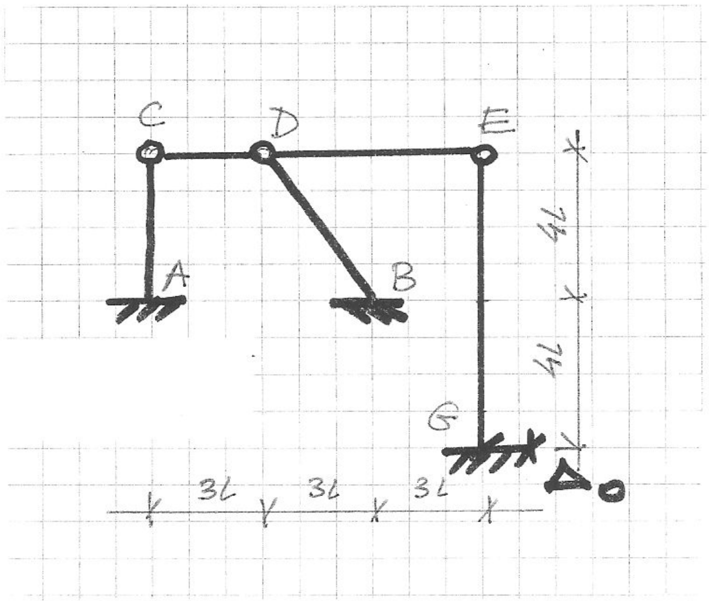
Egzamin pisemny z Mechaniki Konstrukcji I, 20 VI 2016 r.

NAZWISKO imię				
Grupa	Data zaliczenia ćwiczeń		Numer albumu	
Ocena zadania 1	Ocena zadania 2	Ocena zadania 3	Ocena z egzaminu	Ocena łączna Data

Zadanie 1

Dana jest rama płaska obciążona jak na rysunku; przyjąć, że prety są nieściśliwe i EJ=const. Obliczyć M_A metodą przemieszczeń.

(For the given frame of inextensible bars and of EJ =const compute M_A by the displacement method.)



Zadanie 2

Dana jest rama jak na rys. z zadania 1, lecz teraz pręty CD, DE są ściśliwe: przyjąć $EA_{CD}=EA_{DE}= 300\ EJ/l^2$. Znaleźć M_A metodą sił.

(Consider the frame from the problem 1. Yet now the bars CD, DE are extensible; assume $EA_{CD}=EA_{DE}= 300\ EJ/l^2$. Compute M_A by the force method.)

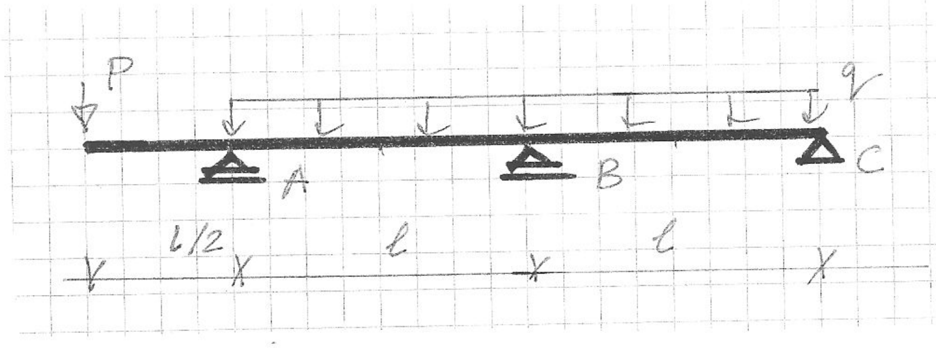
Zadanie 3

a. Skonstruować linię wpływu reakcji V_A .

b. Obliczyć reakcję V_A wywołaną danym obciążeniem korzystając z twierdzenia Bettiego.

