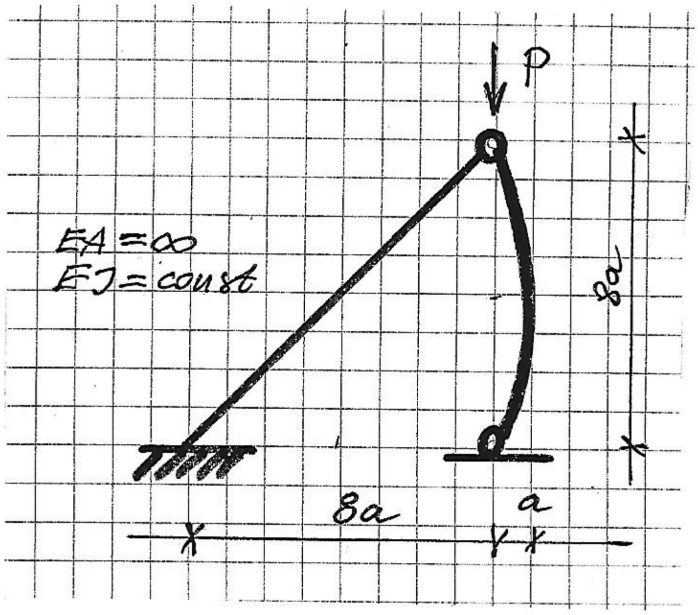
Egzamin pisemny z Mechaniki Konstrukcji I, 20 VI 2017 r.

NAZWISKO imię				
Grupa	Data zaliczenia ćwiczeń		Numer albumu	
Ocena zadania 1	Ocena zadania 2	Ocena zadania 3	Ocena z egzaminu	Ocena łączna Data

Zadanie 1

Dany jest ramołuk płaski obciążony jak na rysunku. Łuk należy potraktować jako małowyniosły. Sporządzić wykres *M*.

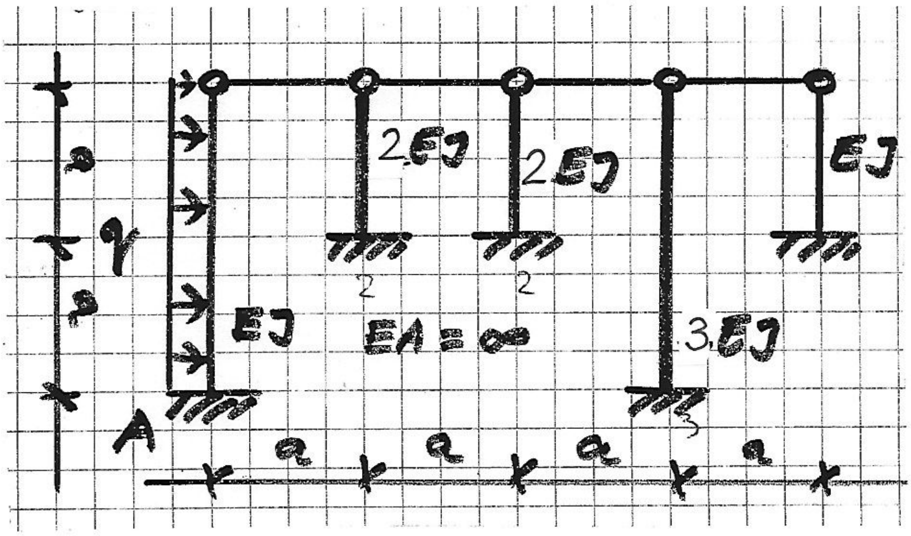
(For the given framework -with the arch to be treated as shallow- construct the diagram of the bending moments.)



Zadanie 2

Dana jest rama płaska obciążona jak na rysunku. Sporządzić wykres *M* .

