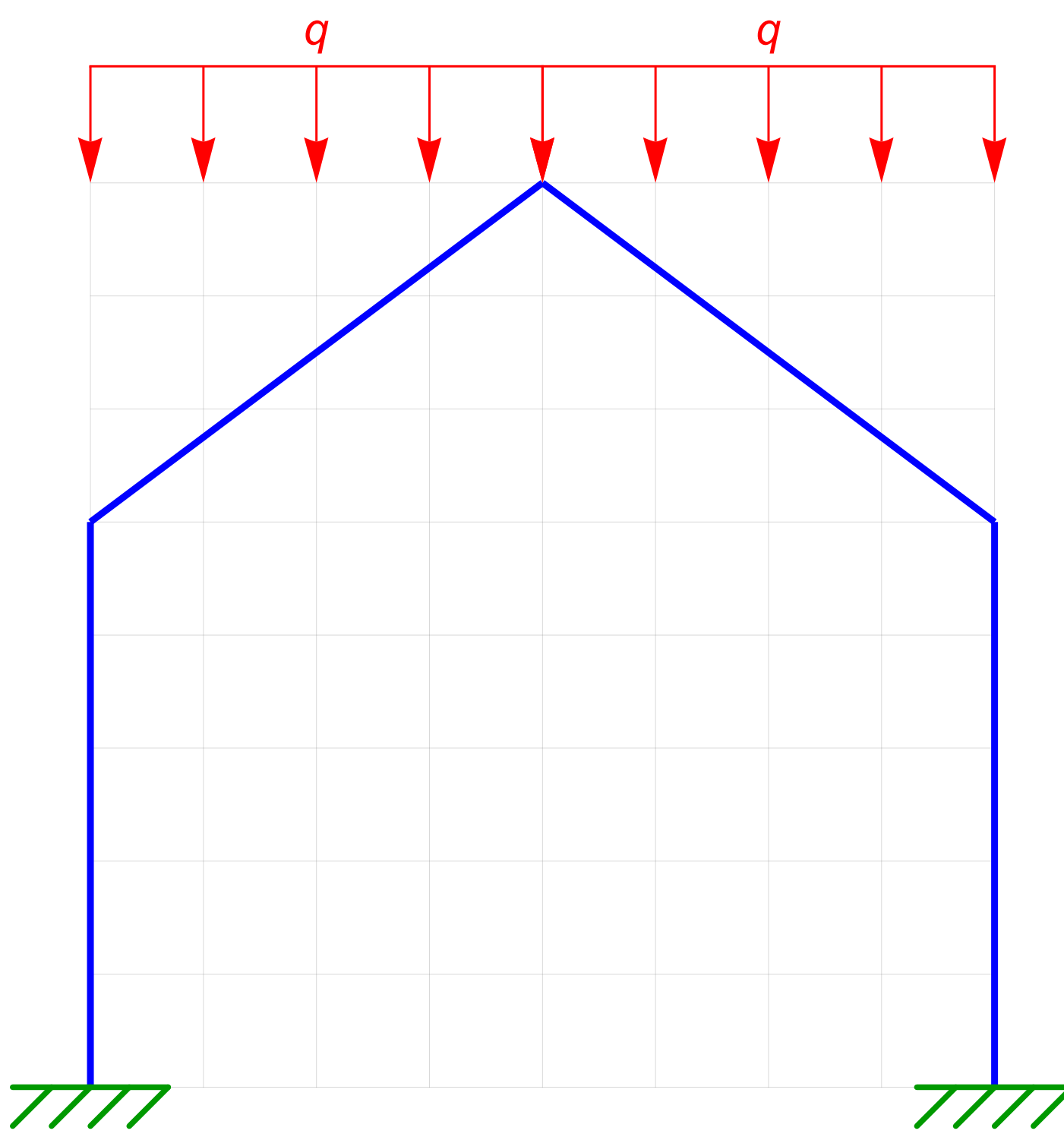
Znaleźć linię ugięcia danej belki.

(Construct the deflection line of the given beam).



