

NAZWISKO imię				
Grupa	Data zaliczenia ćwiczeń		Numer albumu	
Ocena zadania 1	Ocena zadania 2	Ocena zadania 3	Ocena z egzaminu	Ocena łączna
				Data

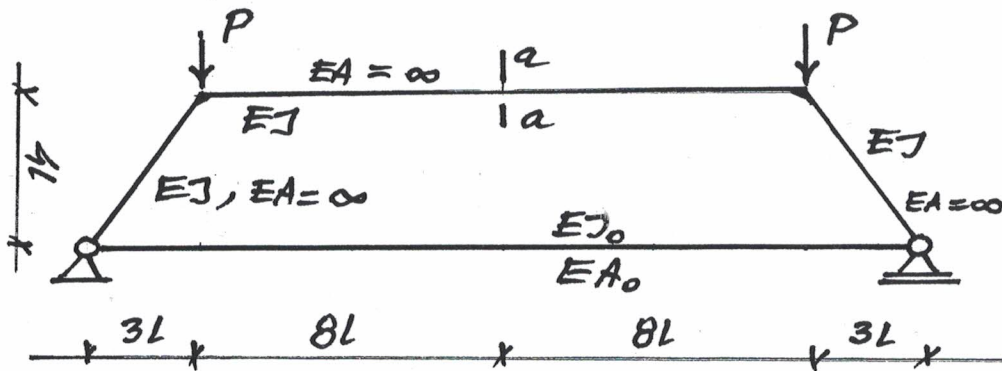
**Zadanie 1**

Dana jest rama płaska.

Obliczyć moment zginający w przekroju a-a.

(Given is the plane frame.

Compute the bending moment in the section a-a.)

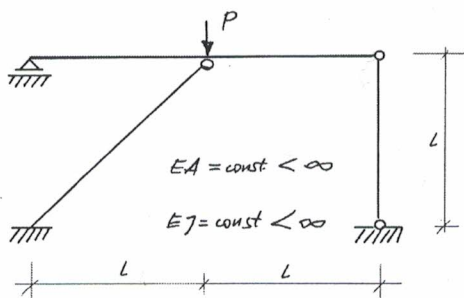


$$\frac{EJ}{L^2 EA_0} = \frac{1}{40}$$

**Zadanie 2**

Dana jest rama płaska jak na rysunku. Utworzyć układ równań macierzowej metody przemieszczeń.

(Given is the plane frame, as in the figure; write down the equations of the displacement method in the matrix form)

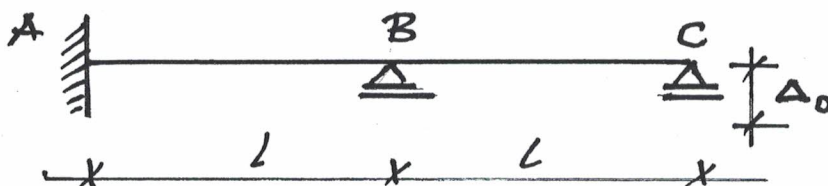


**Zadanie 3**

Dana jest belka obciążona kinematycznie jak na rysunku. Znaleźć linię ugięcia na odcinku A-B.

(Given is a beam, subject to the kinematic load, of the figure; construct the deflection function from A to B)