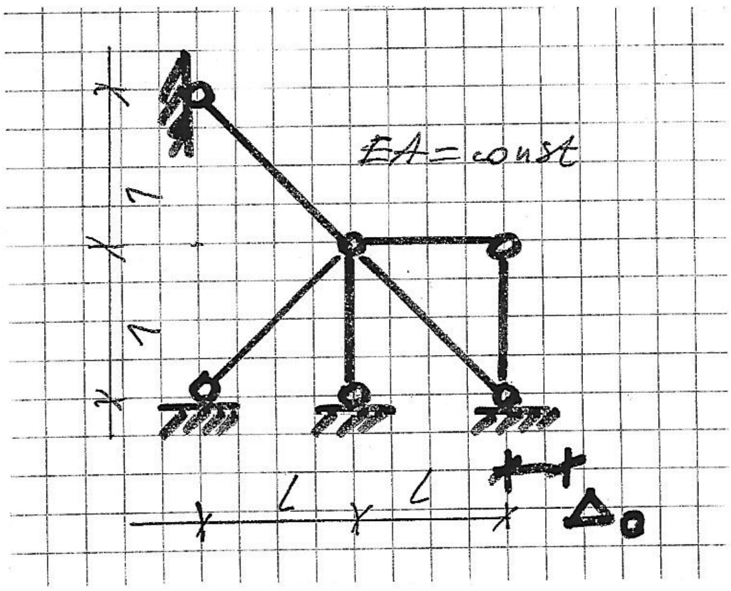
(For the given frame construct the diagram of the bending moments.)



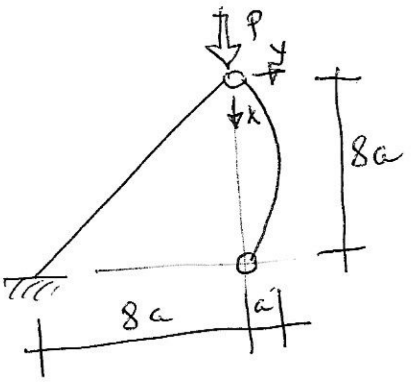
Zadanie 3

Dana kratownica jest obciążona jak na rysunku - dane jest przesunięcie podpory. Zapisać równania statyki w postaci macierzowej.

(For the given truss subjected to a displacement load write down the equations of statics in the matrix form.)