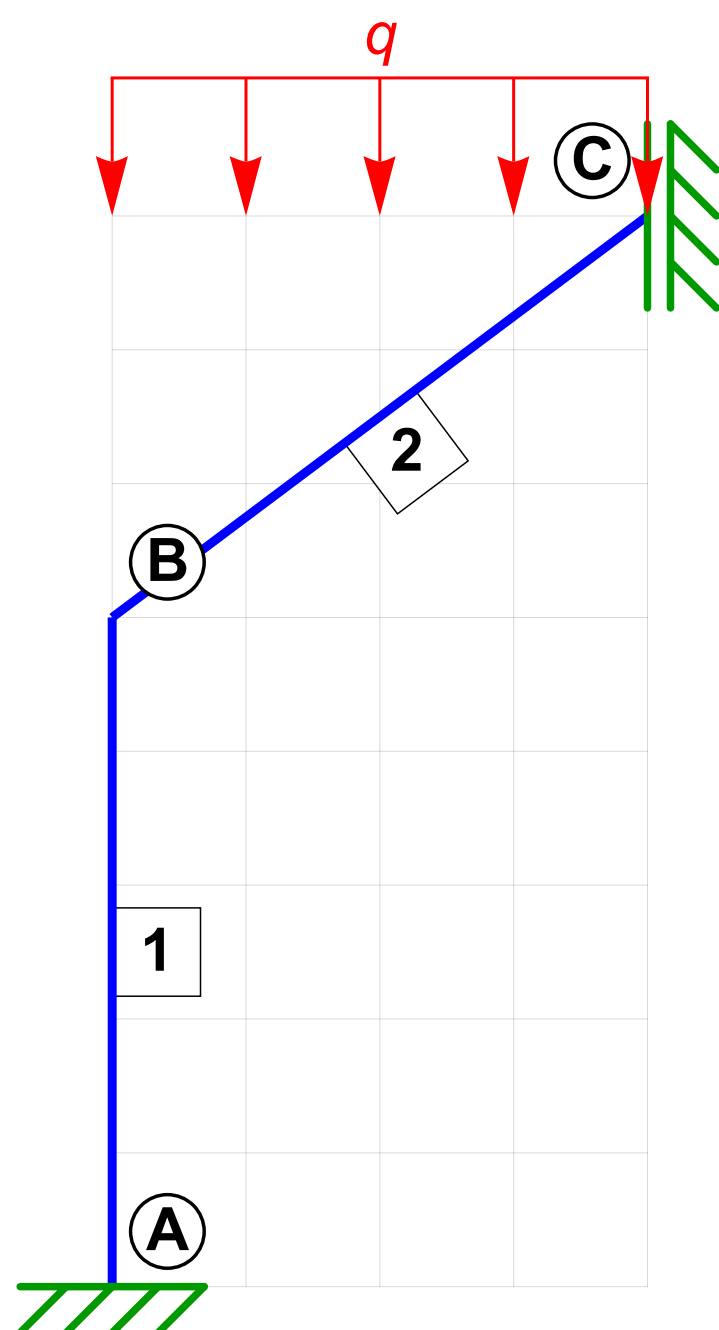
Egz. MK1/MoS1 20.06.2023, Zadanie 1.

Zapisać układ równań metody przemieszczeń w ramie nieściśliwej.



Tworzymy schemat połówkowy.