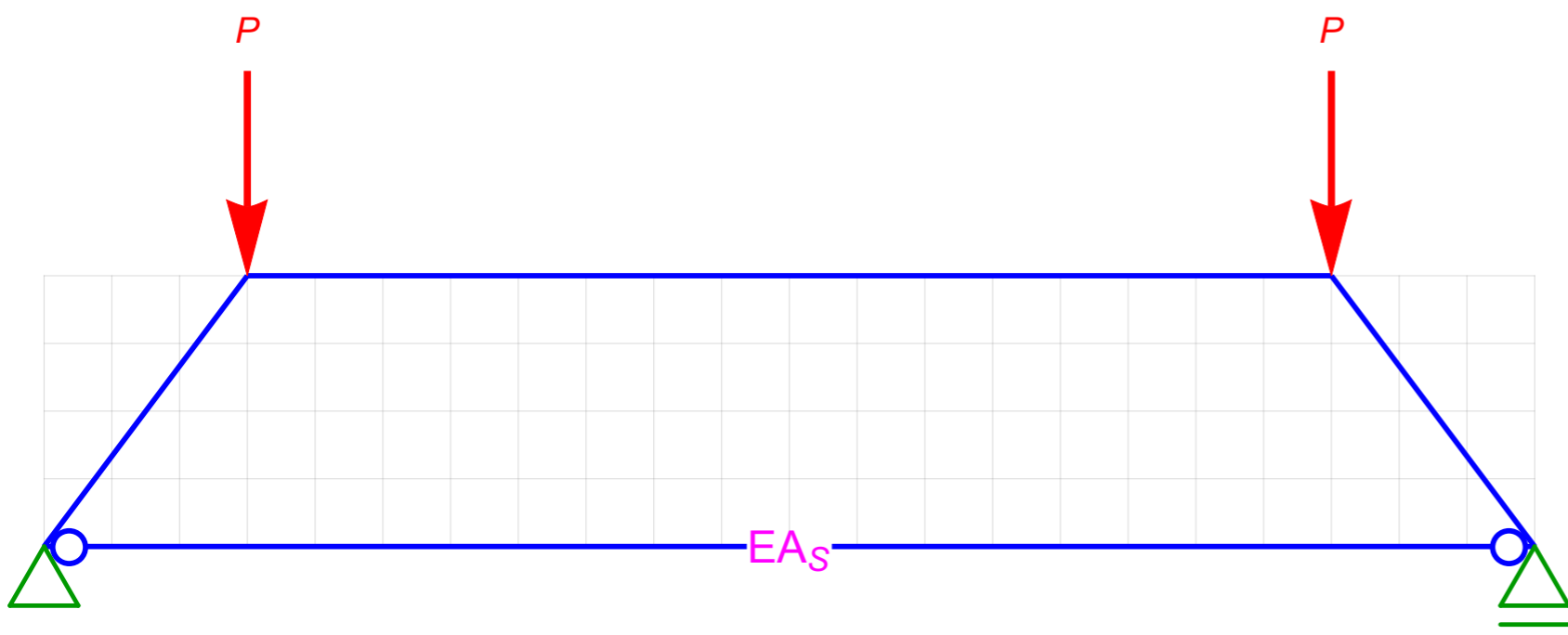
$$EJ = \text{const}$$



Egz. MK1/MoS1 20.06.2022, Zadanie 1.

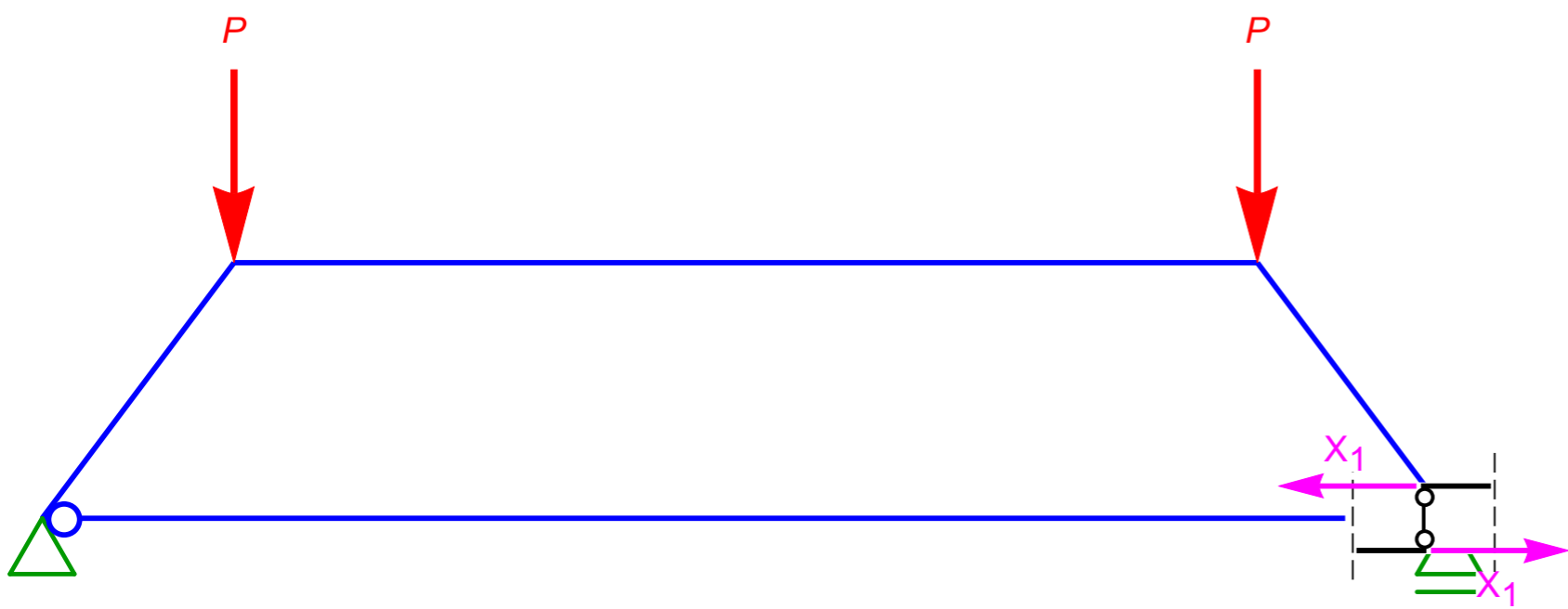
Obliczyć moment w połowie odległości pomiędzy siłami skupionymi.

Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki - 1,  $EA = \infty$ ,  $EA_S = 40 \frac{EJ}{l^2}$ ):



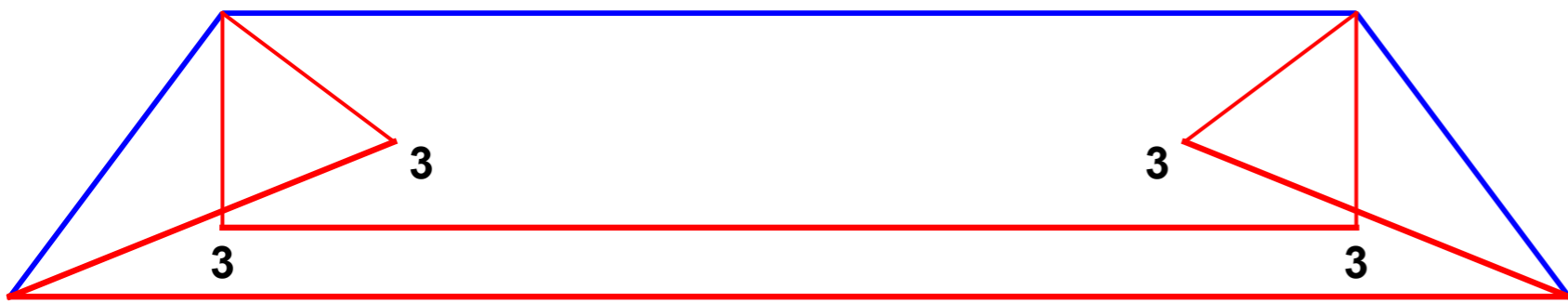
Konstrukcja jest 1 krotnie statycznie niewyznaczalna.

Układ zastępczy:



Wykresy sił wewnętrznych od obciążenia zewnętrznego w układzie zastępczym:

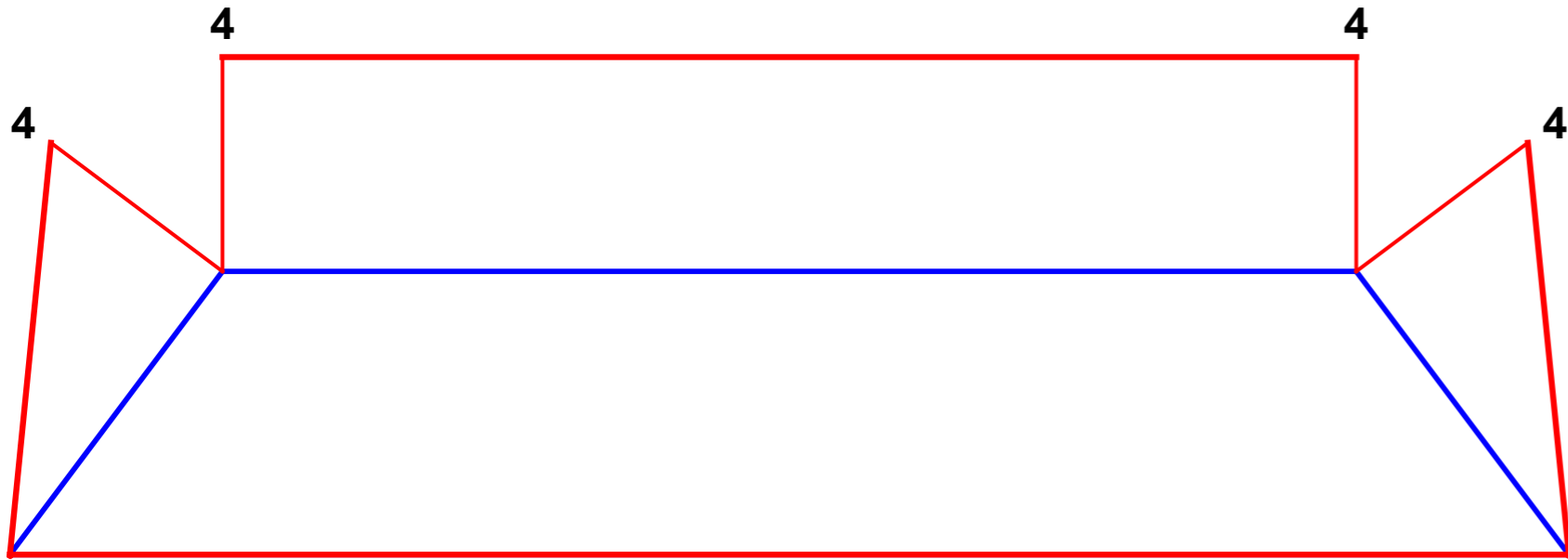
$M_0 [1P]$ :



