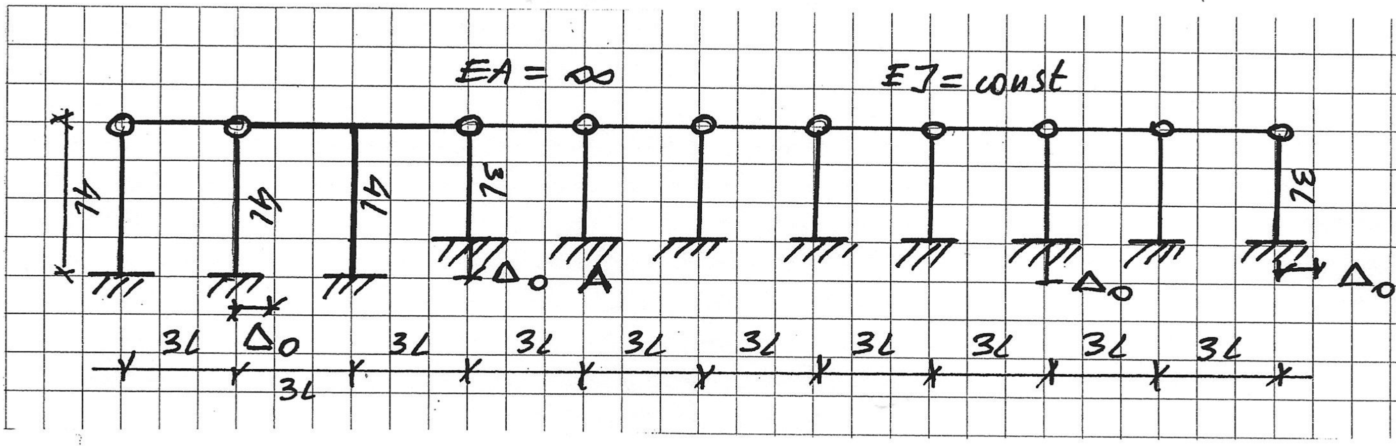
Egzamin pisemny z Mechaniki Konstrukcji I, 20 VI 2018 r.

NAZWISKO imię				
Grupa	Data zaliczenia ćwiczeń		Numer albumu	
Ocena zadania 1	Ocena zadania 2	Ocena zadania 3	Ocena z egzaminu	Ocena łączna Data

Zadanie 1

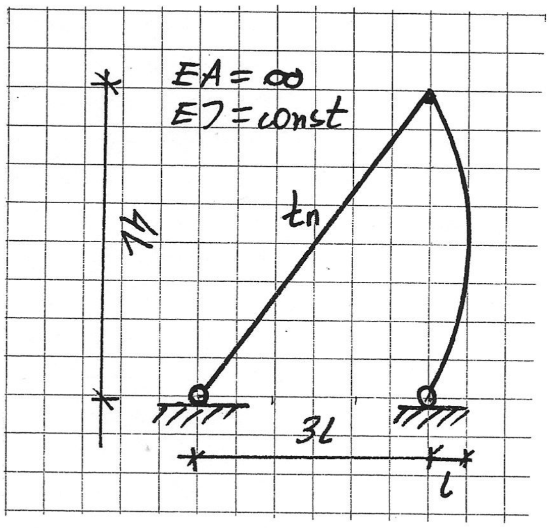
Dana jest rama płaska obciążona jak na rysunku;znaleźć moment zginający w utwierdzeniu A.
(For the given frame compute the bending moment at the clamped end at A.)



Zadanie 2

Obliczyć reakcje poziome;
przyjąć że łuk jest paraboliczny
i małowyniosły.