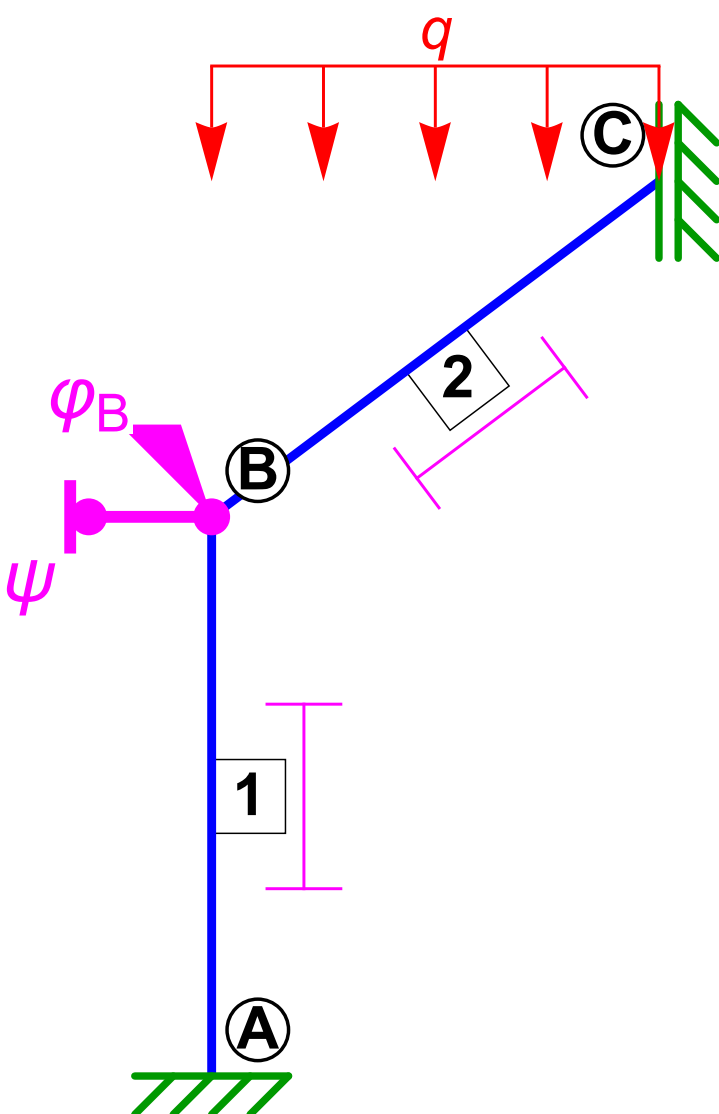
Ostateczna geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki - l):



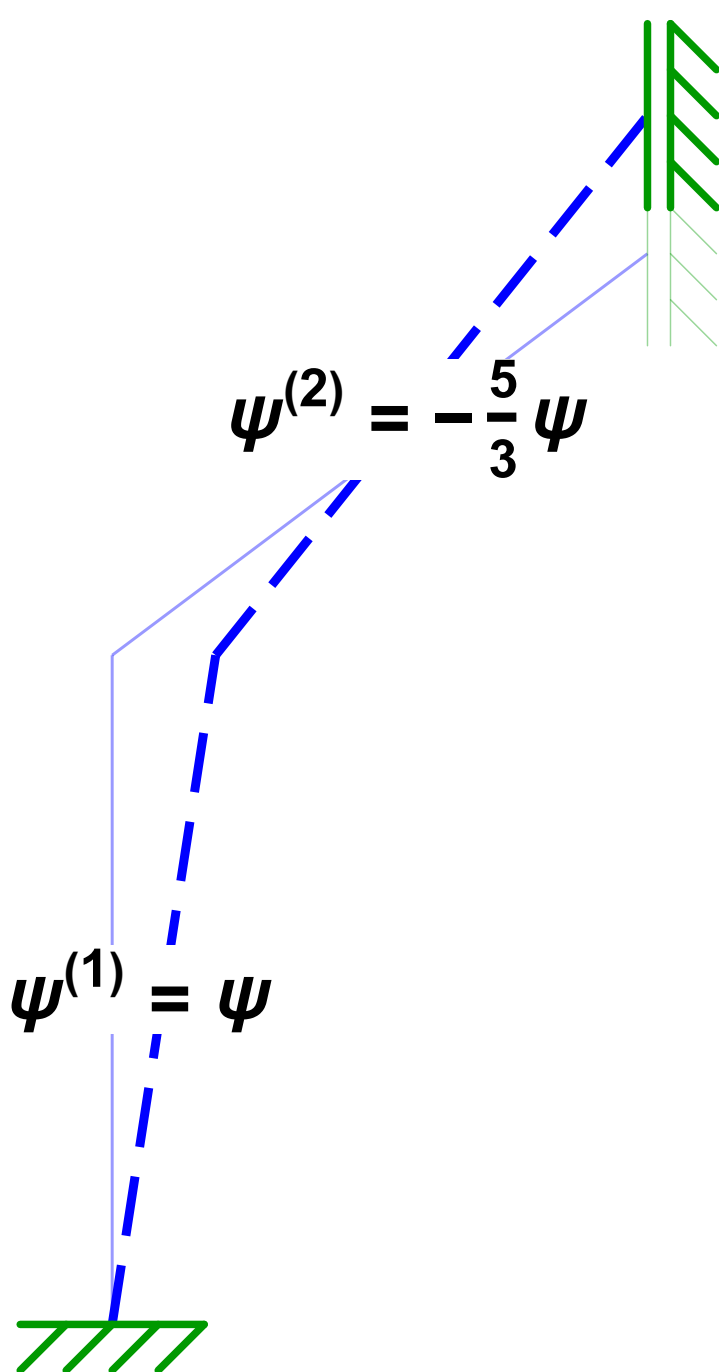
Wektor niewiadomych:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \varphi_B \\ \psi \end{pmatrix}$$