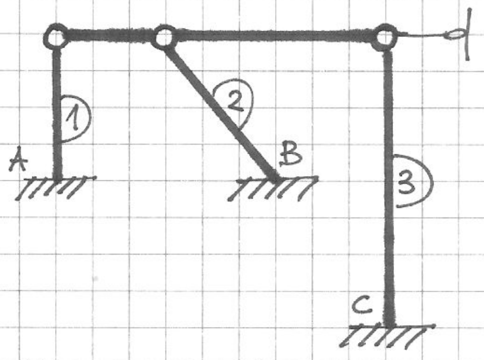
(a. Construct the influence line of the reaction V_A

b. Compute the reaction V_A by using Betti's theorem)

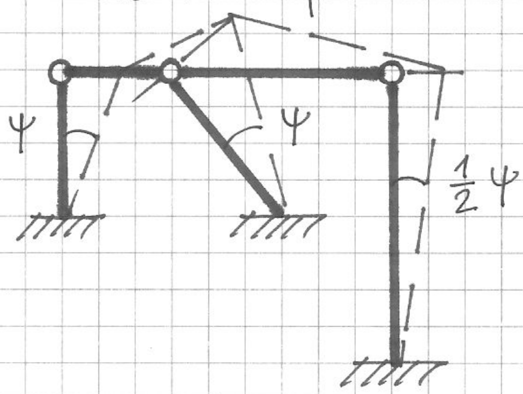


Zadanie 1 / Problem # 1

Schemat zastępczy
Primary structure



Plan przesunięć
Translation plan



Równania równowagi / Equilibrium equations

$$\Phi_A^{(1)} \cdot \overline{\psi} + \Phi_B^{(2)} \cdot \overline{\psi} + \Phi_C^{(3)} \cdot \frac{1}{2}\overline{\psi} = 0$$

$$\Phi_A^{(1)} + \Phi_B^{(2)} + \frac{1}{2}\Phi_C^{(3)} = 0$$

Wzory transformacyjne i momenty wyjściowe
Slope-deflection equations and initial moments

$$\Phi_A^{(1)} = \frac{EJ}{4L}\left[-3\psi\right]$$

$$\Phi_B^{(2)} = \frac{EJ}{5L}\left[-3\psi\right]$$

$$\Phi_C^{(3)} = \frac{EJ}{8L}\left[-3 \cdot \frac{1}{2}\psi\right] + \frac{EJ}{8L}\left[3 \cdot \frac{\Delta_0}{8L}\right]$$

Stąd / Hence: $\frac{EJ}{L}\left[1{,}444\,\psi\right] = 2{,}344\,\frac{EJ}{L^2}\Delta_0$

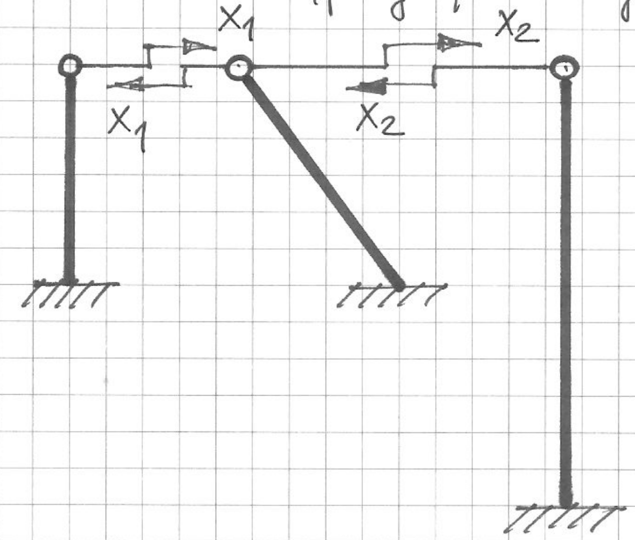
$$\psi = 0{,}016\,\frac{\Delta_0}{L}$$

Ostatecznie / Finally:

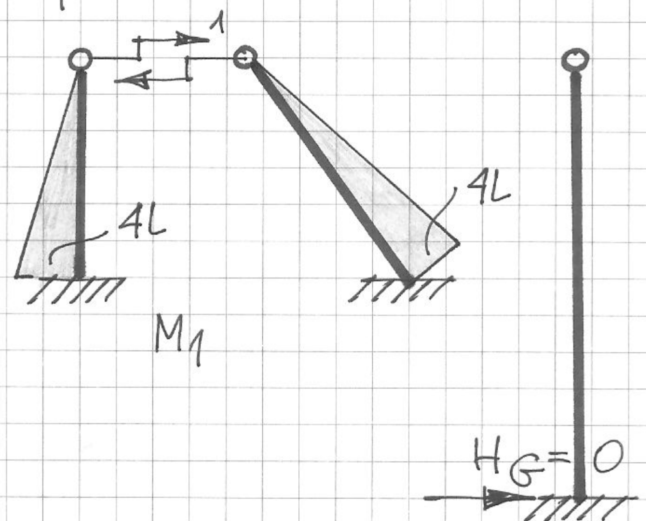
$$M_A = \Phi_A^{(1)} = -0{,}012\,\frac{EJ\Delta_0}{L^2}$$