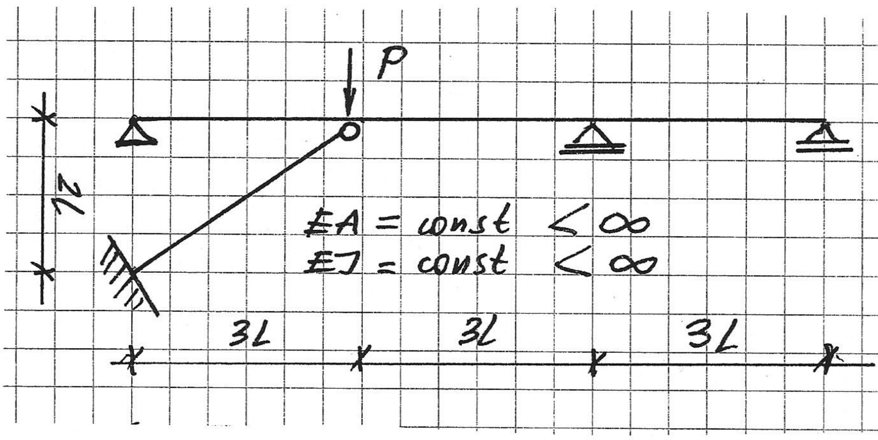
(Compute the horizontal reactions.
Assume that the arch is parabolic
and shallow).



Zadanie 3

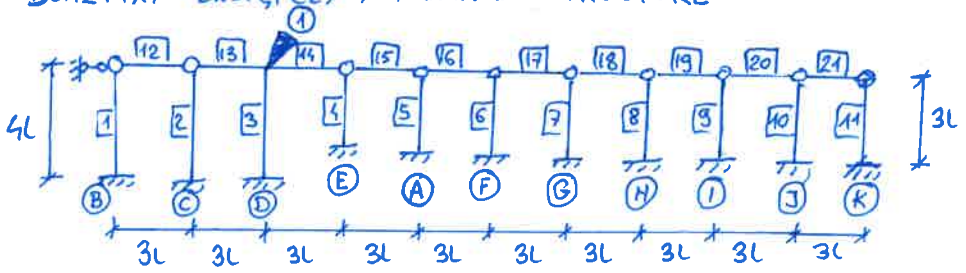
Zapisać równania
macierzowej metody przemieszczeń.

*(Write down the equations
of the displacement method
in the matrix version).*



ZADANIE 1 / PROBLEM 1

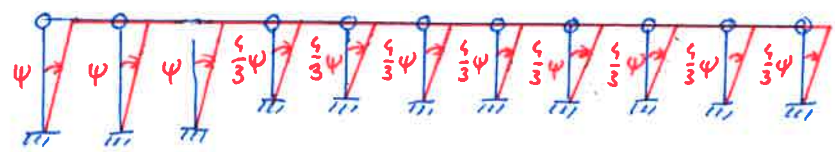
SCHEMAT ZASTĘPCZY / PRIMARY STRUCTURE



WEKTOR NIEWIADOMYCH / UNKNOWN VECTOR:

$$q = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \psi \end{bmatrix}$$

PLAN PRZEMIESZCZEŃ / TRANSLATION PLAN

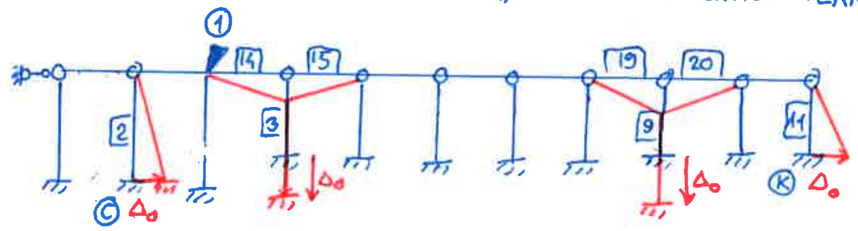


RÓWNANIA RÓWNOWAGI / EQUILIBRIUM EQUATIONS:

1) $\Phi_1^3 + \Phi_1^{13} + \Phi_1^{14} = 0$

2) $\left(\Phi_B^1 + \Phi_C^2 + \Phi_D^3 + \Phi_1^3\right)\cdot\overline{\psi} + \left(\Phi_E^4 + \Phi_A^5 + \Phi_F^6 + \Phi_G^7 + \Phi_H^8 + \Phi_I^9 + \Phi_J^{10} + \Phi_K^{11}\right)\cdot\frac{4}{3}\overline{\psi} = 0$