Układ geometrycznie wyznaczalny:



Plan przemieszczeń:



$$\psi^{(1)} = \psi$$

$$\psi^{(2)} = -\frac{5}{3} \psi$$

Momenty wyjściowe:

$$\Phi_B^{02} = -\frac{4}{3} l^2 q$$

$$\Phi_C^{02} = \frac{4}{3} l^2 q$$

$$\Phi_B^1 = \frac{EJ}{l} \left[\frac{4}{5} \varphi_B - \frac{6}{5} \psi \right]$$

$$\Phi_B^2 = \frac{EJ}{l} \left[\frac{4}{5} \varphi_B + 2\psi \right] - \frac{4}{3} l^2 q$$

$$\Phi_C^2 = \frac{EJ}{l} \left[\frac{2}{5} \varphi_B + 2\psi \right] + \frac{4}{3} l^2 q$$

Równania równowagi:

$$\Phi_B^1 + \Phi_B^2 = 0$$

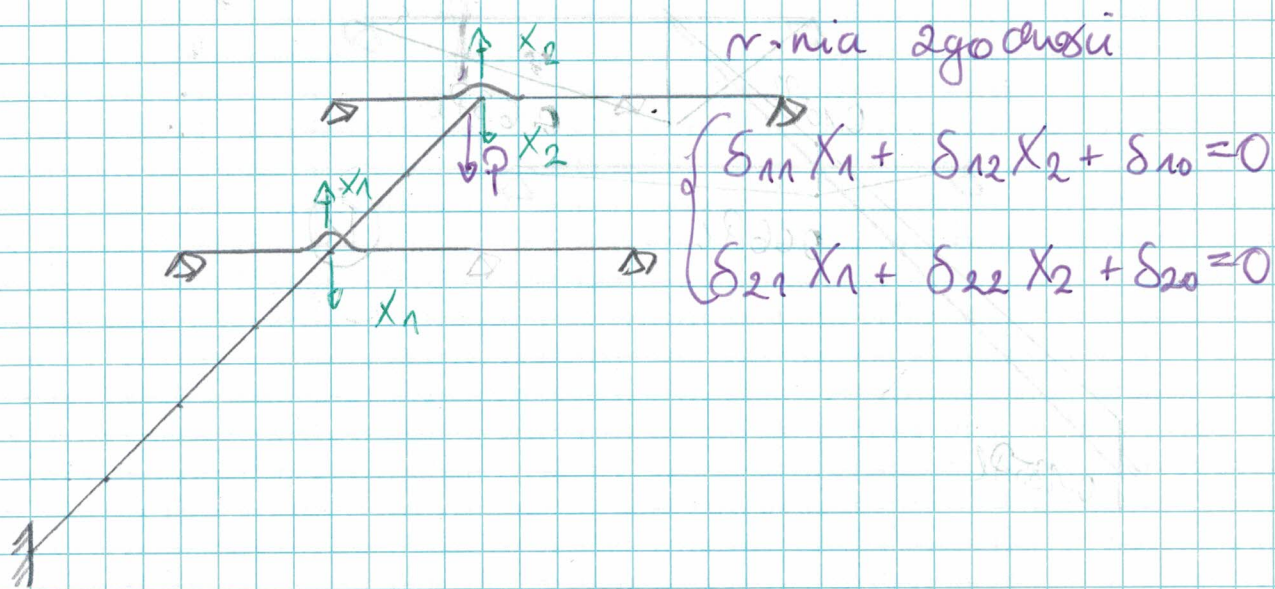
$$(\Phi_A^1 + \Phi_B^1) \bar{\psi} + (\Phi_B^2 + \Phi_C^2) \left(-\frac{5}{3} \bar{\psi}\right) - 4lq \cdot \frac{10}{3} l \bar{\psi} = \bar{0}$$

Rozwiązanie przygotował Karol Bołbotowski.