Zadanie 2 / Problem #2

Schemat zastępczy / Primary structure



$X_1 = 1$



$$\delta_{11} = 48\frac{l^3}{EJ} + 3\frac{L}{EA} = 48{,}01\frac{l^3}{EJ}$$

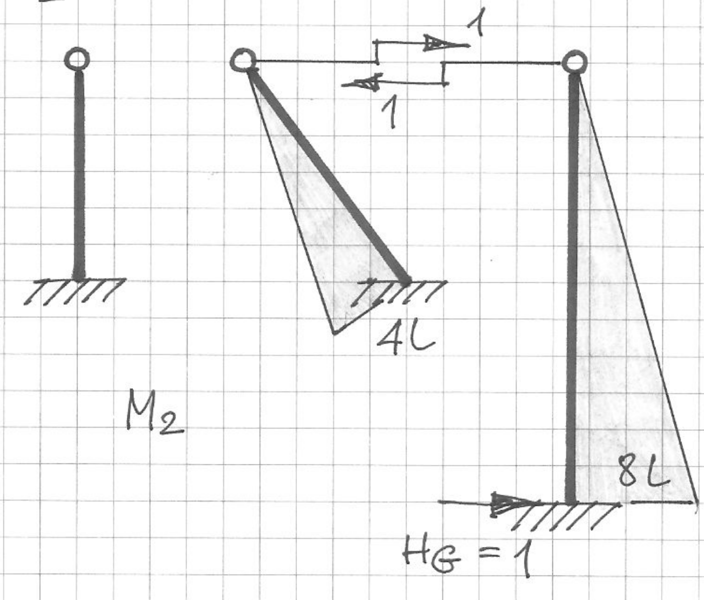
$$\delta_{12} = \delta_{21} = -26{,}67\frac{l^3}{EJ}$$

$$\delta_{22} = 197{,}33\frac{l^3}{EJ} + 6\frac{L}{EA} = 197{,}35\frac{l^3}{EJ}$$

$$\delta_{10} = 0$$

$$\delta_{20} = -\Delta$$

$X_2 = 1$



Stąd / Hence:

$$X_1 = 0{,}00304\frac{EJ\Delta}{l^3}$$

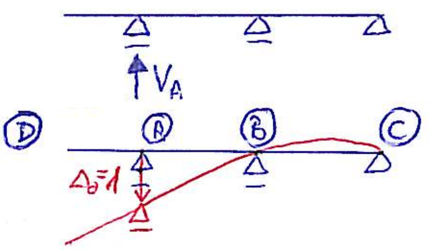
$$X_2 = 0{,}00548\frac{EJ\Delta}{l^3}$$

Rozwiązanie / Solution:

$$M_A = X_1 \cdot 4L = 0{,}0122\frac{EJ\Delta}{l^2}$$

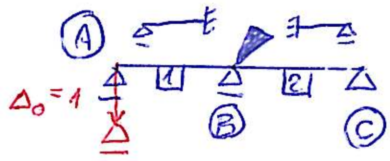
ZADANIE 3   a) wyznaczenie linii wpływu reakcji V_A

układ wyjściowy



schemat zredukowany

Równanie met. przemieszczeń:



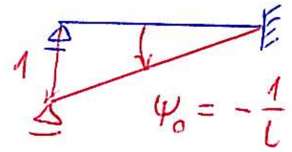
$q = [\varphi_B]$

1) $\Phi_B^1 + \Phi_B^2 = 0$

Wzory transformacyjne:

$$\Phi_B^1 = \frac{3EJ}{l}\cdot\varphi_B + \Phi_B^{01}$$

$$\Phi_B^2 = \frac{3EJ}{l}\cdot\varphi_B$$



$$\Phi_B^{01} = \frac{3EJ}{l}\left[-\left(-\frac{1}{l}\right)\right] = \frac{3EJ}{l^2}$$