„WYJŚCIOWY" PLAN PRZEMIESZCZEŃ / „INITIAL" TRANSLATION PLAN



MOMENTY WYJŚCIOWE / INITIAL MOMENTS:

$$\Phi_C^{02} = \frac{3EJ}{4L}\left(-\left(-\frac{\Delta_0}{4L}\right)\right) = \frac{3EJ}{4L}\cdot\frac{\Delta_0}{4L}$$

$$\Phi_1^{014} = \frac{3EJ}{3L}\left(-\frac{\Delta_0}{3L}\right) = -\frac{3EJ}{3L}\,\frac{\Delta_0}{3L}$$

$$\Phi_K^{011} = \frac{3EJ}{3L}\left(-\left(-\frac{\Delta_0}{3L}\right)\right) = \frac{3EJ}{3L}\,\frac{\Delta_0}{3L}$$

WZORY TRANSFORMACYJNE / SLOPE-DEFLECTION EQUATIONS:

$$\Phi_B^1 = \Phi_C^2 = \frac{3EJ}{4L}(-\psi)$$

$$\Phi_D^3 = \frac{2EJ}{4L}(\varphi_1 - 3\psi)$$

$$\Phi_1^3 = \frac{2EJ}{4L}(2\varphi_1 - 3\psi)$$

$$\Phi_E^4 = \Phi_A^5 = \Phi_F^6 = \Phi_G^7 = \Phi_H^8 = \Phi_I^9 = \Phi_J^{10} = \Phi_K^{11} = \frac{3EJ}{3L}\left(-\frac{4}{3}\psi\right)$$

MACIERZ SZTYWNOŚCI $\mathbb{K}$ / STIFFNESS MATRIX:

$$\mathbb{K} = \frac{EJ}{L}\begin{bmatrix} 3 & -1{,}5 \\ -1{,}5 & 18{,}72 \end{bmatrix} \qquad \mathbb{Q} = \begin{bmatrix} -0{,}333 \\ -0{,}632 \end{bmatrix}\frac{EJ\Delta_0}{L^2}$$

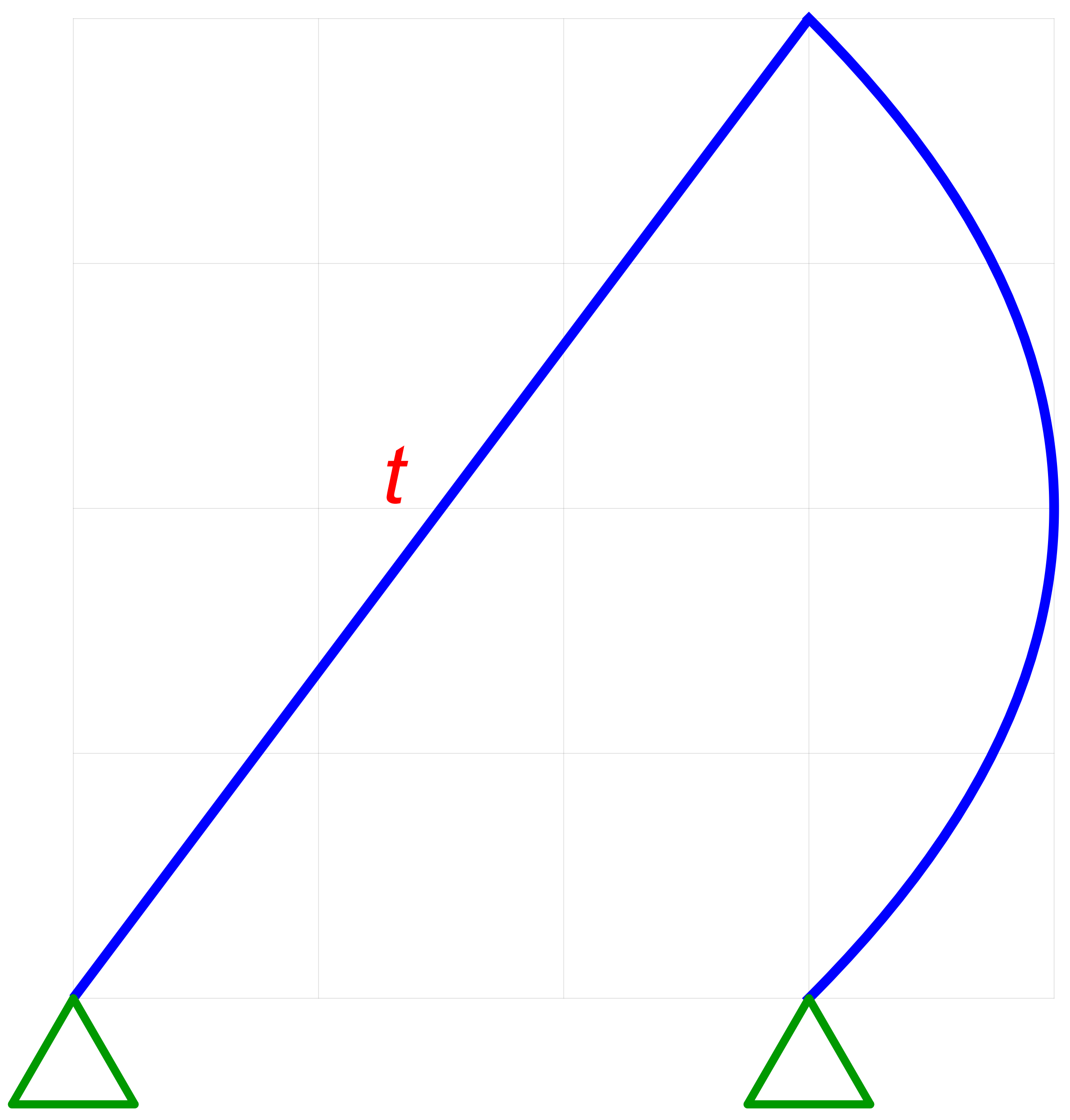
$$\mathbb{K}q + \mathbb{Q} = 0 \Rightarrow q = \begin{bmatrix} 0{,}133 \\ 0{,}044 \end{bmatrix}\frac{\Delta_0}{L}$$

