Egzamin pisemny z Mechaniki Konstrukcji I, 4 IV 2016 r.

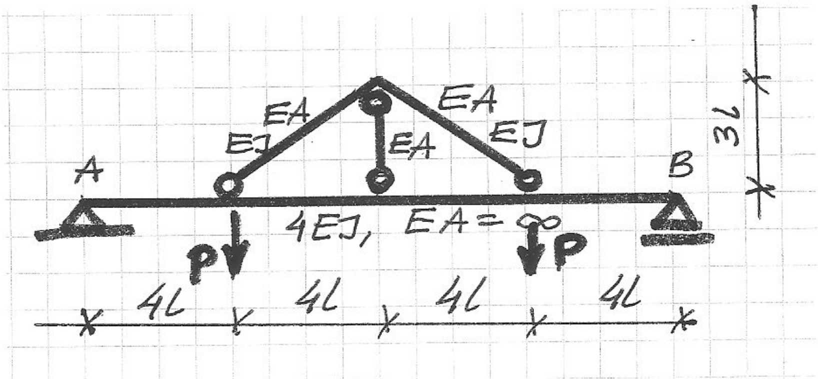
NAZWISKO imię				
Grupa	Data zaliczenia ćwiczeń		Numer albumu	
Ocena zadania 1	Ocena zadania 2	Ocena zadania 3	Ocena z egzaminu	Ocena łączna Data

Zadanie 1

Dana jest rama z dwu rodzajów prętów: pręt AB, o sztywności giętnej $4EJ$ jest nieściśliwy; Pozostałe pręty mają sztywności giętne EJ i sztywności podłużne EA.

Przyjąć: $\frac{EJ}{l^2 EA} = \frac{1}{10}$. Obciążenie jak na rysunku. Sporządzić wykres M metodą sił.

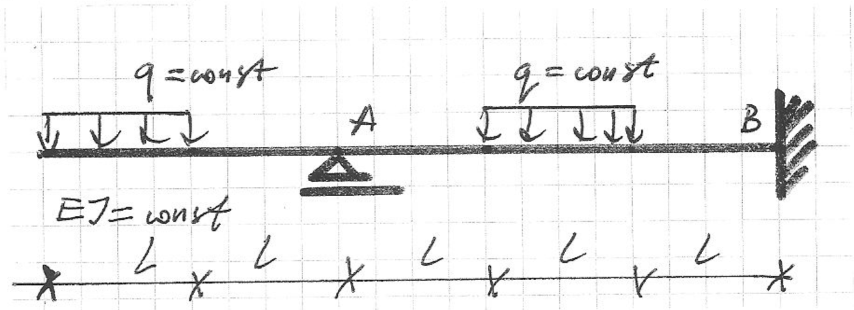
(The given frame is made of two kinds of bars. The bar AB, of bending stiffness 4EJ, is incompressible. Other bars are characterized by the bending stiffness EJ and axial stiffness EA. Assume: $\frac{EJ}{l^2 EA} = \frac{1}{10}$. *The frame is loaded as in the figure. Find the diagram of bending moments by the force method.)*



Zadanie 2

Znajdź reakcję pionową w podporze A z wykorzystaniem twierdzenia Betti'ego.

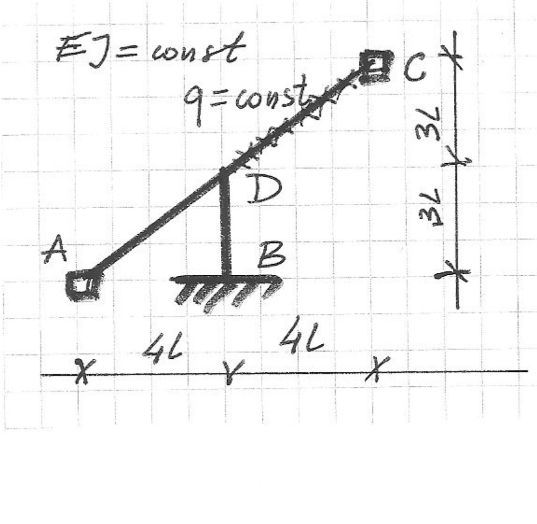
(Find the vertical reaction at the support A by using Betti's theorem.)