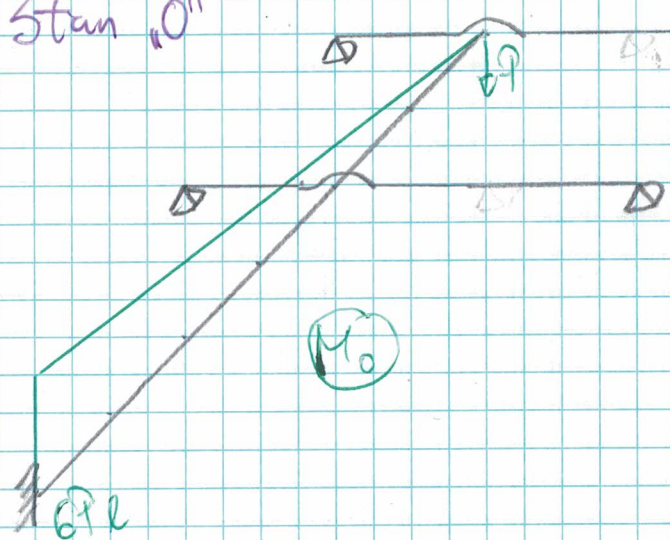
MK 1

ZADANIE 2

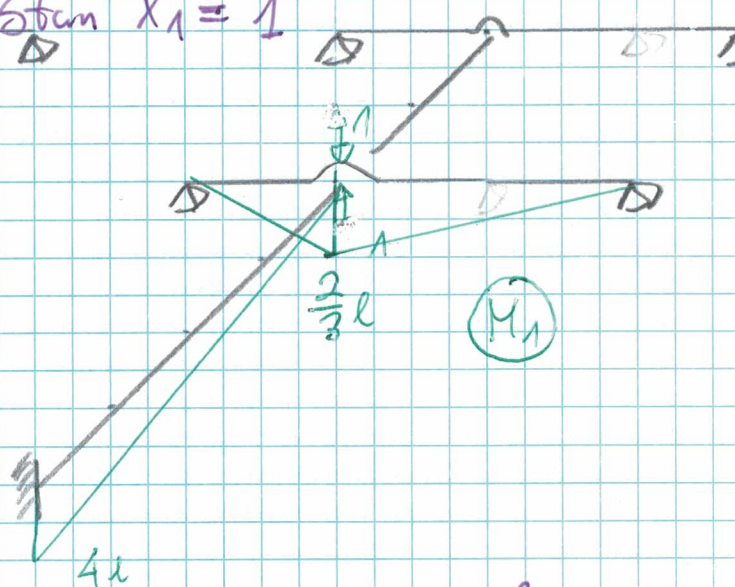
USW



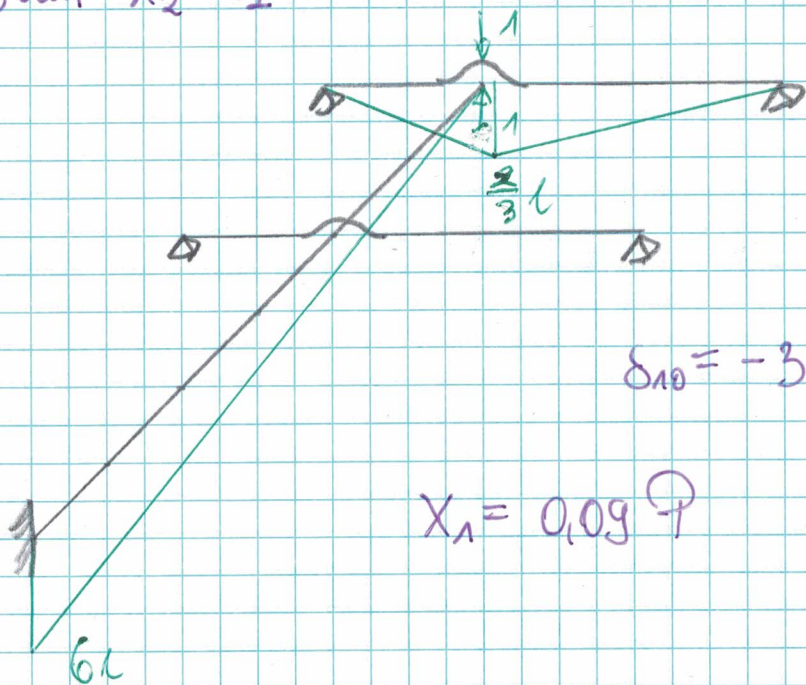
Stan "0"