MKI ZAD 1



EJ = const

EA = ∞

$M_\alpha = ?$

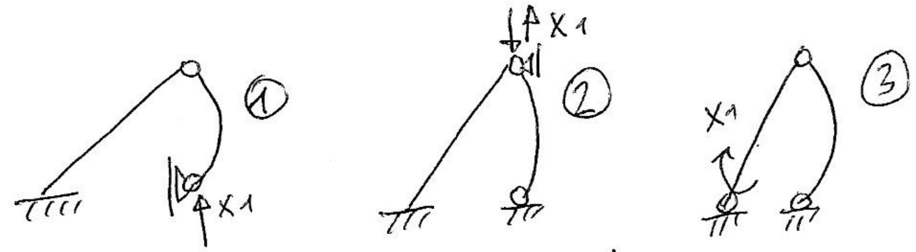
RÓWNANIE ŁUKU

$$y = \frac{4f}{L^2}x(L-x) \quad f = a \quad L = 8a$$

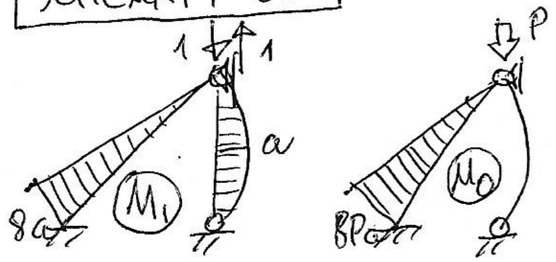
WE WSP. ξ

$$y = 4a\xi(1-\xi) \quad \xi = \frac{x}{8a}$$

$$dx = 8a\,d\xi$$



SCHEMATY SW



STANY DLA SCH. 2

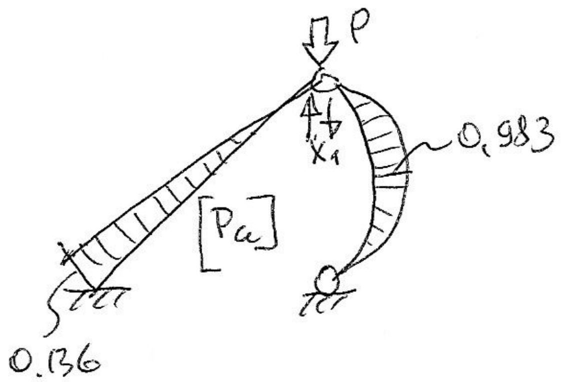
$$X_1 \cdot \delta_{11} + \delta_{10} = 0$$ RÓWNANIE METODY SIŁ

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ}\left[\frac{1}{2}\cdot 8\sqrt{2}a \cdot 8a \cdot \frac{2}{3}8a\right] + \frac{1}{EJ}\int_0^1 y^2(\xi)\,8a\,d\xi =$$

$$\frac{1}{EJ}\left[241{,}359a^3 + 128a^3 \underbrace{\int_0^1 \xi^2(1-2\xi+\xi^2)\,d\xi}_{\frac{1}{30}}\right] = 245{,}626\frac{a^3}{EJ}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EJ}\left[\frac{1}{2}\cdot 8\sqrt{2}a \cdot 8a \cdot \frac{2}{3}8Pa\right] = 241{,}359\,Pa \qquad X_1 = -\frac{241{,}359}{245{,}626} = -0.983P$$

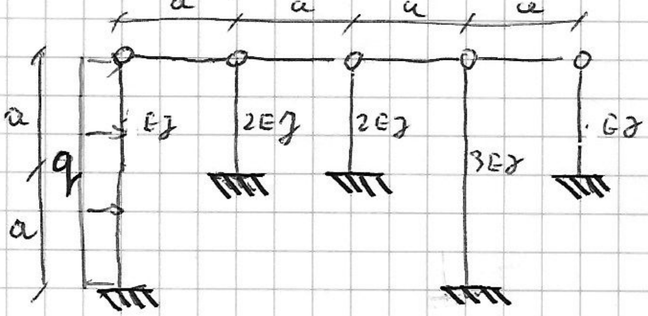
WYKRES M_α



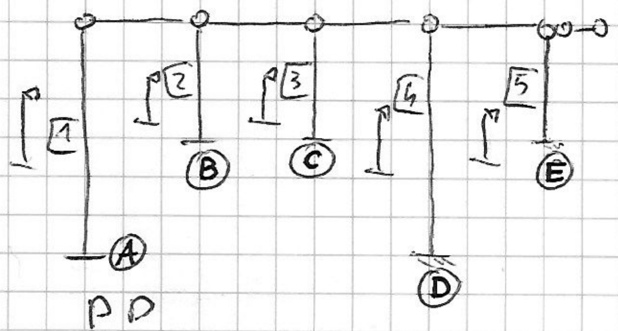
MK I 20 VI 2017

Zad. 2

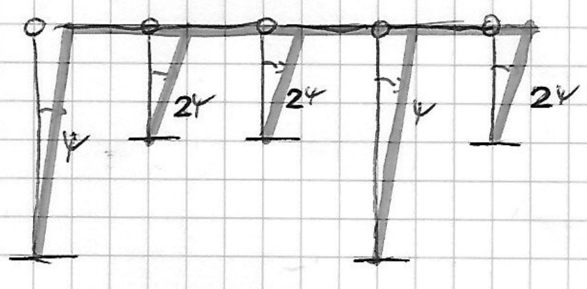
Sporządzić wykres M



U GW



$q_1 = [\psi]$



$$\Phi_A^1 = \frac{EJ}{a}\left[-\frac{3}{2}\psi\right] - \frac{1}{2}qa^2$$

$$\Phi_B^2 = \Phi_C^3 = \frac{EJ}{a}\left[-12\psi\right]$$

$$\Phi_D^4 = \frac{EJ}{a}\left[-\frac{9}{2}\psi\right]$$

$$\Phi_E^5 = \frac{EJ}{a}\left[-6\psi\right]$$

RR:

$$\Phi_A^1\bar{\psi} + \Phi_B^2\, 2\bar{\psi} + \Phi_C^3\, 2\bar{\psi} + \Phi_D^4\,\bar{\psi} + \Phi_E^5\, 2\psi + \overbrace{q\cdot 2a\cdot\bar{\psi}\cdot a}^{\bar{L}_2} = 0$$

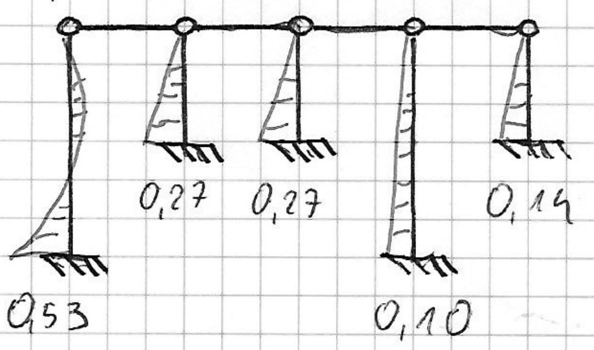
$$\frac{EJ}{a}\left[-\frac{3}{2} - 24 - 24 - \frac{9}{2} - 12\right]\psi - \frac{1}{2}qa^2 + 2qa^2 = 0$$

$$\frac{EJ}{a}\left[-66\right]\psi = -\frac{3}{2}qa^2 \Rightarrow \psi = \frac{1}{44}\frac{qa^3}{EJ}$$