Wykresy sił wewnętrznych od jednostkowych sił nadliczbowych:

- od siły  $X_1 = 1$ :

$M_1 [1]$ :



Przemieszczenia od obciążenia statycznego:

$$\delta_{10} = \frac{1}{EJ} \left[ \left( \frac{1}{2} \cdot 31P \cdot 5l \right) \left( \frac{2}{3} \cdot (-4l) \right) \right] + \frac{1}{EJ} \left[ (31P \cdot 16l) (-4l) \right] + \frac{1}{EJ} \left[ \left( \frac{1}{2} \cdot 31P \cdot 5l \right) \left( \frac{2}{3} \cdot (-4l) \right) \right] = -232.000 \frac{l^3 P}{EJ}$$

Przemieszczenia od jednostkowych sił nadliczbowych:

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ} \left[ \left( \frac{1}{2} \cdot 41 \cdot 5l \right) \left( \frac{2}{3} \cdot 4l \right) \right] + \frac{1}{EJ} \left[ (41 \cdot 16l) (4l) \right] + \frac{1}{EJ} \left[ \left( \frac{1}{2} \cdot 41 \cdot 5l \right) \left( \frac{2}{3} \cdot 4l \right) \right] + \frac{l^2}{40EJ} (1) (1) (22l) = 309.883 \frac{l^3}{EJ}$$

Równania nierozdzielności:

$$(\delta_{11}) (X_1) + (\delta_{10}) = (0)$$

$$\left( \frac{309.883 l^3}{EJ} \right) (X_1) + \left( - \frac{232.000 l^3 P}{EJ} \right) = (0)$$

Rozwiązanie metody sił:

$$(X_1) = (0.749 P)$$

Wykresy sił wewnętrznych:

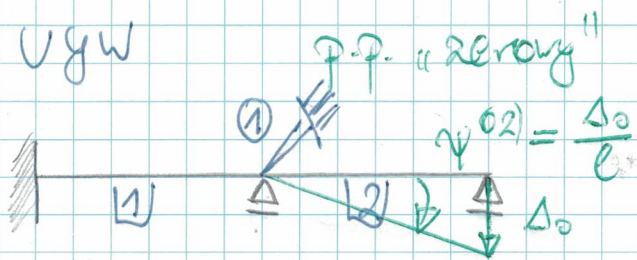
$M [1P]$ :



Zadanie przygotował Karol Bołbotowski.

## ZADANIE 3

UGW



n. r. MP

$$\Phi_1^{(1)} + \Phi_1^{(2)} = 0$$

$$q_1 = [\varphi_1]$$

WT

$$\Phi_1^{(1)} = \frac{2EY}{l} [2\varphi_1] = \frac{EY}{l} [4\varphi_1]$$

$$\Phi_1^{(2)} = \frac{3EY}{l} [\varphi_1 - \gamma^{(2)}] = \frac{EY}{l} [3\varphi_1 - 3\frac{\Delta_0}{l}]$$

$$\gamma\varphi_1 = \frac{3\Delta_0}{l} \quad \varphi_1 = \frac{3}{7} \frac{\Delta_0}{l}$$

linia ugięcia prosta nr 1.

$$w(x) = C_0 + C_1x + C_2x^2 + C_3x^3$$

$$\varphi(x) = w'(x) = C_1 + 2C_2x + 3C_3x^2$$

w b

$$w(0) = 0 \Rightarrow C_0 = 0$$

$$\varphi(0) = 0 \Rightarrow C_1 = 0$$

$$w(l) = 0 \Rightarrow C_2l^2 + C_3l^3 = 0$$

$$\varphi(l) = \varphi_1 \Rightarrow 2C_2l + 3C_3l^2 = \frac{3}{7} \frac{\Delta_0}{l}$$

$$C_2 = \frac{3}{7} \frac{\Delta_0}{l^2} \quad C_3 = -\frac{3}{7} \frac{\Delta_0}{l^3}$$

$$w(x) = \frac{3}{7} \Delta_0 \left( \frac{x^3}{l^3} - \frac{x^2}{l^2} \right)$$