Zadanie 3

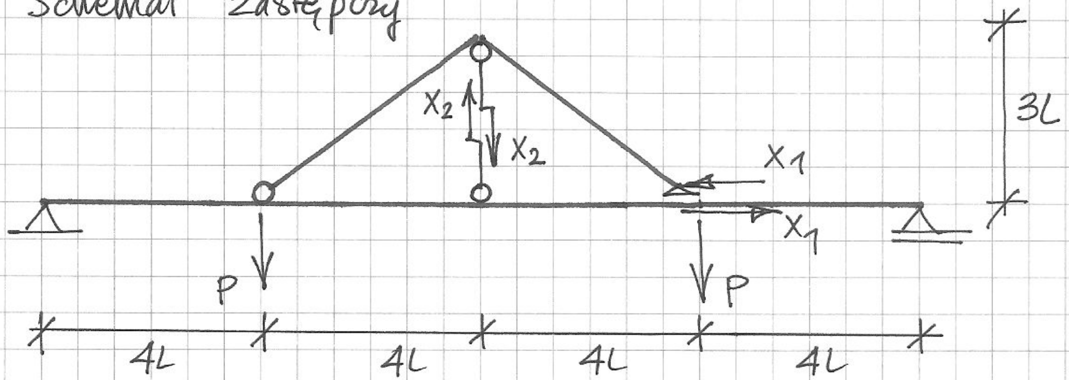
Dany jest ruszt przegubowy, obciążony jak na rysunku.
Znaleźć funkcję opisującą ugięcie belki DC.

(The given system of bars, is loaded as shown in the figure. Find the function describing the deflection of the beam DC.)

