

Egzamin pisemny z Mechaniki Konstrukcji I, 18 czerwca 2015 r.

NAZWISKO i Imię:

ocena zadania 1

ocena zadania 2

ocena zadania 3

ocena  
egz. pis.

Ocena  
Ostateczna

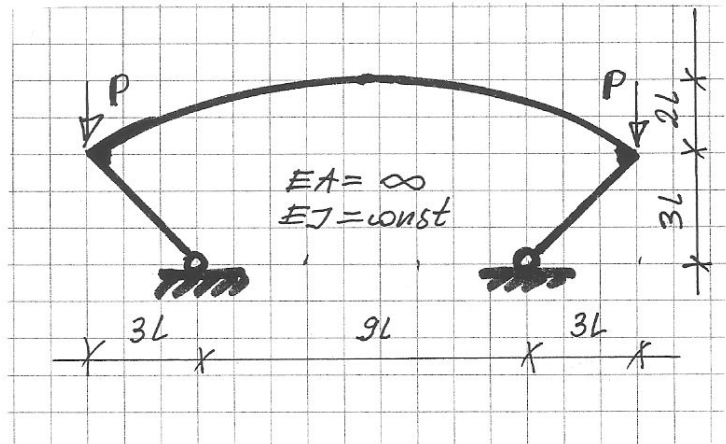
Ocena łączna

Data

**Zadanie 1**

Dana jest rama płaska obciążona jak na rysunku;  
pręt zakrzywiony jest małowyniosłym łukiem parabolicznym ;  
Sporządzić wykres M metodą sił.

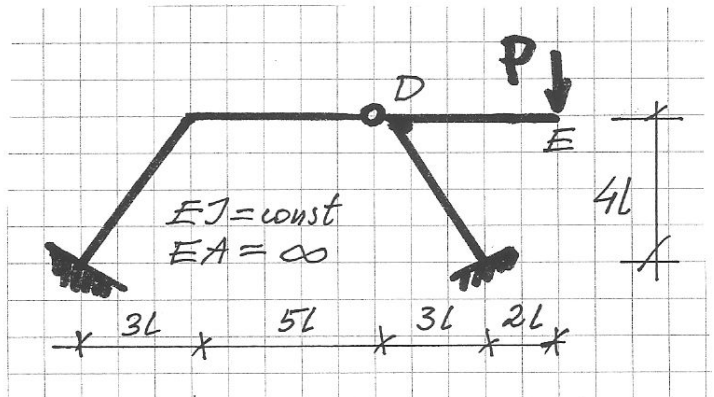
*For the given frame  
(the curved bar should be treated  
as a shallow parabolic arch)  
construct the diagram  
of the bending moments  
by the force method.*



**Zadanie 2**

Znajdź funkcję opisującą ugięcie pręta DE

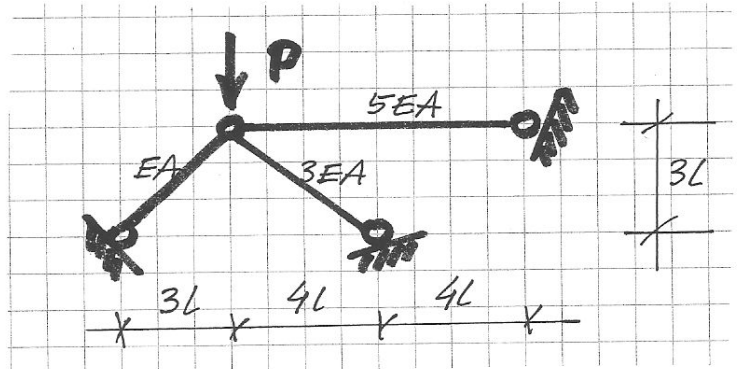
*Find the deflection function of the bar DE.*



**Zadanie 3**

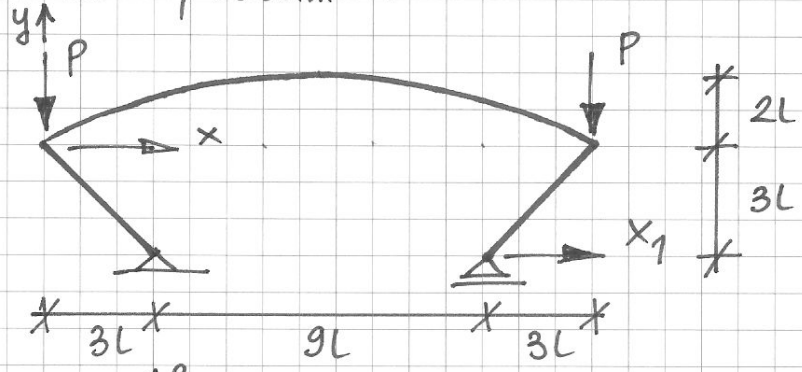
Dana jest kratownica płaska.  
Zapisz równania macierzowe  
metody przemieszczeń.