Stan $X_1 = 1$



Stan $X_2 = 1$



$$\delta_{11} = 21,78 \frac{l^3}{EI}$$

$$\delta_{12} = 37,33 \frac{l^3}{EI}$$

$$\delta_{22} = 72,44 \frac{l^3}{EI}$$

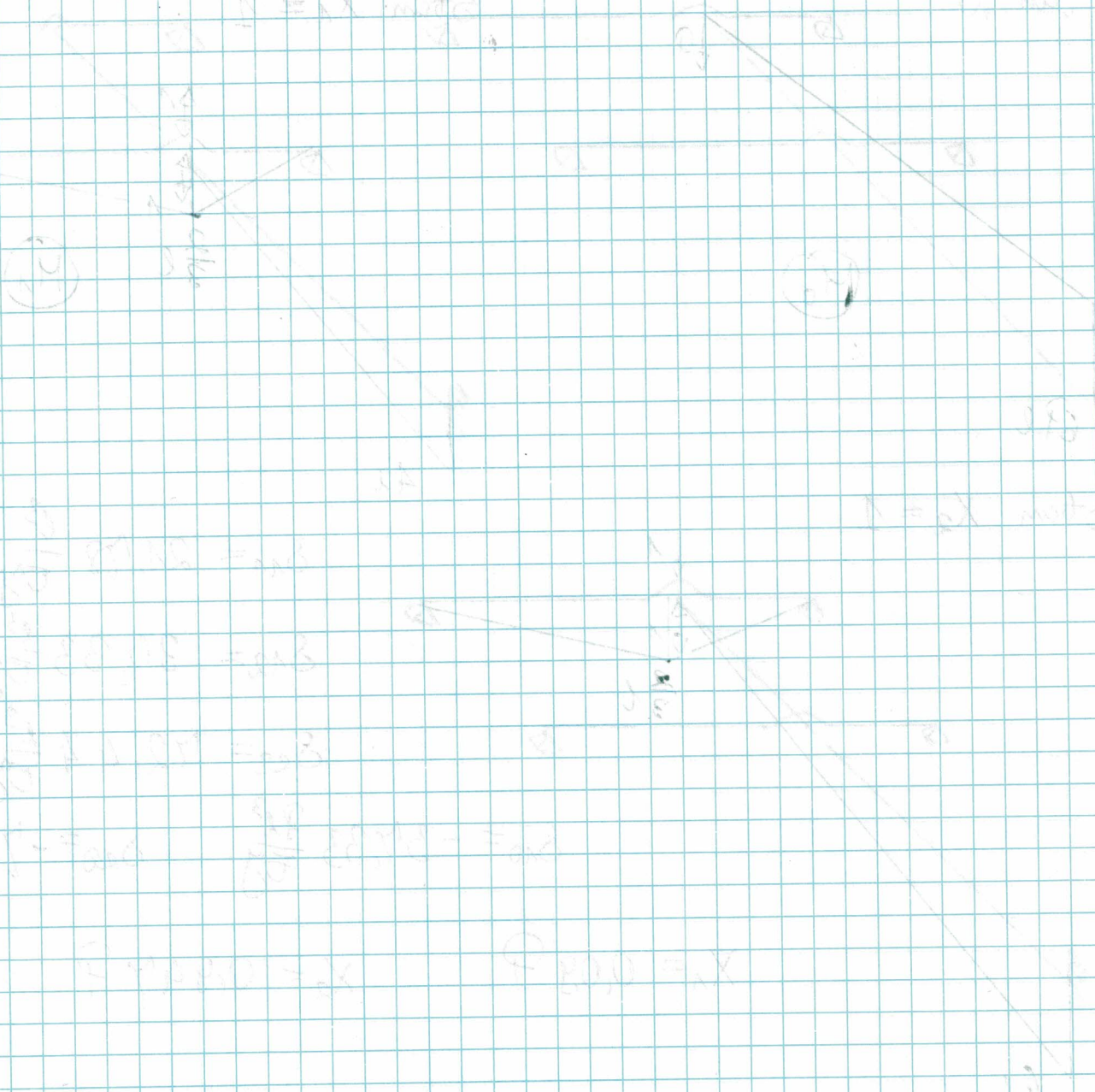
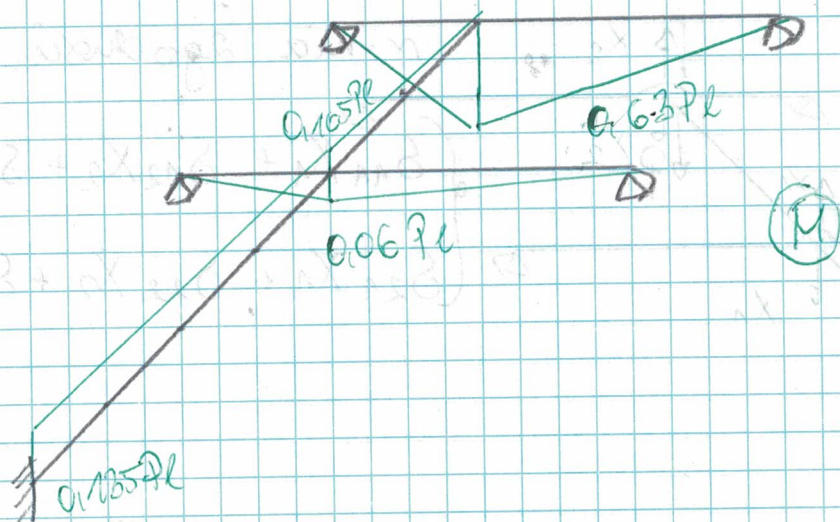
$$\delta_{10} = -37,33 \frac{Pl^3}{EI}$$