$$\boxed{M_A = \Phi_A^5 = \frac{3EJ}{3L}\left(-\frac{4}{3}\cdot 0{,}044\frac{\Delta_0}{L}\right) = -0{,}059\,\frac{EJ\Delta_0}{L^2}}$$

Egzamin MKI 21.06.18 Zadanie 2.

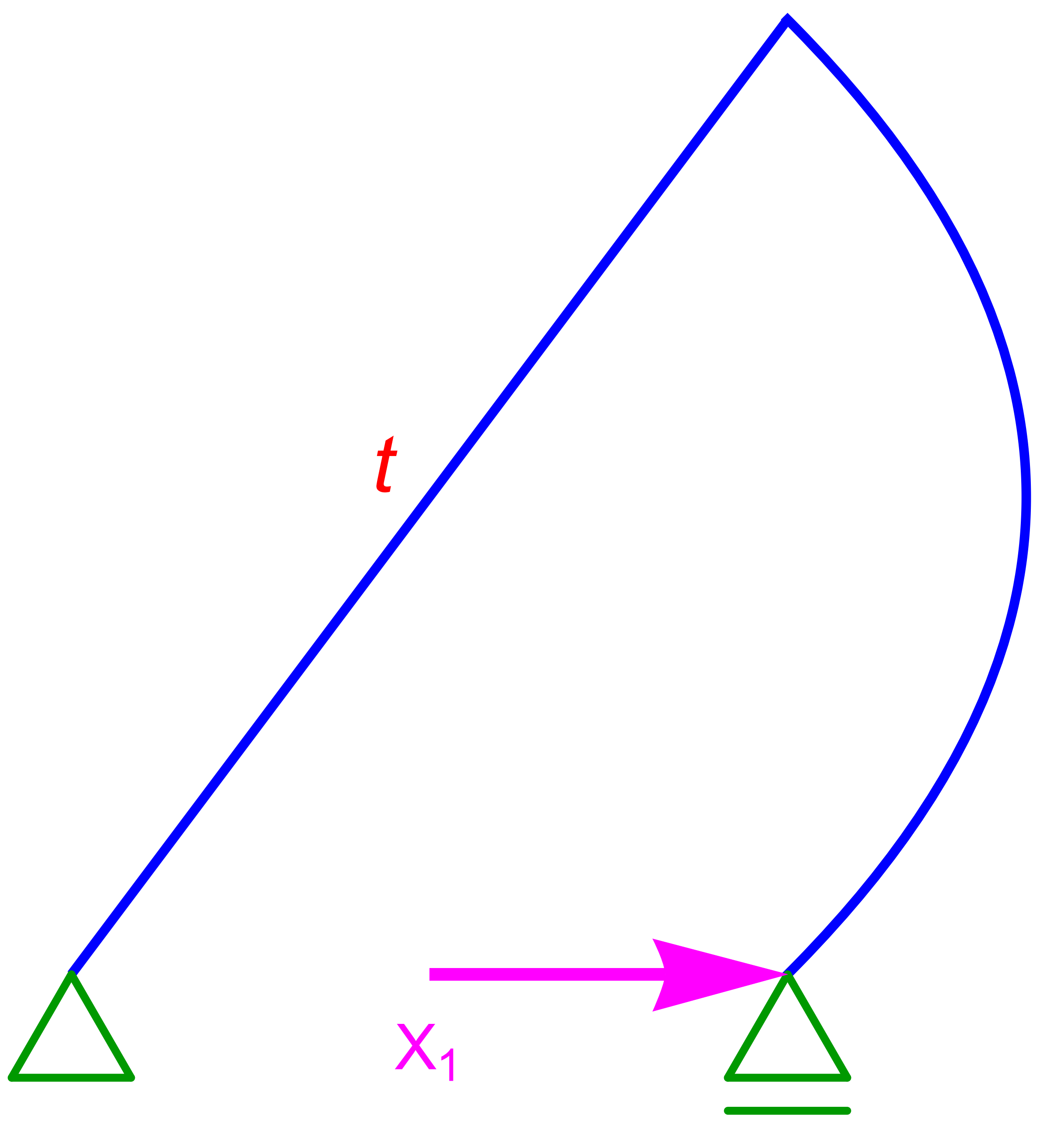
Obliczyć reakcje poziome.

Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki – l, EA $=\infty$, łuk należy potraktować jako małowyniosły):



Konstrukcja jest 1 krotnie statycznie niewyznaczalna.