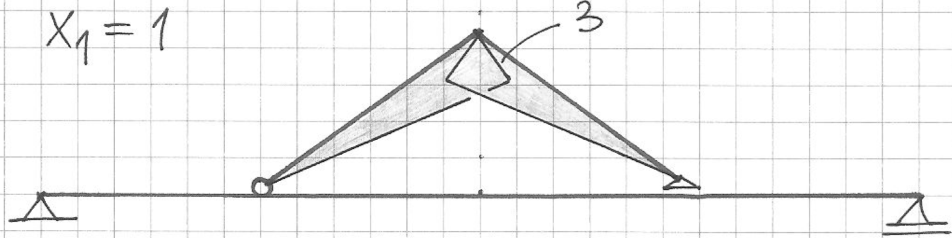


Egzamin MK1, 4 IV 2016, zadanie 1

Schemat zastępczy

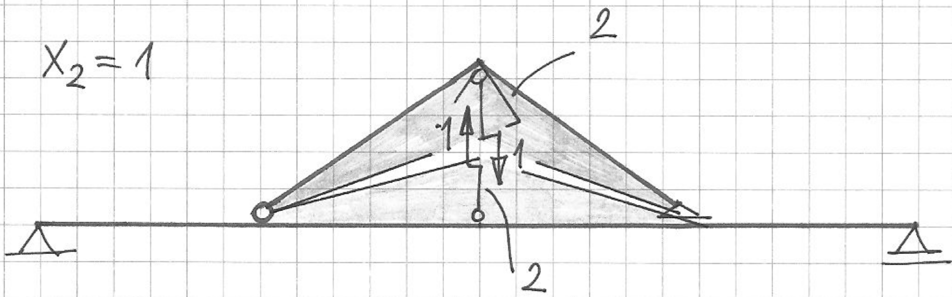


$X_1 = 1$



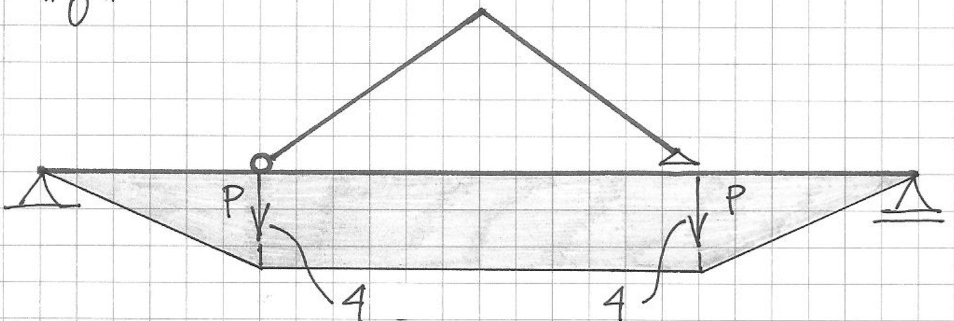
$M_1\,[L]$

$X_2 = 1$



$M_2\,[L]$

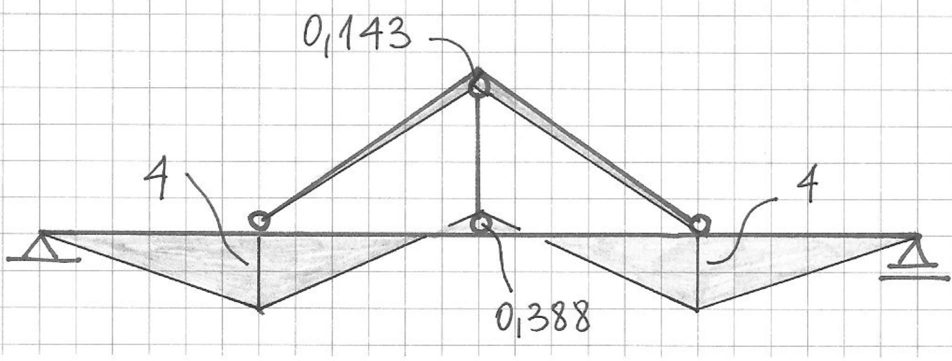
"0"



$M_0\,[PL]$

$\delta_{11} = 30{,}64\,\frac{L^3}{EJ}$ $\delta_{12} = \delta_{21} = 19{,}76\,\frac{L^3}{EJ}$ $\delta_{22} = 16{,}39\,\frac{L^3}{EJ}$

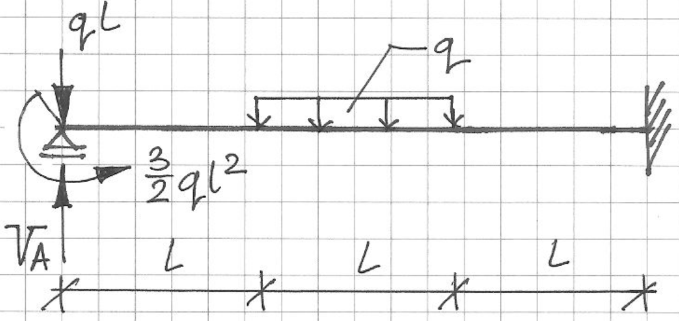
$\delta_{10} = 0$ $\delta_{20} = -8\,\frac{PL^3}{EJ}$ $\rightarrow$ $X_1 = -1{,}415\,P$ $X_2 = 2{,}194\,P$



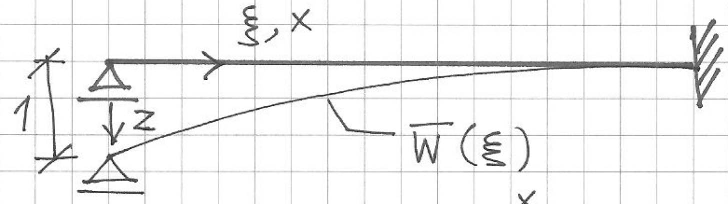
$M\,[PL]$

Egzamin MK1, 4 IV 2016, zadanie 2

Schemat zredukowany:



Zadanie statyki wynikające z zastosowania tw. Bettiego



$$\xi = \frac{x}{3L}$$

$$\overline{w}(\xi) = C_0 + C_1\xi + C_2\xi^2 + C_3\xi^3$$

Z tw. Bettiego dostaje się:

$$-V_A \cdot 1 + qL \cdot 1 - \frac{3}{2}ql^2 \cdot \overline{\varphi}_A + \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} q \cdot \overline{w}(\xi) \cdot 3L\,d\xi = 0$$

$$V_A = qL - \frac{3}{2}ql^2 \cdot \overline{\varphi}_A + 3qL \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} \overline{w}(\xi)\,d\xi$$

Warunki brzegowe:

$\overline{w}(0) = 1$	$\overline{w}(0) = 1$	$C_0 = 1$	$C_0 = 1$
$\overline{M}(0) = 0$	$-\frac{EJ}{9L^2}\frac{d^2\overline{w}}{d\xi^2}\Big\|_{\xi=0} = 0$	$2C_2 = 0$	$C_1 = -\frac{3}{2}$
$\overline{w}(1) = 0$	$\overline{w}(1) = 0$	$C_0 + C_1 + C_2 + C_3 = 0$	$C_2 = 0$
$\overline{\varphi}(1) = 0$	$\frac{1}{3L}\frac{d\overline{w}}{d\xi}\Big\|_{\xi=1} = 0$	$C_1 + 2C_2 + 3C_3 = 0$	$C_3 = \frac{1}{2}$