$\Phi_A^1 = -0{,}53\, qa^2$ $\qquad$ $\Phi_D^4 = -0{,}10\, qa^2$

$\Phi_B^2 = \Phi_C^3 = -0{,}27 qa^2$ $\qquad$ $\Phi_E^5 = -0{,}14\, qa^2$

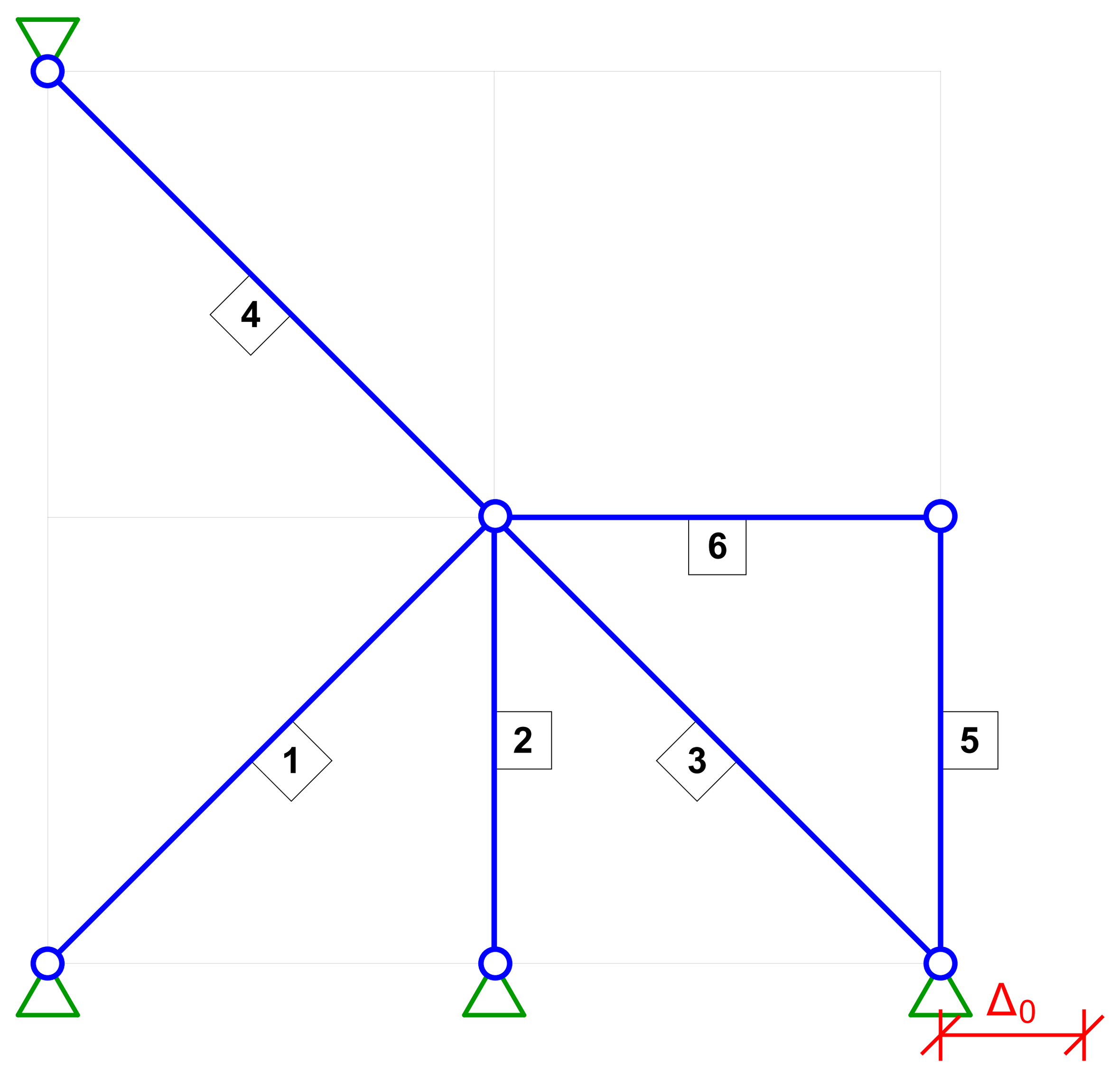
$M[qa^2]$



Egzamin MKI 20.06.17, Zadanie 3

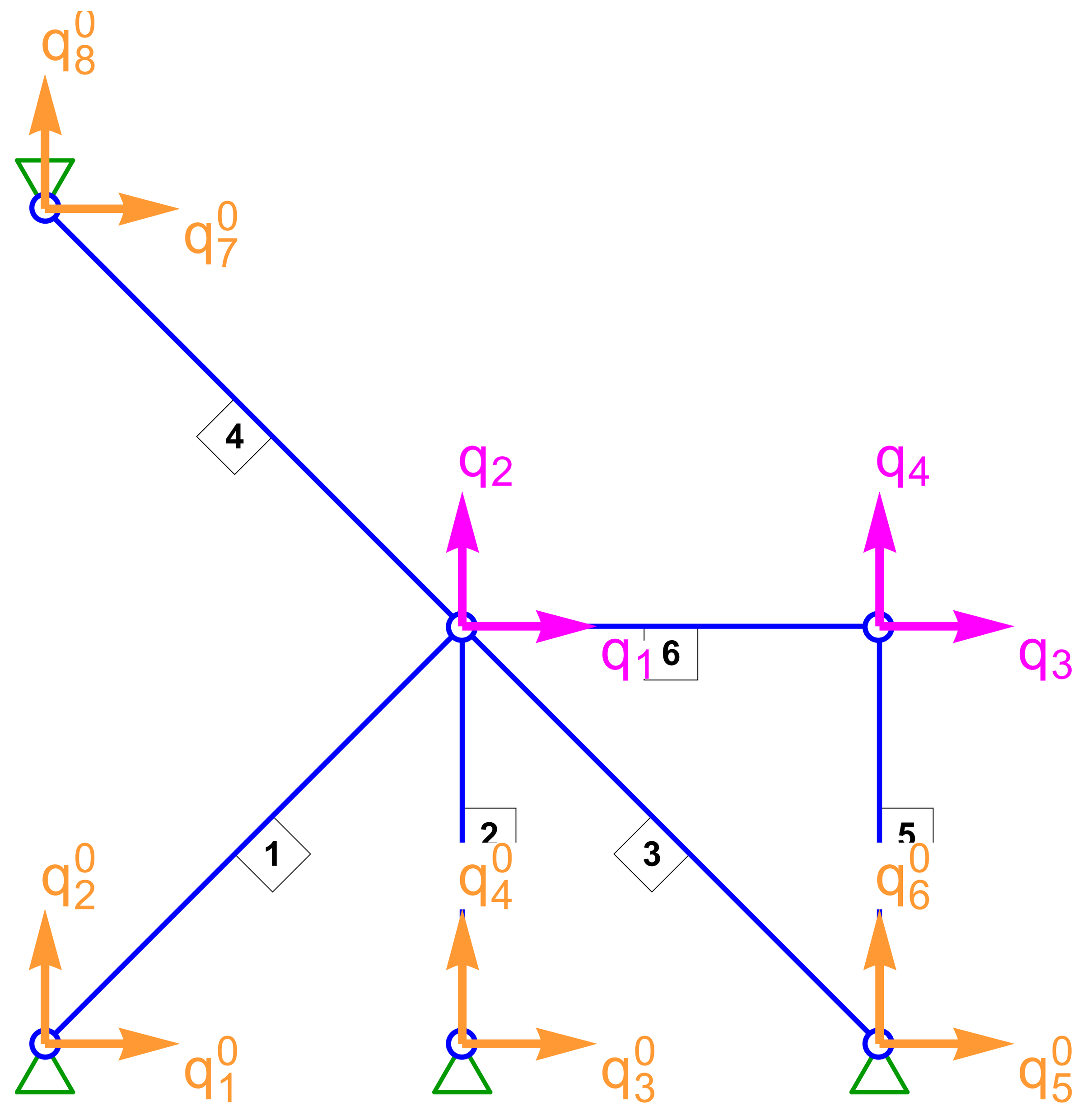
Zapisać macierzowe równania statyki kratownicy:

Geometria oraz obciążenia kratownicy (długość boku oczka siatki = 1):



KOMENTARZ: pręty 5 i 6 mogłyby zostać usunięte jako zerowe, tutaj je pozostawiono, aby zapisać równania opisujace całą kratownicę...

Niewiadome metody przemieszczeń:



Równania geometryczne kratownicy (Δ - wektor wydłużeń prętów, B - macierz geometryczna podstawowa, S - macierz geometryczna 'podporowa'):

$$\mathbf{\Delta} = \mathbf{B}\,\mathbf{q} + \mathbf{S}\,\mathbf{q}^0$$

czyli:

$$\begin{pmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \\ \Delta_4 \\ \Delta_5 \\ \Delta_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Delta_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

lub prościej:

$$\begin{pmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \\ \Delta_4 \\ \Delta_5 \\ \Delta_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\Delta_0}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Związki konstytutywne kratownicy (E - macierz konstytutywna):

$$\mathbf{N} = \mathbf{E}\,\mathbf{\Delta}$$

czyli:

$$\begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \\ N_6 \end{pmatrix} = \frac{EA}{1} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \\ \Delta_4 \\ \Delta_5 \\ \Delta_6 \end{pmatrix}$$

Równania równowagi kratownicy (prawa strona uwzględnia wyłącznie obciążenia statyczne, a więc tu się zeruje):

$$\mathbf{B}^{\mathsf{T}}\,\mathbf{N} = \mathbf{0}$$

czyli:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \\ N_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Zadanie przygotował Karol Bołbotowski.