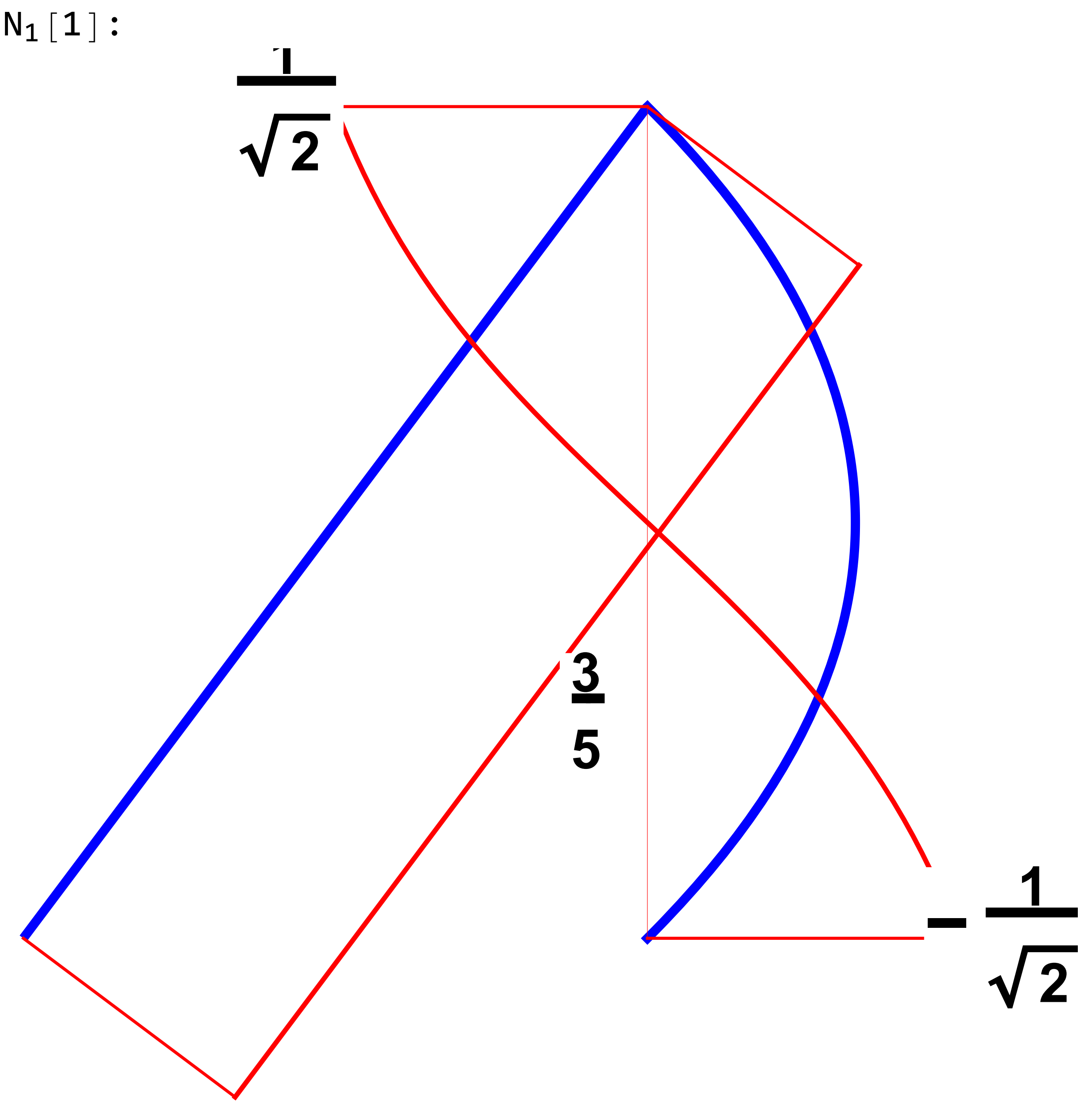
Układ zastępczy:



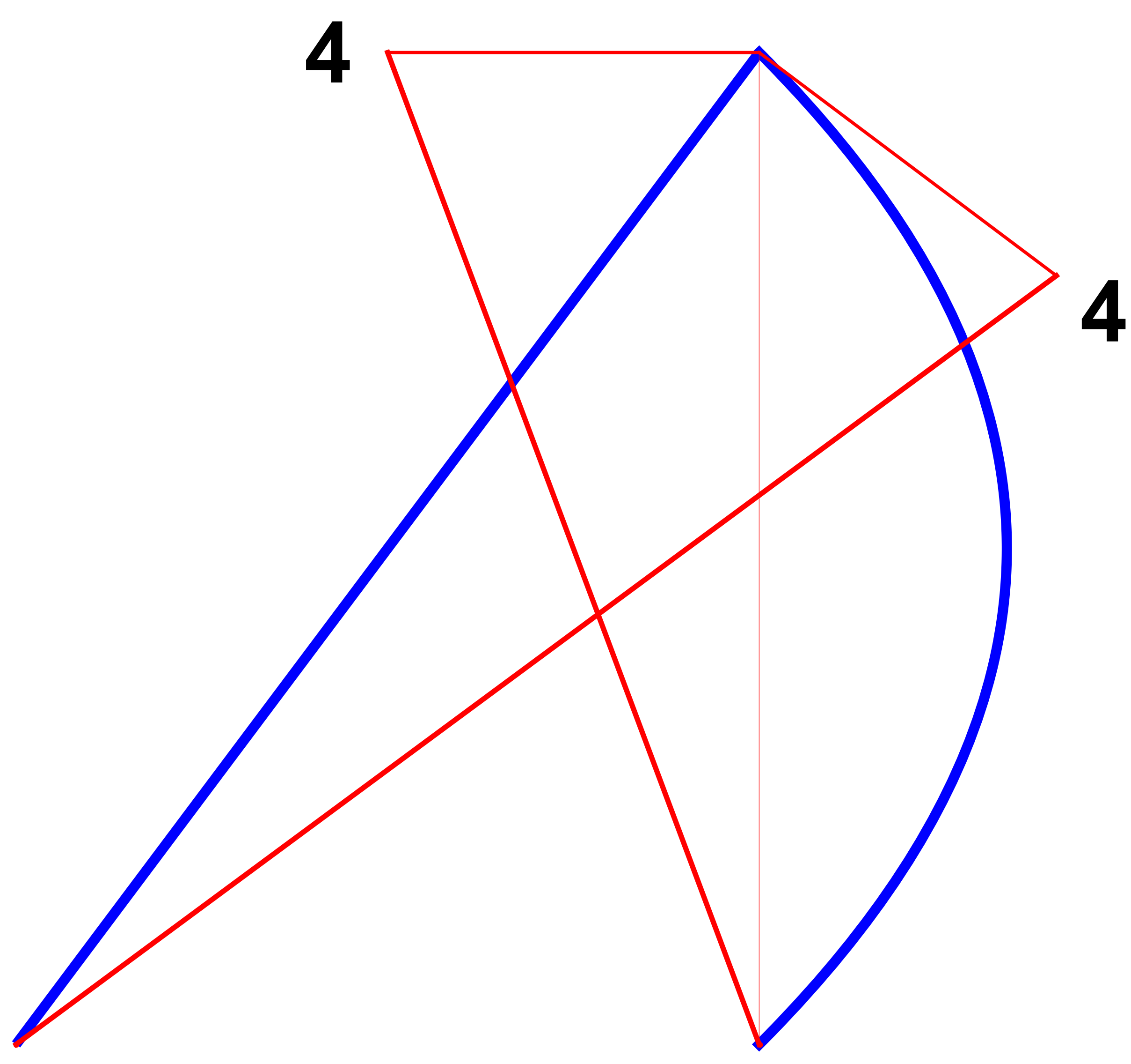
Wykresy sił wewnętrznych od jednostkowych sił nadliczbowych:

– od siły $X_1 = 1$:

$N_1[1]$:



$M_1[l]$:



Przemieszczenia od obciążenia temperaturą:

$$\delta_{10}^{t} = \left(\frac{3}{5}\right)(t\,\alpha)(5\,l) = 3l\,t\,\alpha$$

Przemieszczenia od jednostkowych sił nadliczbowych:

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ}\left[\left(\frac{1}{2}\cdot 4l\cdot 5\,l\right)\left(\frac{2}{3}\cdot 4l\right)\right] + \frac{1}{EJ}\left[\left(\frac{1}{2}\cdot 4l\cdot 4\,l\right)\left(\frac{2}{3}\cdot 4l\right)\right] = 48\frac{l^3}{EJ}$$

Równania nierozdzielności:

$$(\delta_{11})(X_1) + \left(\delta_{10}^{t}\right) = (0)$$

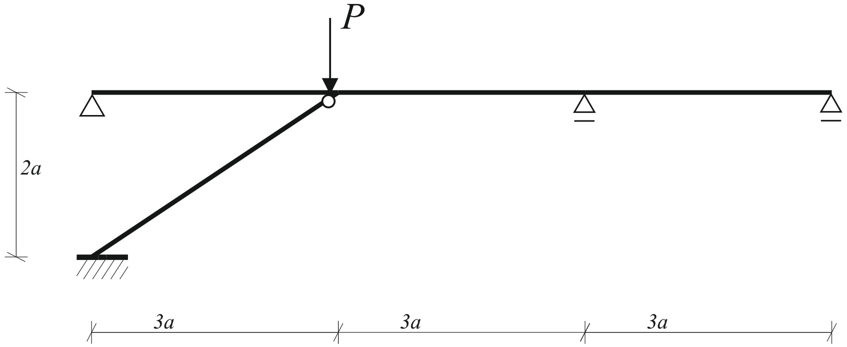
$$\left(\frac{48\,l^3}{EJ}\right)(X_1) + (3\,l\,t\,\alpha) = (0)$$