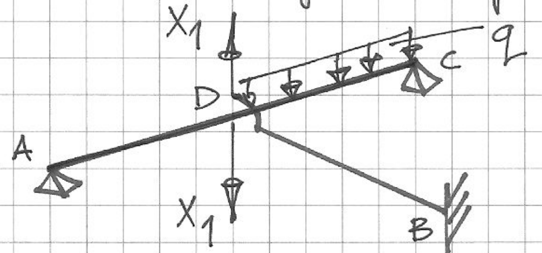
$$\overline{w}(\xi) = 1 - \frac{3}{2}\xi + \frac{1}{2}\xi^3$$

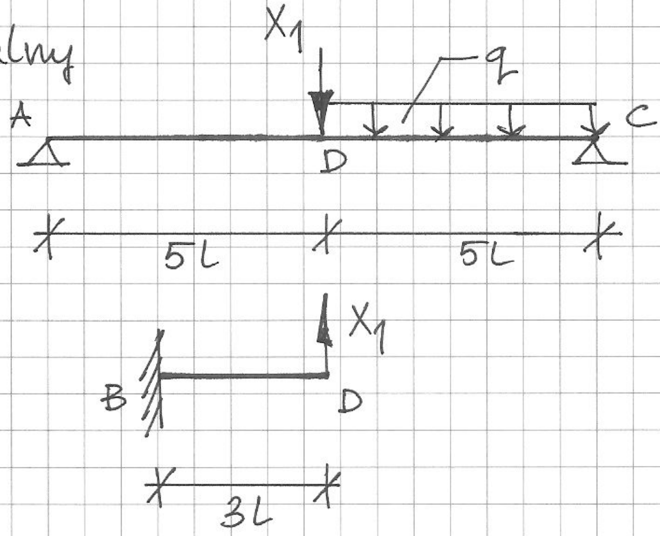
$$\overline{\varphi}(\xi) = \frac{1}{3L}\frac{d\overline{w}}{d\xi} \longrightarrow \overline{\varphi}_A = \overline{\varphi}(1) = -\frac{1}{2L}$$

$$V_A = qL - \frac{3}{2}ql^2 \cdot \left(-\frac{1}{2L}\right) + 3qL \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} \left(1 - \frac{3}{2}\xi + \frac{1}{2}\xi^3\right) d\xi = \frac{149}{72} qL$$