*For the given planar truss  
write down the matrix equations  
of the displacement method*



egzamin z MK1, 18 VI 2015, zadanie 1

Schemat zastępczy:



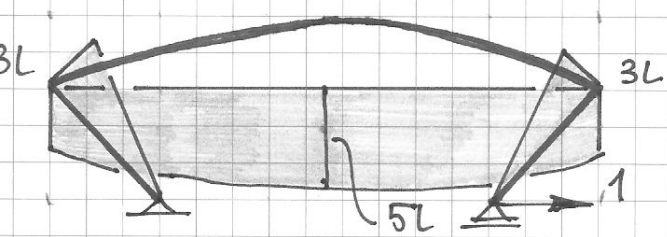
Równanie łuku:  $y(x) = \frac{4f}{L^2} x(L-x)$ ,  $f = 2L$ ,  $L = 15L$

$$= \frac{8}{225} \frac{x}{L} (15L - x)$$

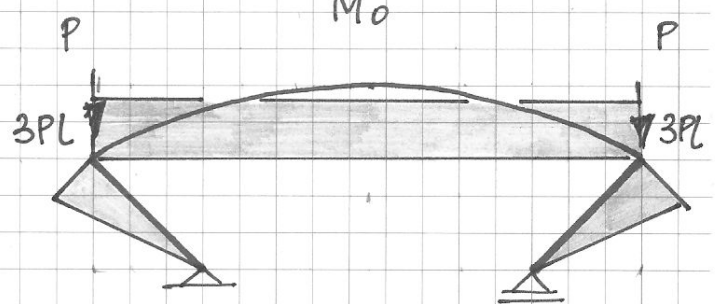
"0"

$X_1 = 1$

$M_1$



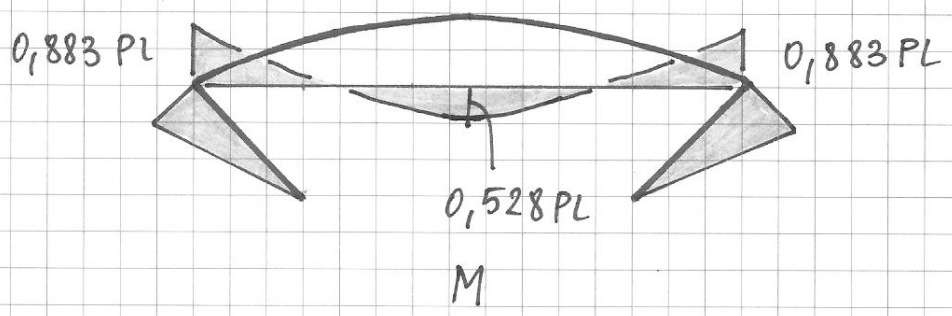
$M_0$



$$\delta_{11} = (287 + 18\sqrt{2}) \frac{L^3}{EJ}$$

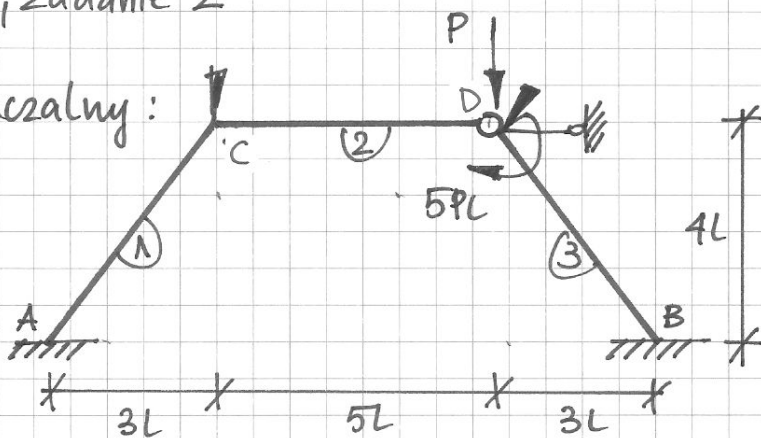
$$\delta_{10} = -(195 + 18\sqrt{2}) \frac{PL^3}{EJ}$$

$$X_1 = 0,706 P$$



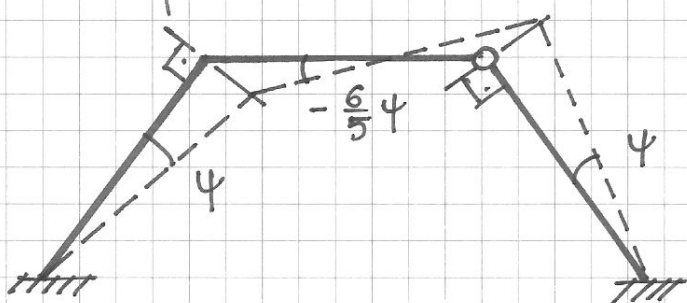
Schemat geometrycznie wyznaczalny:

Uwaga: Ze względu na konieczność wyznaczenia linii ugięcia pręta D-E do wektora niewiadomych włączony został kąt  $\varphi_D^{(3)}$ .