$$\delta_{20} = -72 \frac{Pl^3}{EI}$$

$$X_1 = 0,09 P$$

$$X_2 = 0,947 P$$

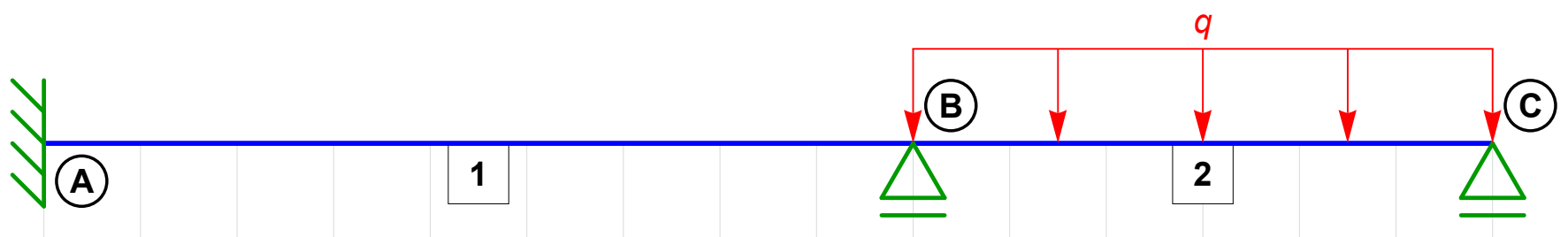
$$M = M_0 + X_1 M_1 + X_2 M_2$$



Egz. MK1/MoS1 20.06.2023, Zadanie 3.

Znaleźć linię ugięcia danej belki.