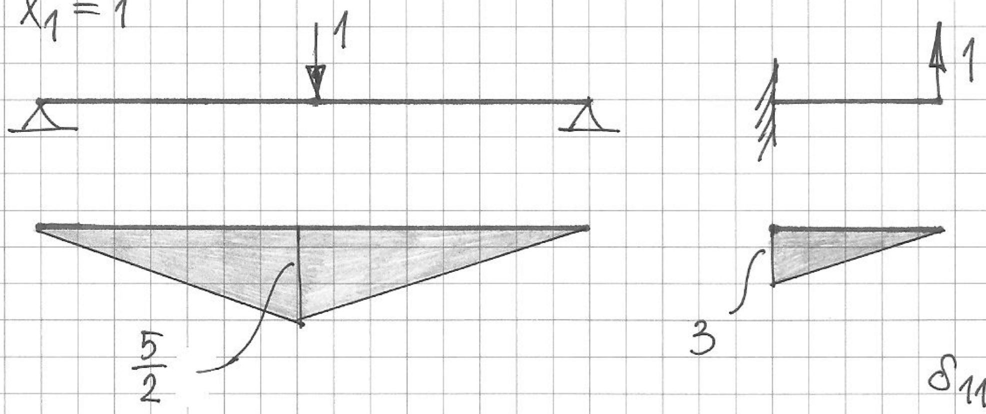
Egzamin MK1, 4 IV 2016, zadanie 3

Schemat statycznie wyznaczalny





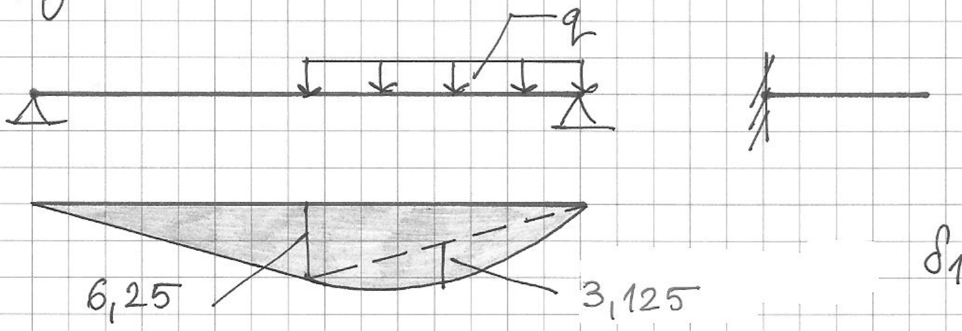
$X_1 = 1$



$M_1\,[L]$

$$\delta_{11} = 29{,}83\,\frac{L^3}{EJ}$$

"0"



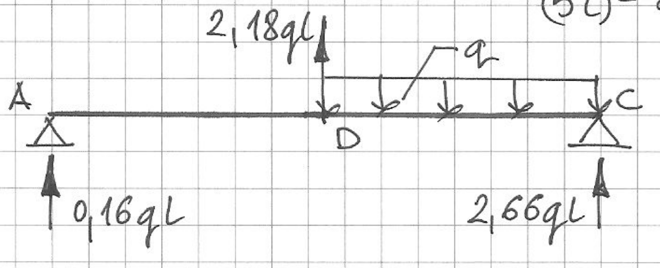
$M_0\,[qL^2]$

$$\delta_{10} = 65{,}1\,\frac{qL^4}{EJ}$$

$$X_1 = -2{,}18\,qL$$

Funkcja ugięcia belki DC: $w(\xi) = C_0 + C_1\xi + C_2\xi^2 + C_3\xi^3 + \frac{1}{24}\frac{q(5L)^4}{EJ}\xi^4$

spełnia równanie: $-\frac{EJ}{(5L)^2}\frac{d^2w}{d\xi^2} = M(\xi)$, gdzie $M(\xi)$ – funkcja momentu zginającego na odcinku DC



$$M(\xi) = 0{,}8\,qL^2 + 2{,}34\,qL\cdot(5L\xi) - \frac{1}{2}q\cdot(5L\xi)^2$$

Stąd :

$$\frac{d^2 w}{d\xi^2} = -\frac{25 q l^4}{EJ}\left(0{,}8 + 11{,}7\cdot\xi - 12{,}5\cdot\xi^2\right)$$

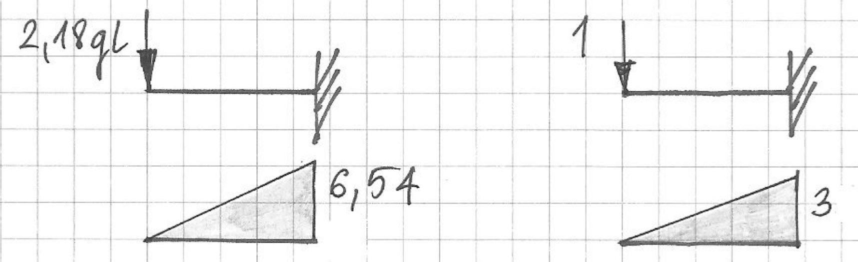
$$w(\xi) = -\frac{25 q l^4}{EJ}\left(\frac{1}{2}\cdot 0{,}8\,\xi^2 + \frac{1}{6}\cdot 11{,}7\,\xi^3 - \frac{1}{12}\cdot 12{,}5\,\xi^4\right) + C_1\xi + C_0$$

Warunki brzegowe :

$$w(0) = w_D$$

$$w(1) = 0$$

Obliczamy w_D ze wzoru Maxwella-Mohra i korzystając z tw. redukcyjnego



$M\,[ql^2]$ $\quad$ $\overline{M}\,[l]$

$$w_D = 19{,}62\,\frac{q l^4}{EJ}$$

Ostatecznie : $\quad w(\xi) = \left(19{,}62 + 13{,}09\,\xi - 10\,\xi^2 - 48{,}75\,\xi^3 + 26{,}04\,\xi^4\right)\frac{q l^4}{EJ}$