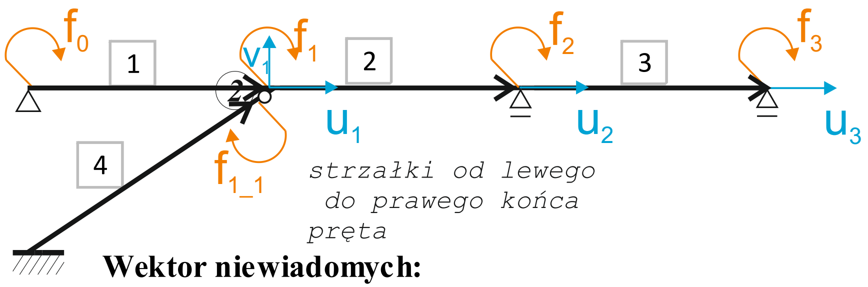
Rozwiązanie metody sił:

$$(X_1) = \left(-\frac{EJ\,t\,\alpha}{16\,l^2}\right)$$

Zadanie przygotował Karol Bołbotowski.

zad_3/egz. MK1/20.06.2018





Wektor niewiadomych:

$$q^T = [f_0 \,|\, f_1 \,|\, f_{1\_1} \,|\, f_2 \,|\, f_3 \,|\, u_1/a \,|\, v_1/a \,|\, u_2/a \,|\, u_3/a]$$

9-Liczba stopni swobody, w tym **5** kątów obrotu.

Związki geometryczne:

$$\boldsymbol{\Delta} = \mathbf{B}\mathbf{q}$$

$${}^*\chi = {}^*\varphi - \psi \qquad \chi^* = \varphi^* - \psi$$

$${}^*\chi = {}^*\mathbf{B}\mathbf{q} \qquad \chi^* = \mathbf{B}^*\mathbf{q}$$

Rozwiązanie:

$$\mathbf{K} = \mathbf{B}^T\mathbf{E}\mathbf{B} + 2\,{}^*\mathbf{B}^T\mathbf{D}\,{}^*\mathbf{B} + 2\mathbf{B}^{*T}\mathbf{D}\mathbf{B}^* + {}^*\mathbf{B}^T\mathbf{D}\mathbf{B}^* + \mathbf{B}^{*T}\mathbf{D}\,{}^*\mathbf{B}$$ gdzie:

Macierze do wyznaczenia:

B[a]

$q^T=$	f_0	f_1	f_{1_1}	f_2	f_3	u_1/a	v_1/a	u_2/a	u_3/a
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
2	0	0	0	0	0	-1	0	1	0
3	0	0	0	0	0	0	0	-1	1
4	0	0	0	0	0	$\frac{3}{\sqrt{13}}$	$\frac{2}{\sqrt{13}}$	0	0

E[EA/a] $\quad \mathbf{E} = diag\left[\frac{EA}{L}\right]$

1	1/3	0	0	0
2	0	1/3	0	0
3	0	0	1/3	0
4	0	0	0	$\frac{1}{\sqrt{13}}$

***B**[1]

	f_0	f_1	f_{1_1}	f_2	f_3	u_1/a	v_1/a	u_2/a	u_3/a
1	1	0	0	0	0	0	1/3	0	0
2	0	1	0	0	0	0	-1/3	0	0
3	0	0	0	1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	-2/13	3/13	0	0

D[EJ/a] $\quad \mathbf{D} = diag\left[\frac{2EJ}{L}\right]$

1	2/3	0	0	0
2	0	2/3	0	0
3	0	0	2/3	0
4	0	0	0	$\frac{2}{\sqrt{13}}$

B*[1]

	f_0	f_1	f_{1_1}	f_2	f_3	u_1/a	v_1/a	u_2/a	u_3/a
1		1				0	1/3	0	0
2				1		0	-1/3	0	0
3					1	0	0	0	0
4			1			-2/13	3/13	0	0

K*q=Q	**Q**[Pa]
f 0	0
f1	0
f 1_1	0
f2	0
f3	0
u1/a	0
v1/a	-1
u2/a	0
u3/a	0

oprac. K. Hetmański