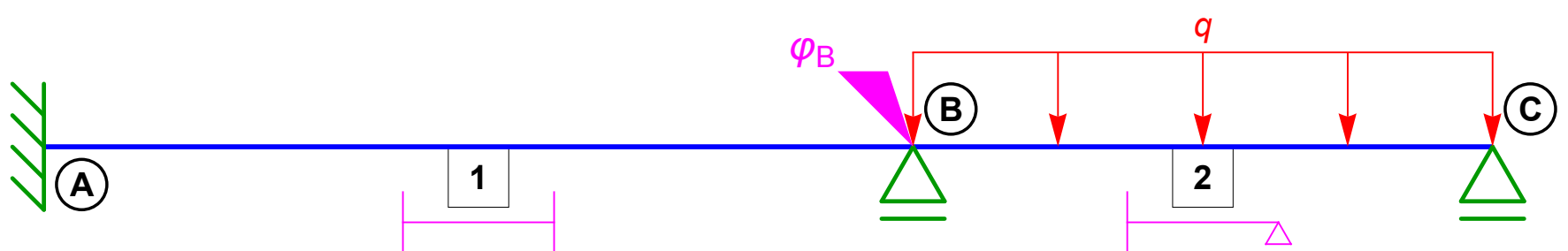
Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki - l):



Wektor niewiadomych:

$$\mathbf{q} = (\varphi_B)$$

Układ geometrycznie wyznaczalny:



Momenty wyjściowe:

$$\Phi_B^{02} = -\frac{9}{2} l^2 q$$

Wzory transformacyjne:

$$\Phi_A^1 = \frac{EJ}{l} \left[\frac{2}{9} \varphi_B \right]$$

$$\Phi_B^1 = \frac{EJ}{l} \left[\frac{4}{9} \varphi_B \right]$$

$$\Phi_B^2 = \frac{EJ}{l} \left[\frac{1}{2} \varphi_B \right] - \frac{9}{2} l^2 q$$

Równania równowagi:

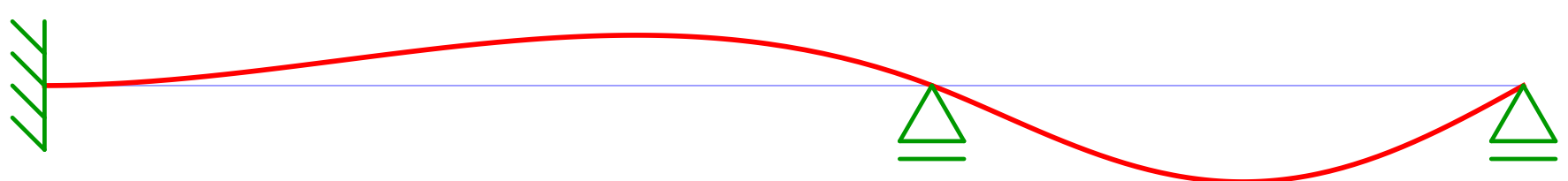
$$\Phi_B^1 + \Phi_B^2 = 0$$

$$\frac{EJ}{l} \left(\frac{17}{18} \right) (\varphi_B) = l^2 q \left(\frac{9}{2} \right)$$

Rozwiązanie metody przemieszczeń:

$$\mathbf{q} = (\varphi_B) = \frac{l^3 q}{EJ} \left(\frac{81}{17} \right)$$

Deformacja konstrukcji:



Warunki brzegowe dla pręta BC:

$$w_{AB}(0) = 0$$

$$\varphi_{AB}(0) = 0$$

$$w_{AB}(9l) = 0$$

$$\varphi_{AB}(9l) = \varphi_B = \frac{81}{17} \frac{l^3 q}{EJ}$$

Linia ugięcia pręta AB:

$$w_{AB}(x) = -\frac{9 l^2 q x^2}{17 EJ} + \frac{l q x^3}{17 EJ}$$

Warunki brzegowe dla pręta BC:

$$w_{BC}(0) = 0$$

$$\varphi_{BC}(0) = \varphi_B = \frac{81}{17} \frac{l^3 q}{EJ}$$

$$w_{BC}(6l) = 0$$

$$M_{BC}(6l) = 0$$

Linia ugięcia pręta BC:

$$w_{BC}(x) = \frac{81 l^3 q x}{17 EJ} + \frac{18 l^2 q x^2}{17 EJ} - \frac{19 l q x^3}{34 EJ} + \frac{q x^4}{24 EJ}$$

Rozwiązanie przygotował Karol Bołbotowski.