1) $\frac{3EJ}{l}\varphi_B + \frac{3EJ}{l^2} + \frac{3EJ}{l}\varphi_B = 0$

$$\boxed{\varphi_B = -\frac{1}{2l}}$$

Konstrukcja linii wpływu:

$$w(\xi) = A_0 + A_1\xi + A_2\xi^2 + A_3\xi^3$$

$$\varphi(\xi) = \frac{1}{l}\left(A_1 + 2A_2\xi + 3A_3\xi^2\right)$$

$$M(\xi) = -\frac{EJ}{l^2}\left(2A_2 + 6A_3\xi\right)$$

$$T(\xi) = -\frac{EJ}{l^3}\left(6A_3\right)$$

$\boxed{AB:}$

$w(0) = 1$, $M(0) = 0$, $w(1) = 0$, $\varphi(1) = \varphi_B = -\frac{1}{2l}$ $\Rightarrow$ $A_0 = 1$, $A_1 = -\frac{5}{4}$, $A_2 = 0$, $A_3 = \frac{1}{4}$

$$w_{AB}(\xi) = 1 - \frac{5}{4}\xi + \frac{1}{4}\xi^3$$

$$\varphi_{AB}(\xi) = \frac{1}{l}\left(-\frac{5}{4} + \frac{3}{4}\xi^2\right)$$

$$\varphi_{AB}(0) = -\frac{5}{4}\cdot\frac{1}{l}$$

$\boxed{BC}$

$w_{BC}(0) = 0$, $\varphi_{BC}(0) = \varphi_B = -\frac{1}{2l}$, $M_{BC}(1) = 0$, $w_{BC}(1) = 0$ $\Rightarrow$ $A_0 = 0$, $A_1 = -\frac{1}{2}$, $A_2 = \frac{3}{4}$, $A_3 = -\frac{1}{4}$

$$w_{BC}(\xi) = -\frac{1}{2}\xi + \frac{3}{4}\xi^2 - \frac{1}{4}\xi^3$$

$\boxed{AD}$ Na odc. A-D lwV_A będzie prosta, nachylona pod kątem $\varphi = \varphi_{AB}(0)$

BO: $\begin{pmatrix} M(0)=0 \\ T(0)=0 \end{pmatrix}$

$$w_{DA}(\xi) = A_0 + A_1\xi$$

$$\varphi_{DA}(\xi) = \frac{1}{\frac{l}{2}}(A_1) = \frac{2}{l}A_1 = -\frac{5}{4l}$$

$$w_{DA}(1) = 1$$

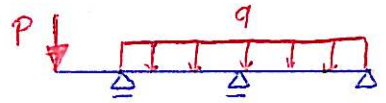
$A_0 = \frac{13}{8}$ $A_1 = -\frac{5}{8}$

$$w_{DA}(\xi) = \frac{13}{8} - \frac{5}{8}\xi$$

linia wpływu jest równa ugięciom (co do wartości):

$$\begin{cases} w_{AB}(\xi) = 1 - \frac{5}{4}\xi + \frac{1}{4}\xi^3 \\ w_{BC}(\xi) = -\frac{1}{2}\xi + \frac{3}{4}\xi^2 - \frac{1}{4}\xi^3 \\ w_{DA}(\xi) = \frac{13}{8} - \frac{5}{8}\xi \end{cases}$$

b) Wyznaczenie reakcji V_A od obc. P i q:



$$-V_A \cdot 1 + P\cdot w_{DA}(0) + q\int_0^1 w_{AB}(\xi)\, l\, d\xi + q\int_0^1 w_{BC}(\xi)\, l\, d\xi$$

$= 1{,}625P + 0{,}375ql$

$$V_A = P\cdot\frac{13}{8} + ql\int_0^1\left(1 - \frac{5}{4}\xi + \frac{1}{4}\xi^3\right)d\xi + ql\int_0^1\left(-\frac{1}{2}\xi + \frac{3}{4}\xi^2 - \frac{1}{4}\xi^3\right) = \frac{13}{8}P + \frac{7}{16}ql - \frac{1}{16}ql = \frac{13}{8}P + \frac{3}{8}ql$$