$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \varphi_C \\ \varphi_D^{(3)} \\ \psi \end{bmatrix}$$

Plan przesunięć:



Równania równowagi:

- 1)  $\Phi_C^{(1)} + \Phi_C^{(2)} = 0$
- 2)  $\Phi_D^{(3)} - 5PL = 0$
- 3)  $(\Phi_A^{(1)} + \Phi_C^{(1)}) \cdot \bar{\psi} + \Phi_C^{(2)} \cdot (-\frac{6}{5}\bar{\psi}) + (\Phi_B^{(3)} + \Phi_D^{(3)}) \cdot \bar{\psi} + \bar{L}\psi = 0$

$$\bar{L}\psi = -P \cdot 3L \bar{\psi}$$

Wzory transformacyjne:

$$\Phi_A^{(1)} = \frac{2EJ}{5L} [\varphi_C - 3\psi]$$

$$\Phi_C^{(1)} = \frac{2EJ}{5L} [2\varphi_C - 3\psi]$$

$$\Phi_C^{(2)} = \frac{3EJ}{5L} [\varphi_C + \frac{6}{5}\psi]$$

$$\Phi_B^{(3)} = \frac{2EJ}{5L} [\varphi_D^{(3)} - 3\psi]$$

$$\Phi_D^{(3)} = \frac{2EJ}{5L} [2\varphi_D^{(3)} - 3\psi]$$

Przemieszczenia:

$$\varphi_C = 0,417 \frac{PL^2}{EJ}$$

$$\varphi_D^{(3)} = 8,075 \text{ ---}$$

$$\psi = 1,216 \text{ ---}$$

Linia ugięcia:  $w_{DE}(x) = C_0 + C_1x + C_2x^2 + C_3x^3$

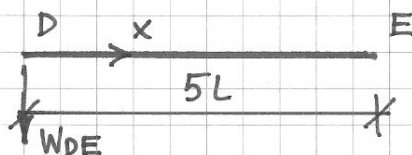
Warunki brzegowe:

$$w_{DE}'(0) = -3L \cdot \psi$$

$$w_{DE}'(0) = \varphi_D^{(3)}$$

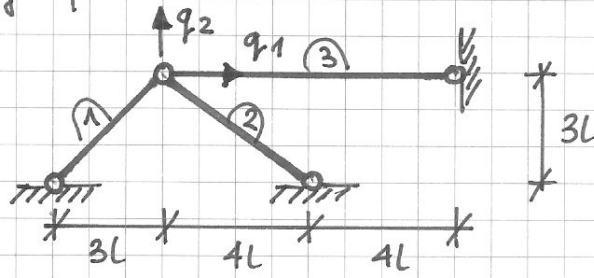
$$-EJ w_{DE}''(5L) = 0$$

$$-EJ w_{DE}'''(5L) = P$$



$$\rightarrow w_{DE}(x) = \frac{PL^3}{EJ} \left[ -3,648 + 40,365 \left(\frac{x}{5L}\right) + 62,5 \left(\frac{x}{5L}\right)^2 - 20,833 \left(\frac{x}{5L}\right)^3 \right]$$

Niewiadome metody przemieszczeń:



$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}$$

Związek geometryczny:

$\Delta$  - wektor wydłużeń prętów

$B$  - macierz geometryczna

$$\Delta = Bq \quad (1)$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Związek konstytutywny:

$E$  - macierz konstytutywna

$$N = E\Delta \quad (2)$$

$$N = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{bmatrix}$$

$$E = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} \frac{1}{3\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{5} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5}{8} \end{bmatrix}$$

Równanie równowagi:

$$B^T N = Q \quad (3)$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0 \\ -P \end{bmatrix}$$

Przemieszczeniowe równanie równowagi:

(1)  $\longleftrightarrow$  (2)  $\longleftrightarrow$  (3)

symbol " $\longleftrightarrow$ "

oznacza

"podstawić do"

$$Kq = Q, \text{ gdzie } K = B^T E B$$